

Rechenkompetenzen im Zahlenraum bis 20 – Unterschiede zwischen Addition und Subtraktion

Theoretischer Hintergrund

Ein wesentlicher Inhalt des Mathematikunterrichts in Jahrgangsstufe 1 ist das Rechnen im Zahlenraum bis 20. Kompetenzen in diesem Bereich sind eine wichtige Grundlage für das Kopfrechnen, halbschriftliches und schriftliches Rechnen in größeren Zahlenräumen. Die Anforderung des zehnerüberschreitenden Rechnens im Zahlenraum bis 20 bietet viele Möglichkeiten zur Anwendung heuristischer Strategien. Zudem können Zählstrategien und der Faktenabruf zur Lösung herangezogen werden, wobei Zählstrategien langfristig nicht tragfähig sind: Sie lassen sich in höheren Zahlenräumen kaum anwenden, sind zeitaufwändig und fehleranfällig (Padberg & Benz, 2021). Haben sich Kinder Ende Klasse 2 nicht von Zählstrategien gelöst, spricht man von verfestigtem zählenden Rechnen, welches ein Hauptsymptom für Rechenschwäche darstellt (Schipper, 2009). Aus diesem Grund ist – neben dem sicheren Lösen der Aufgaben – das flexible Nutzen heuristischer Strategien und letztlich eine Automatisierung im Sinne eines Faktenabrufs Ziel des Unterrichts (z. B. Niedersächsisches Kultusministerium, 2017).

Empirische Erkenntnisse verdeutlichen, dass dieses Ziel bei Additions- und Subtraktionsaufgaben unterschiedlich gut erreicht wird. In der ersten Klasse werden Additionsaufgaben häufiger richtig gelöst als Subtraktionsaufgaben (Doschko, 2011; Gaidoschik, 2010). Die meisten Lösungsversuche werden über Zählstrategien (54%) vorgenommen (Gaidoschik, 2010). Auch im Zahlenraum bis 100 werden Anfang Jahrgangsstufe 2 häufig Zählstrategien eingesetzt (45%), zum Ende des Schuljahres nimmt der Anteil ab (Benz, 2005). Über das ganze zweite Schuljahr hinweg nutzen Schüler*innen bei der Subtraktion häufiger Zähl- und seltener Rechenstrategien als bei der Addition. Während sich am Anfang keine Unterschiede in der Lösungsrichtigkeit zeigen, werden Additionsaufgaben ab Mitte Jahrgangsstufe 2 signifikant häufiger richtig gelöst als Subtraktionsaufgaben. Zwischen Lösungsrichtigkeit und Nutzung von Rechenstrategien gegenüber Zählstrategien zeigte sich ein positiver Zusammenhang (ebd.). Zum Zahlenraum bis 20 in Jahrgangsstufe 2 liegen Ergebnisse nur zur Addition vor: Zählstrategien werden Ende Klasse 2 selten eingesetzt (6%) (Gasteiger et al., 2020). Die häufigste heuristische Strategie (mit etwa 60%) ist das universell einsetzbare schrittweise Rechnen. Zwischen der Nutzung heuristischer Strategien bei zehnerüberschreitenden Aufgaben und dem Beherrschen von Zerlegungsaufgaben besteht ein Zusammenhang (Gerve & Gasteiger, 2021).

Mehrere Ergebnisse aus den ersten beiden Schuljahren zeigen, dass die fachdidaktischen und bildungspolitischen Ziele nicht vollständig erreicht werden. Studien aus Klasse 1 (ZR bis 20) und aus Klasse 2 (ZR bis 100) zeigen Unterschiede hinsichtlich Lösungsrichtigkeit und Herangehensweisen zwischen den beiden Rechenoperationen, jedoch fehlen vergleichende Untersuchungen für den Zahlenraum bis 20 in Klasse 2. Folgende Fragen sind offen:

- Inwiefern zeigen sich bzgl. Lösungsrichtigkeit und Herangehensweisen Unterschiede bei Additions- und Subtraktionsaufgaben (ZR bis 20)?
- Welche Strategien/Herangehensweisen erweisen sich als fehleranfällig?

Forschungsdesign

Zur Erhebung der Lösungsrichtigkeit wurde mit der Gesamtstichprobe ($n=278$) in Jgst. 2 ein schriftlicher Speedtest mit allen zehnerüberschreitenden Aufgaben im Zahlenraum bis 20 durchgeführt. Dabei sollten so viele der 36 Additions- und 36 Subtraktionsaufgaben wie möglich innerhalb von je 2 Min. gelöst werden. Für genauere Informationen zu Lösungsrichtigkeit und Herangehensweisen bei Additions- und Subtraktionsaufgaben wurde eine Teilstichprobe ($n=100$) zudem interviewt. Bearbeitet wurden je 18 additive und subtraktive Grundaufgaben (Zerlegungen im ZR bis 10, Verdopplungen/Halbierungen im ZR bis 20) und 12 zehnerüberschreitende Aufgaben (6 Additionen, 6 Subtraktionen) – mit uneingeschränkter Bearbeitungszeit. Zur Erhebung der Herangehensweisen beschrieben die Kinder ihr Vorgehen bei den 12 zehnerüberschreitenden Interview-Aufgaben mittels ‚verbal self-report‘. Die Beschreibungen wurden unter Beachtung von Gestik und Materialhandlung in die verschiedenen heuristischen Strategien, Zählstrategien und sonstige Vorgehensweisen unterteilt. Die Kategorie *Sonstiges* wurde v. a. dann vergeben, wenn Kinder ihre Herangehensweise nicht (nachvollziehbar) beschreiben konnten. Dazu zählt auch die Selbstauskunft „gewusst“, da diese Antwort nicht zwangsläufig als Faktenabruf gewertet werden kann.

Ergebnisse

In den Speedtests zeigte sich ein Unterschied hinsichtlich der Anzahl der korrekt bearbeiteten Aufgaben zwischen den Operationen ($t(278) = 21.564$, $p < .001$): Additionsaufgaben wurden signifikant besser gelöst als Subtraktionsaufgaben (vgl. Tab. 1). Es handelt sich dabei mit $r = .79$ um einen starken Effekt (Cohen, 1992). Betrachtet man die richtig gelösten im Verhältnis zu den insgesamt bearbeiteten Aufgaben, wurden Additions- ebenfalls häufiger korrekt gelöst als Subtraktionsaufgaben ($t(277) = 6.156$, $p < .001$). Die Effektstärke liegt bei $r = .35$ (mittlerer Effekt nach Cohen (1992)). Auch die zehnerüberschreitenden Additionen, die ohne vorgegebene Zeit bearbeitet

wurden, wurden signifikant besser gelöst als die Subtraktionsaufgaben ($t(100) = 2.370, p = .020$). Die Effektstärke liegt bei $r = .23$ (schwacher Effekt nach Cohen (1992)). Bei den Grundaufgaben (ohne begrenzte Bearbeitungszeit) zeigte sich kein signifikanter Unterschied bzgl. Lösungsrichtigkeit ($t(100) = 1.225, p = .224$).

	Addition		Subtraktion	
	Lösungsrichtigkeit	Mittelwert	Lösungsrichtigkeit	Mittelwert
Speedtest (richtige Lösungen von je 36)	46,4%	16.7	28,9%	10.4
Speedtest (richtige im Verhältnis zu bearbeiteten Aufgaben)	93%	–	85,1%	–
zehnerüberschreitende Aufgaben von je 6	89,2%	5.35	84,0%	5.04
Grundaufgaben von je 18	93,9%	16.88	92,8%	16.68

Tabelle 1: Lösungsrichtigkeit

76% der zehnerüberschreitenden Additionsaufgaben wurden mithilfe einer heuristischen Strategie gelöst, wovon mehr als die Hälfte schrittweises Rechnen (ggf. mit Tauschaufgabe) ausmacht. Bei der Subtraktion wurden 71% der Aufgaben mithilfe einer heuristischen Strategie gelöst, wobei schrittweises Rechnen mit 67% die häufigste Strategie ist. Bei der Addition zeigte sich allgemein eine größere Strategieviefalt als bei der Subtraktion. Der Anteil an Zählstrategien ist bei beiden Operationen etwa gleich. Herangehensweisen konnten bei der Subtraktion häufiger nicht oder nicht nachvollziehbar beschrieben werden (11% der Aufgaben) als bei der Addition (3%). Betrachtet man bei den falsch gelösten Aufgaben die verwendete Vorgehensweise, jeweils relativiert an der Häufigkeit des Einsatzes der entsprechenden Strategie, so sind die Zählstrategien bei der Subtraktion (31%) fehleranfälliger als bei der Addition (20%). Der Einsatz des schrittweisen Rechnens verursachte in 9% (Addition) und 7% (Subtraktion) eine falsche Lösung. Bei den weiteren heuristischen Strategien sind es 8% (Addition) und 10% (Subtraktion). Die sonstigen nicht tragfähigen Vorgehensweisen führten in 18% (Addition) und in 41% (Subtraktion) der Einsätze zu einem falschen Ergebnis.

Diskussion

Entsprechend bisheriger Ergebnisse (ZR bis 100 bzw. in Klasse 1) zeigten sich auch in dieser Studie (signifikante) Unterschiede in der Lösungsrichtigkeit von Additions- und Subtraktionsaufgaben. Bei den Aufgaben ohne vorgegebene Bearbeitungszeit war der Effekt schwächer als bei den Aufgaben des Speedtests. Dies lässt darauf schließen, dass für die Unterschiede im Beherrschen von Additions- und Subtraktionsaufgaben nicht nur die Korrektheit der bearbeiteten Aufgaben, sondern auch die Lösungszeit relevant ist. Ergebnisse von Doschko (2011) und Gaidoschik (2010), wonach Additionen

häufiger mittels Faktenabruf gelöst werden als Subtraktionen, unterstützen die Annahme. Demnach müssten Additionen durchschnittlich schneller gelöst werden, was die Ergebnisse des Speedtests erklären könnte. Auffällig ist, dass sich diese Unterschiede nur bei zehnerüberschreitenden, nicht aber bei Grundaufgaben im Zahlenraum bis 20 herausstellten. Möglicherweise sind die Grundaufgaben in Klasse 2 bereits zu großen Teilen automatisiert, s. d. sich deshalb keine Unterschiede in der Lösungsrichtigkeit zeigten.

Bei den Herangehensweisen zeigte sich für Additions- und Subtraktionsaufgaben ein etwa gleich hoher Anteil an Zählstrategien. Diese stellten sich jedoch bei der Subtraktion als deutlich fehleranfälliger heraus, was der fachdidaktischen Vermutung entspricht, dass subtraktive Zählstrategien häufiger Schwierigkeiten bereiten (Baroody, 1984). Bei der Subtraktion konnte außerdem häufiger keine (geeignete) Erklärung des Vorgehens gegeben werden. Möglicherweise werden additive Rechenstrategien im Unterricht mehr verbalisiert. Insgesamt werden Defizite bei der Subtraktion im Vergleich zur Addition deutlich. Um Gründe dafür zu identifizieren, wäre es hilfreich zu betrachten, wie die Operationen unterrichtlich thematisiert werden.

Literatur

- Benz, C. (2005). *Erfolgsquoten, Rechenmethoden, Lösungswege und Fehler von Schülerinnen und Schülern bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100*. Franzbecker.
- Baroody, A. J. (1984). Children's Difficulties in Subtraction: Some Causes and Cures. *The Arithmetic Teacher*, 32(3), 14–19.
- Cohen, J. (1992). A power primer. *Psychological Bulletin*, 112(1), 155–159.
- Doschko, D. (2011). *Lösungshäufigkeiten, Rechenmethoden, Lösungswege und Fehler von Erstklässlern beim Bearbeiten von Aufgaben im Zahlenraum bis Zwanzig*. Kovač.
- Gaidoschik, M. (2010). *Wie Kinder rechnen lernen - oder auch nicht. Eine empirische Studie zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr*. Lang.
- Gasteiger, H., Gerve, M., Nüsse, J., Schlieff, L., Schröder, G. & Tabelaing, L. (2020). Strategieverwendung bei Additionsaufgaben mit Zehnerübergang Ende Jahrgangsstufe 2. In A. Frank, S. Krauss & K. Binder (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019* (S. 249–252). WTM.
- Gerve, M. & Gasteiger, H. (2021). Einflussfaktoren für die Verwendung von Strategien beim Lösen von Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 20. In K. Hein, C. Heil, S. Ruwisch & S. Prediger (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2021* (S. 339–342). WTM.
- Niedersächsisches Kultusministerium (2017). *Kerncurriculum für die Grundschule Schuljahrgänge 1-4. Mathematik*. Hannover.
- Padberg, F. & Benz, C. (2021). *Didaktik der Arithmetik*. Springer Spektrum.
- Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Schroedel.