

Laura BURR, Ulm

Algorithmen als Dreh- & Angelpunkt – Eine Analyse der Tätigkeiten in der Numerik

Numerische Mathematik, kurz Numerik, beschäftigt sich als Teilgebiet der Angewandten Mathematik bei der Lösung mathematischer Problemstellungen unter anderem mit der Entwicklung von Algorithmen und deren Analyse (Harbrecht, 2022). In den letzten Jahren wurden vermehrt innovative und meist technologiegestützte Lehr- und Lernkonzepte für Lehrveranstaltungen der Numerik entwickelt (z.B. Bishop, 2013; Martín-Caraballo & Tenorio-Villalón, 2015). Häufig werden hierbei jedoch Numerik-Kurse in ingenieurwissenschaftlichen Studiengängen betrachtet. Beiträge, die sich auf Numerik-Veranstaltungen für Mathematik-Studierende beziehen, fokussieren sich mehrheitlich auf das Lehren numerischer Methoden (z.B. Wang, 2004). Obwohl Kurse zur Numerik mittlerweile (fester) Bestandteil vieler mathematischer Studiengänge sind, steht die Untersuchung der intendierten Tätigkeiten der Studierenden in diesen Lehrveranstaltungen und der daraus resultierenden Kompetenzen noch aus. Da die Literatur zu den Tätigkeiten in der Numerik bislang lediglich Hinweise liefert, scheint es angebracht zu sein, zunächst zu untersuchen, welche Charakteristiken die Numerik kennzeichnen und inwiefern sie sich von anderen mathematischen Disziplinen unterscheidet. Auf Grundlage dieser Überlegungen werden die folgenden beiden Forschungsfragen formuliert:

Forschungsfragen

- Welche charakteristischen Objekte, Handlungen und Tätigkeiten können in der Numerik identifiziert werden?
- Welche intendierten und fachspezifischen Tätigkeiten lassen sich insbesondere bei Studierenden in Numerik-Veranstaltungen feststellen?

Die zweite Forschungsfrage bezieht sich auf Numerik-Veranstaltungen, die in mathematischen Studiengängen angeboten werden. Lehrveranstaltungen, die im Kontext der Anwendungswissenschaften wie zum Beispiel den Ingenieurwissenschaften stattfinden, sollen im Folgenden nicht betrachtet werden.

Methodik

Zur Identifizierung und Beschreibung der Charakteristiken in der Numerik wird ein qualitativer Forschungsansatz mittels Expert*inneninterviews und rekonstruktiver Untersuchungsstrategie verwendet. Da die Untersuchungs-

gegenstände offensichtlich komplexe soziale Objekte und Geschehen darstellen, welche für die Expert*innen nicht vollständig transparent und beschreibbar sind, ist die Rekonstruktion dieser notwendig. Auf Grundlage von Hinweisen aus der Literatur wurden fünf Doktorand*innen und ein Projektmitarbeiter in leitfadengestützten Einzelinterviews zu ihrem Bild von der Numerik, ihren Tätigkeiten in der Forschung und Wissenschaft und den Tätigkeiten von Studierenden in Numerik-Veranstaltungen befragt. Der interviewte Projektmitarbeiter hatte zum Zeitpunkt des Interviews bereits seinen Doktorgrad in der Mathematik erhalten. Im Sinne eines qualitativen Stichprobenplans wurden bei der Auswahl der Expert*innen die folgenden Merkmale berücksichtigt: Geschlecht, Forschungsrichtung in der Numerik, Berufserfahrung und Art der Lehrerfahrung (z.B. Bachelor- und / oder Master-Veranstaltungen). Insgesamt wurden vier Männer und zwei Frauen befragt, die unter anderem in den Forschungsrichtungen „Numerische Lineare Algebra“, „Numerische Methoden für gewöhnliche Differentialgleichungen“ und „Computeraspekte Numerischer Algorithmen“ tätig sind. Die Berufserfahrung lag bei den Numeriker*innen zwischen einem und sechs Jahren. Ein Experte verfügte über keine bedeutsame Lehrerfahrung und berichtete deshalb unter anderem über seine Erfahrungen als Student in Numerik-Veranstaltungen. Die Interviews wurden aufgrund der Corona-Pandemie online über Zoom geführt. Für die Auswertung der Interviews wurde die qualitative Inhaltsanalyse mittels Extraktion nach Gläser und Laudel (2010) verwendet (Schreier, 2014). Die Interviewdauer lag zwischen 77 und 129 Minuten.

Vorläufige Ergebnisse

Die intendierten und fachspezifischen Tätigkeiten von Studierenden in Numerik-Veranstaltungen können auf Grundlage der ersten Ergebnisse der Expert*inneninterviews in neun verschiedene Metakategorien eingeteilt werden (vgl. auch Abb. 1): Arbeiten mit dem Problem, Arbeiten mit Algorithmen, Beweisen, Modellieren, Visualisieren, Implementieren, Validieren, Verifizieren, Wiederholen von Inhalten aus anderen mathematischen Disziplinen. Einige der identifizierten Metakategorien beinhalten Subkategorien. Die Metakategorie „Arbeiten mit Algorithmen“ enthält zum Beispiel die Subkategorien „Bewertung von Algorithmen“, „Anwendung von Algorithmen“, „Vergleich von Algorithmen“ und „Algorithmenentwicklung“. Einige der intendierten Tätigkeiten von Studierenden in Numerik-Veranstaltungen beziehen sich auf die zugrundeliegende mathematische Problemstellung. So werden zum Beispiel in der Metakategorie „Beweisen“ die Subkategorien „Beweise zum Problem“ und „Beweise zum Algorithmus“ zusammengefasst. Unter „Beweise zum Problem“ verstehen die Expert*innen Aussagen

zur Korrektheit eines Problems im Sinne von Hadamard. Aber auch die Metakategorien „Arbeiten mit dem Problem“ und „Modellieren“ nehmen Bezug auf jeweils zugrundeliegende mathematische Probleme. Einige Expert*innen sind der Meinung, dass die Studierenden in Numerik-Veranstaltungen selbstständig Modellierungen zu gegebenen Problemstellungen durchführen können sollten.



Abb. 1: Identifizierte Meta- und Subkategorien.

Algorithmen spielen in verschiedenen Meta- und Subkategorien, wie zum Beispiel „Visualisierung des Algorithmus“ oder „Beweise zum Algorithmus“, eine Rolle. Nach Meinung einiger Numeriker*innen sollen die Studierenden unter anderem in der Lage sein, den am besten zur Problemstellung passendste Algorithmus auszuwählen. Die Studierenden sollen in Numerik-Veranstaltungen laut Meinung einiger Expert*innen außerdem die Fähigkeit besitzen, verschiedene Algorithmen miteinander zu vergleichen und diese hinsichtlich verschiedener Aspekte wie zum Beispiel Laufzeit, Speicherbedarf, Konvergenzrate und Entwicklungszeit zu bewerten. Die Interviewten sind darüber hinaus der Ansicht, dass die Studierenden Algorithmen auf dem Computer in einer speziellen Programmiersprache oder Software wie zum Beispiel MATLAB umsetzen sollten. Diese Überlegung ist in der Metakategorie „Implementieren“ zusammengefasst. Einige der befragten Numeriker*innen sind außerdem der Meinung, dass die Studierenden in Numerik-Veranstaltungen ihre Programme auf Korrektheit testen sollen, was in der

Metakategorie „Durchführung von Tests“ festgehalten ist. Tätigkeiten der Studierenden, die die Ergebnisse von Algorithmen und deren Implementierungen beinhalten, sind unter anderem in den Metakategorien „Verifizieren“, „Validieren“ zusammengefasst. Die Studierenden sollen darüber hinaus laut eines Interviewten in der Lage sein, Inhalte aus anderen mathematischen Disziplinen wie zum Beispiel der Analysis selbstständig zu wiederholen.

Diskussion und Ausblick

Erste Ergebnisse der Interviews zeigen hinsichtlich der zweiten Forschungsfrage, dass die intendierten und fachspezifischen Tätigkeiten von Studierenden in Numerik-Veranstaltungen laut der Expert*innen vielfältig sind und sowohl mathematische Tätigkeiten wie zum Beispiel das Beweisen als auch informatische Tätigkeiten wie zum Beispiel das Implementieren umfassen. Neben Algorithmen konnten unter anderem auch Approximationen und Computer als charakteristische Objekte der Numerik identifiziert werden. Um die ersten Erkenntnisse zu den charakteristischen Objekten, Handlungen und Tätigkeiten in der Numerik auszuweiten, wurden bereits zehn weitere Expert*inneninterviews mit Professorinnen, Professoren und Postdocs der Numerik durchgeführt, deren Auswertung aktuell noch aussteht.

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Interviews dafür genutzt, die Kompetenzen von Studierenden zur Bewältigung von Problemstellungen in Numerik-Veranstaltungen zu identifizieren und zu beschreiben. Damit lassen sich bereits erste Rückschlüsse auf Lehr- und Lernkonzepte zur Entwicklung der entsprechenden Kompetenzen ziehen.

Literatur

- Bishop, J. L. (2013). *A Controlled Study of the Flipped Classroom with Numerical Methods for Engineers* (Dissertation). Utah State University. All Graduate Theses and Dissertations. <https://doi.org/10.26076/0256-9f82>
- Gläser, J. & Laudel, G. (2010). *Experteninterviews und qualitative Inhaltsanalyse* (4. Aufl.). VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Harbrecht, H. (2022). *Einführung in die Numerik: Skript zur Vorlesung im Frühjahrsemester 2022*. Universität Basel, Departement Mathematik und Informatik. <https://cm.dmi.unibas.ch/teaching/numerik/skript.pdf>
- Martín-Caraballo, A. M. & Tenorio-Villalón, Á. F. (2015). Teaching Numerical Methods for Non-linear Equations with GeoGebra-Based Activities. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 10(2), 53–65. <https://doi.org/10.29333/iejme/291>
- Schreier, M. (2014). Varianten qualitativer Inhaltsanalyse: Ein Wegweiser im Dickicht der Begrifflichkeiten. *Forum Qualitative Sozialforschung / Forum: Qualitative Social Research*, 15(1). <https://doi.org/10.17169/fqs-15.1.2043>
- Wang, W. (2004). Student-centred teaching of Numerical Analysis. *The China Papers*, 2, 60–63.