Stefan POHLKAMP, Aachen & Johanna HEITZER, Aachen

Aus und für Krisen lernen?! Qualitatives Verständnis von mathematischen Phänomenen für eine resiliente Bildung

Klafkis Schlüsselprobleme, mit denen Menschheitsherausforderungen in curricularen Inhalten und Zielen Platz finden, prägen aktuelle Debatten, wenn auch anders als 1985: Friede, Umwelt, Ungleichheit, Technologie, menschliche Beziehungen (2007, S. 56–60). Die Schlüsselprobleme lassen sich in Hinblick auf die jüngeren Krisen nicht nur ergänzen (etwa um Gesundheit), sondern an deren Heftigkeit wird auch die Disruptivität deutlich, mit der Gesellschaft und Schule konfrontiert sind. Obwohl diese Themen verschiedene fachliche Perspektiven erfordern, steht hier die Frage im Zentrum, was diese Entwicklungen für mathematische Bildung bedeuten und umgekehrt. Dabei wird die These vertreten, dass sich sowohl als Reaktion auf bisherige Krisen als auch proaktiv mathematische Phänomene identifizieren lassen, deren Verständnis und Bewertung bildungsrelevante qualitative Zugänge zu komplexen aktuellen Themen darstellen. Als Phänomene werden hier bestimmte mathematische Wirkmechanismen verstanden, die in Bezug auf das Wesen und den Gebrauch von Mathematik aufklärerisch wirken und zur fachlich fundierten Meinungsbildung beitragen – gerade auch angesichts von Menschheitsherausforderungen.[1]

Die Rolle der Mathematik angesichts von Krisen

Skovsmose (2021) nennt drei Arten, wie Mathematik in Krisen genutzt wird: Mathematik kann eine Krise abbilden („picture“), Mathematik kann eine Krise ausmachen („constitute“) und Mathematik kann eine Krise prägen. („format“). Die erste Beziehung beschreibt die Tatsache, dass Realität mittels Mathematik beschrieben und abstrahiert werden kann, und ist mit der deskriptiven Modellierung im Lernplan sehr präsent (Pohlkamp, 2022, S. 54). Den zweiten Gebrauch veranschaulicht das Beispiel von Finanzalgorithmen, die bei Preisfällen automatisch sekundenschnell verkaufen, den Prozess also beschleunigen und einen echten Aktiensturz so erst auslösen (Skovsmose, 2021, S. 375). Aufgrund zunehmender algorithmischer Entscheidungssysteme (z. B. auch in der Justiz) sollten Algorithmen für eine mathematisch begründete Krisen-Resilienz stärker fokussiert werden, zumal erste unterrichtspraktische Vorschläge existieren (Jablonka & Lengnink, 2022).

In der dritten Art steckt die Erkenntnis, dass Mathematik nicht nur deskriptiv, sondern „performativ“ genutzt werden kann; Skovsmose (2021, S. 377f.) meint damit vor allem, dass aus dem Lesen von nur vermeintlich neutralen mathematischen Abbildungen der Krise Handlungen abgeleitet werden, die

In: IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2022.
56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872089.0

die Krise u. U. mittelbar verschlimmern. Als Beispiel dient die Argumentation von Barwell (2013, S. 11), dass die mathematische Beschreibung den Klimawandel kontrollierbar erscheinen lasse (s. die Forderung der ‚Technologieoffenheit' in der politischen Debatte); was man erfassen könne, könne man auch beherrschen. Anhand der Arktiseis-Entwicklung lässt sich das Spannungsfeld zwischen dem Lesen der Realität mit Daten und dem Schreiben einer Wirklichkeits(wahrnehmung) durch Daten mit Schüler*innen thematisieren (Pohlkamp, i. Dr.). Für das Fernziel der Differenzierung deskriptiver und performativer Elemente bietet es sich an, zunächst die reine normative Modellierung anhand verschiedener Unterrichtsvorschläge zu betrachten (Pohlkamp, 2022, S. 249–251). Auch wenn Normativität z. T. den Existenz begründenden Aspekt von *constitute* erfüllt, – „Im normativen Fall existiert der Sachverhalt *nicht ohne* Mathematik" (Sjuts, 2009, S. 195, Herv. i. Orig.) – bietet sie eine Nuancierung von *format* an: Versteht man ‚performativ' wortwörtlich als ‚mit einer Darstellung Handlung bewirken', verortet sich das normative „Mathematik kann Krisen gestalten" zwischen ‚unmittelbar ausmachen' und ‚(über Darstellungen und deren Interpretation) prägen'. <u>Normativität</u> bzw. Performanz sind Phänomene, anhand derer aus und für Krisen gelernt werden kann: Mathematik stellt nicht nur ein neutrales Mittel der Abbildung, sondern auch Grund, Rahmen und Anlass für Entwicklungen und Handlungen dar.

COVID und das Phänomen der Exponentialität

Die COVID-Situation illustriert die Bedeutung ‚post-normaler' Wissenschaft, bei der im Gegensatz zu herkömmlichen, allmählichen Problemlöseprozessen bei einer hohen Unsicherheit schnell folgenschwere Werteabwägungen und risikoreiche Entscheidungen notwendig sind (Funtowicz & Ravetz, 1993, S. 740; 744). Entsprechend disruptiv hat das exponentielle Wachstum den Diskurs zu COVID bestimmt. So musste man z. T. zu einer Kurve logarithmierter Fallzahlen übergehen, weil sonst der Darstellungsrahmen gesprengt worden wäre; wobei diese mathematische Kontrollierbarkeit fälschlicherweise oft mit einer realen assoziiert wird. Denkt man Curriculum von Krisen *top-down*, stellt das Arbeiten mit skalierten Achsen ein Desiderat dar. Dabei sollte mathematikdidaktisch reflektiert werden, wie sinnvoll bzw. riskant Darstellungen sind, bei denen Exponentialfunktionen wie Geraden aussehen und das Verständnis für den qualitativen Unterschied zwischen beiden Abhängigkeiten möglicherweise erschwert wird.

Auch wenn Kollosche und Meyerhöfer mathematische Argumente gegen eine exponentielle Modellierung sammeln, attestieren sie Medien und Laien ein gutes Verständnis der Exponentialfunktion, mit dem die Entwicklung der COVID-Fälle gut zugänglich wird (2021, S. 410–413). Daraus ergeben sich drei Schlussfolgerungen, warum das Phänomen der Exponentialität Bestandteil resilienter mathematischer Bildung sein sollte: Ein Einwand (endliche Menschen-, also endliche Infektionsanzahl) führt erstens zur Grundfrage zurück, ob unbeschränktes Wachstum auf einem begrenzten Planeten überhaupt möglich ist – ein Topos, der vielen Herausforderungen zu Grunde liegt. Trotz dieser kritischen Reflexion wird zweitens nicht bestritten, dass das exponentielle Modell eine gute Erklärung für viele bietet. Mit der Verdopplungszeit – oder dem Reproduktionswert (d. h. der Basis) – sind drittens auch wichtige Aspekte von Exponentialität popularisiert worden, die sich im Unterricht nutzen lassen: Wie komme ich von der Verdopplungszeit zu einer Funktionsgleichung/-kurve und welche Grenzen hat diese Darstellung angesichts sich ständig verändernder Verdopplungszahlen? Trotz Zweifeln, ob unser Gehirn exponentielles Wachstum fassen kann[2], muss das Thema noch stärker als mathematisches Phänomen kanonisiert werden.

Weitere Phänomene mit Potential resilienter mathematischer Bildung

Bei der Einordnung gegenwärtiger Probleme kann ebenso die Summe zweier Funktionen (insb. periodischer Funktionen) hilfreich sein, die für das Zusammenwirken mehrerer Dynamiken steht (analog bietet die Komposition einen mathematischen Zugang zu sukzessiven Dynamiken). Dabei muss es weder um eine formelorientierte Bearbeitung noch um eine realitätsbezogene Modellierung gehen. Denn die Beschreibung der qualitativen Wirkung – ohne den Anspruch auf eine korrekte Quantifizierung – steht im Vordergrund: Welchen Effekt ergeben etwa eine steigende und eine periodische Funktion gemeinsam (Anstieg der CO_2-Konzentration bei jahreszeitlichen Schwankungen)? Auch die Addition einer verschobenen und/oder in der Periodenlänge veränderten Sinuskurve zur ursprünglichen Sinuskurve bietet ein Erklärungsmuster, wie sich Effekte aufheben oder verstärken können.

In Abgrenzung muss aber auch das Spannungsfeld diskret und kontinuierlich explizit im Unterricht thematisiert werden. Wie der Frosch sprichwörtlich nicht aus dem langsam erhitzenden Wasser springt, verbirgt die stetige Darstellung wichtige Erkenntnisse, z. B. sind Messwerte diskret und die Kontinuisierung ist ein erster glättender Eingriff, auch lassen sich viele mathematischen Probleme nicht exakt lösen (Titz, 2021, S. 119). Eine relevante Diskretisierung ist, wenn in den o. g. algorithmischen Entscheidungssystemen Realität mithilfe einer endlichen Anzahl an Informationen in einen oft zweiwertigen Output (z. B.: kreditwürdig?) überführt wird. Nicht zuletzt bieten Unstetigkeitsstellen eine mathematische Metapher für Klimakipppunkte oder andere disruptive, womöglich unumkehrbare Entwicklungen. Damit wird auch dem Eindruck entgegengewirkt, alles sei stetig und beherrschbar.

Ein Beispiel für die Erweiterbarkeit elementarmathematischen Schulstoffs auf Erkenntnisse zu einer kontraintuitiven, aber relevanten Dynamik stellt die Kovariation von Oberfläche und Volumen (Stichwort Massigkeit mit Anwendung wiederum auf die Arktiseis-Entwicklung, vgl. Heitzer, 2020).

Fazit

Den exemplarischen Phänomenen, die mathematisch zu einer disruptiven Krisen gegenüber resilienten Bildung beitragen, ist gemein, dass dynamische Prozesse innermathematisch, realitätsbezogen oder hinsichtlich des gestalterischen Wirkens von Mathematik adressiert werden. Mündigkeit bedeutet dann, in Beispielen entsprechende Vorgänge phänomenologisch zu erfassen und zu bewerten, ohne von der Komplexität abgelenkt/überfordert zu sein.

[1] Im Vergleich zu Wagenschein (vgl. 1977) sind Phänomene hier weniger unmittelbar, können aber als Gegenüber empfunden werden und dienen insb. als Zugang.

[2] Vgl. *Supercodes - Die geheimen Formeln der Natur: Unsichtbare Kräfte*, 21:40–21:50. https://www.zdf.de/dokumentation/terra-x/supercodes-die-geheimen-formeln-der-natur-unsichtbare-kraefte-mit-harald-lesch-100.html

Literatur

Barwell, R. (2013). The mathematical formatting of climate change: Critical mathematics education and post-normal science. *Res. Math. Educ.*, *15*(1), 1–16.

Funtowicz, S. O. & Ravetz, J. R. (1993). Science for the post-normal age. *Futures, 25*(7), 739–755.

Heitzer, J. (2020). Teach the truth – Mathematikunterricht angesichts einer berechtigten Forderung. In H.-S. Siller et al. (Hrsg.), *BzMU 2020*. WTM.

Jablonka, E. & Lengnink, K. (2022). Gerechte Algorithmen …? *ml, 230,* 10–14.

Klafki, W. (2007). *Neue Studien zur Bildungstheorie. Zeitgemäße Allgemeinbildung und kritisch-konstruktive Didaktik* (6. Aufl.). Beltz.

Kollosche, D. & Meyerhöfer, W. (2021). COVID-19, mathematics education, and the evaluation of expert knowledge. *Educ. Stud. Math.*, *108*, 401–417. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10097-2

Pohlkamp, S. (2022). *Normative Modellierung im Mathematikunterricht. Bildungspotenzial, exemplarische Sachkontexte und Lernumgebungen*. WTM.

Pohlkamp, S. (in Druck). „Daten und Zufall“ mit „Modellieren“ verknüpfen: Bildungspotenzial am Beispiel von Datendarstellungen zum Arktis-Eis. *SiS*.

Sjuts, J. (2009). Mit Mathematik Wirklichkeit schaffen. In T. Leuders et al. (Hrsg.), *Mathemagische Momente* (S. 190–197). Cornelsen.

Skovsmose, O. (2021). Mathematics and crises. *Educ. Stud. Math., 108*, 369–383. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10037-0

Titz, M. (2021). *Zentrale Ideen der numerischen Mathematik. Vorschlag eines Katalogs und unterrichtliche Umsetzungen* [Dissertation]. RWTH Aachen University.

Wagenschein, M. (1977). Rettet die Phänomene! (Der Vorrang des Unmittelbaren). *MNU, 30*(3), 129–137.