Gabriella AMBRUS, Budapest

Die Methode ‚Lösungsstufen' bei der Untersuchung von Schülerlösungen

Eine Textaufgabe ist offen, wenn die zugrundeliegende Situation mehrere Lösungsmöglichkeiten enthält. Lernenden ist die Offenheit einer Textaufgabe nicht immer ersichtlich, und da sie die Offenheit häufig nicht erkennen, lösen sie die Aufgabe wie eine „geschlossene" Aufgabe (Verschaffel & De Corte, 1997). Bei einer Modellierungsaufgabe (Blum & Leiß, 2007) ist schon aus der Formulierung klar, dass es sich um eine nicht-herkömmliche Textaufgabe handelt.

Es ist durchaus schwer, die bei einer Textaufgabe nicht unmittelbar feststellbare Offenheit aufzuspüren, insbesondere dann, wenn die Formulierung der Aufgabe zunächst an eine herkömmliche Textaufgabe erinnert (Krawitz et al., 2018). Viele Veröffentlichungen in der fachdidaktischen Literatur thematisieren nur das Erkennen der Offenheit solcher Textaufgaben (z. B. Verschaffel, Greer & De Corte, 2000). Es sollte jedoch auch untersucht werden, auf welcher Niveaustufe die ausgemachte Offenheit in den Schülerlösungen anzusiedeln ist.

Über offene Textaufgaben mit realem Inhalt

Die Aufgaben, um die es hier geht, sind ähnlich zu den bekannten Textaufgaben in Schulbüchern. Sie sind „disguised as traditional problems" (Peled, Balacheff 2012, S. 308), aber die Situation der Aufgaben ist real oder realitätsnah. Schülerinnen und Schüler betrachten diese Aufgaben dennoch oft als ‚herkömmliche' Aufgaben und bearbeiten sie auch so, selbst dann, wenn sie vorher darüber informiert wurden, dass es sich um ‚andere Aufgaben' handelt und dass die reale Situation zu berücksichtigen ist (Greer, 1997).

Bei diesen Textaufgaben steckt die Schwierigkeit – zumindest bei den untersuchten Lernenden einer sechsten Klasse – also eher in der Berücksichtigung der Offenheit (Krawitz et al., 2018).

Die Methode ‚Lösungsstufen'

Als ein konkretes Beispiel zur Verdeutlichung der Methode nehmen wir die ‚Bus-Aufgabe':

„An army bus holds 36 soldiers. If 1128 soldiers are being bussed to their training site, how many busses are needed?" (Greer, 1997, S. 294)

In: IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2022.
56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872089.0

Die einfache Erkenntnis, dass es nur ‚ganze Buss' gibt, wird als ‚realistische Lösung', also als solche, die die Situation in Betracht zieht, bei verschiedenen Untersuchungen erwähnt (z. B. Greer, 1997, Verschaffel & De Corte 1997, Krawitz et al. 2018, Peled & Balacheff 2011). Jedoch ist eine vertiefte Erkenntnis möglich, nämlich weitere Aspekte der Situation einzubeziehen und damit andere korrekte Lösungen anzugeben. Wenn man zur ‚Bus-Aufgabe' weitere reale Möglichkeiten betrachtet, können die zugehörigen Lösungen entsprechend folgenden Niveaustufen geordnet werden:

Stufe 0: 31,3 Busse (‚herkömmliche' oder ‚geschlossene' Lösung – ohne Beachtung der realen Situation). *Stufe 1:* 32 Busse (Es gibt nur ganze Busse, also man braucht noch einen Bus.) *Stufe 2:* Es wird erwähnt, dass es auch weitere Möglichkeiten gibt (Zum Beispiel: Zu den Soldaten gehören auch die Busfahrer). *Stufe 3:* Es werden mindestens zwei Möglichkeiten bzw. Bedingungen formuliert. Darauf bezogen und unter Berücksichtigung der Wirklichkeit werden ausführliche Lösungen erarbeitet.

Bei der Lösung anderer Textaufgaben dieser Art sind ähnliche Niveaustufen zu beschreiben. Als Beispiel steht hier die ‚Taschengeld-Aufgabe':

„Seit Pisti und seine Familie in eine neue Wohnung eingezogen sind, bekommt er wöchentlich sein Taschengeld, 1000 Forint, und er legt das seitdem immer beiseite. Seit wieviel Tagen lebt er dort, wenn er schon so 35 000 Forint gesammelt hat?" (Ambrus, 2016, S.49; Pisti ist ein ungarischer Jungenname)

Die Einstufung von möglichen offenen Lösungen (Ambrus, 2016) sind in diesem Fall die folgende:

Stufe 0: Die Lösung 245 Tage folgt aus einer einfachen Multiplikation. *Stufe 1:* Eine Bedingung wird formuliert und dazu eine eventuell fehlerhafte oder nicht-vollständige Lösung angegeben, z. B. 245 Tage + einige Tage (abhängig von dem Tag des Einzugs). *Stufe 2:* Zwei oder mehrere Bedingungen sind angegeben und dazu eine eventuell fehlerhafte oder nicht-vollständige Lösung, z. B. 238 Tage bis 251 Tage. *Stufe 3:* Es werden systematisch bedachte Bedingungen genannt und dazu Lösungen angegeben, z. B. 233 Tage bis 251 Tage.

Allgemein ist eine Erweiterung der Niveaustufen für ähnliche Textaufgaben möglich.

Stufe 0: Hierzu gehört eine herkömmliche geschlossene Lösung.

Stufe 1: Der Text der Aufgabe wird mit der Wirklichkeit in Zusammenhang gebracht – es wird mindestens eine genannte oder ungenannte Bedingung berücksichtigt und eine passende Lösung eventuell teilweise angegeben.

Stufe 2: Es werden Bedingungen formuliert, aber nur teilweise bearbeitet.

Stufe 3: Es werden mehrere Bedingungen aus der Situation analysiert, dazu Lösungen erarbeitet und diese auch reflektiert (ob sie ‚real' und nicht nur ‚mathematisch' möglich sind).

Diese Niveaustufen können mit den drei Niveaustufen der Modellierungskompetenz (Henning & Keune, 2011) verglichen werden. Dabei bilden unsere Niveaustufen praktisch eine Erweiterung der Stufe 2 (selbstständige Modellbildung).

Verwendung der Methode bei der Auswertung von Schülerarbeiten

Die Methode wurde bei der Auswertung des Ausgangtests (‚Taschengeld-Aufgabe') eines schulischen Entwicklungsprogramms verwendet, um mehr Einsicht in die Lösungsqualität der Schülerinnen und Schüler zu bekommen.

Das Programm zielte darauf, bei Lernenden eine Qualitätssteigerung bei ‚realistischen Lösungen von Textaufgaben mit verborgenem realem Inhalt' zu erreichen. Diese Zielsetzung resultierte unter anderem aus unserer vorangehenden Erprobung mit der ‚Taschengeld-Aufgabe' bei mehr als 1000 Schülerinnen und Schüler vom 2. bis zum 10. Jahrgang (Ambrus et al., 2019).

Im Programm arbeiteten Schülerinnen und Schüler des 9. und 11. Jahrgangs (samt Kontrollgruppen) aus zwei Gymnasien in Budapest mit offenen realen Textaufgaben in fünf Sitzungen. Die Stunden wurden von (darauf vorbereiteten) Mathematiklehrkräften der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler geleitet; sie dauerten 15 Minuten, lagen am Anfang einer Mathematikstunde und fanden wöchentlich einmal statt. In den Sitzungen wurde im Allgemeinen eine Textaufgabe bearbeitet. Jede Sitzung bestanden aus drei Teilen (selbstständige Lösung – paarweise Besprechung – gemeinsame Besprechung).

Die dreiteilige Lösungsmethode wurde anhand der Erfahrungen eines Förderprogrammes mit ähnlichem Ziel für Studierende ausgearbeitet. Im Ausgangstest wurde die ‚Taschengeld-Aufgabe' von den Versuchs- und Kontrollgruppen gelöst, um die Ergebnisse mit der erwähnten Untersuchung vergleichen zu können.

Diskussion

Die Tabelle unten verdeutlicht, dass mit Hilfe der Niveaustufen eine genauere Einsicht in die Denkweisen der Schülerinnen und Schüler gewonnen werden kann. Sie zeigt: Wenn die Anzahl der offenen Lösungen in einer Gruppe zunimmt, ist auch das allgemeine Lösungsniveau etwas höher. Und: Ein höherer Jahrgang bedeutet nicht notwendigerweise eine bessere Leistung.

	Schule A		Schule B	
	V Gruppe	K Gruppe	V Gruppe	K Gruppe
Stufe 0	10 (5)	18 (14)	1 (3)	3 (8)
Stufe 1	2 (7)	0 (1)	7 (7)	8 (7)
Stufe 2	1 (0)	0 (0)	5 (0)	2 (2)
Stufe 3	0 (0)	0 (0)	1 (0)	1 (0)
Gesamt	13 (12)	18 (5)	14 (10)	14 (17)

Tab. 1: Ergebnis für die Jahrgänge 9 und 11 (in Klammern).

Das Thema des vorliegenden Beitrags wird noch weiter erörtert in Ambrus (2020). Die zugrundeliegende Studie wurde finanziert durch das *Content Pedagogy Research Program of the Hungarian Academy of Sciences* von 2016-2021.

Literatur

Ambrus, G. (2016). The Pocket Money problem. In A. Kuzle, B. Rott & T. Hodnik Čadež (Hrsg.), *Problem Solving in the Mathematics Classroom – Perspectives and Practices from Different Countries* (S. 49–59). WTM.

Ambrus, G. (2020). Untersuchung von Schülerlösungen mit Hilfe von Lösungsniveaus bei Textaufgaben mit realitätsnahem Inhalt. In G. Ambrus, J. Sjuts, Ö. Vancsó & É. Vásárhelyi (Hrsg.), *Komplexer Mathematikunterricht. Die Ideen von Tamás Varga in aktueller Sicht* (S. 63–78). WTM. https://doi.org/10.37626/GA9783959871648.0

Ambrus, G., Herendiné Kónya, E., Kovács, Z., Szitányi, J. & Csíkos, C. (2019). A Cross-sectional Analysis of Students' Answers to a Realistic World Problem from Grade 2 to 10. *IEJME*, *14*(3), 513–521. https://doi.org/10.29333/iejme/5753

Blum, W. & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines et al. (Hrsg.), *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics* (S. 222–231). Horwood.

Greer, B. (1997): Modelling Reality in Mathematics Classrooms: The Case of Word Problems. *Learning and Instruction*, *7*(4), 293–397).

Henning, H. & Keune, M. (2011). Niveaustufen von Modellbildungskompetenzen. In H. Henning & F. Freise (Hrsg.), *Realität und Modell* (S. 17–27). WTM.

Krawitz, J., Schukajlow, S. & Van Dooren, W. (2018). Unrealistic responses to realistic problems with missing information: what are important barriers? *Educational Psychology*, *38*(10), 1221–1238. https://doi.org/10.1080/01443410.2018.1502413

Peled, I. & Balacheff, N. (2011). Beyond realistic considerations: modeling conceptions and controls in task examples with simple word problems. *ZDM*, *43*, 307–315.

Verschaffel, L. & De Corte, E. (1997). Word problems: A vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school? In T. Nunes & P. Bryant (Hrsg.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (S. 69–97) Psychology Press/Erlbaum (UK) Taylor & Francis.

Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000): *Making sense of word problems*. Swets & Zeitlinge.