

Lara BILLION, Frankfurt & Melanie HUTH, Gießen

Handlungen und Gesten von Lernenden an Diagrammen – eine semiotische Perspektive auf Darstellungen

Darstellungen sind für die Erforschung von mathematischem Lernen von zentraler Bedeutung (Ott, 2016). Mit dem Fokus auf schriftliche Darstellungen neigen wir in der mathematikdidaktischen Forschung dazu, die Tätigkeit, die diese Darstellungen erzeugt, zu vernachlässigen (Sinclair & de Freitas, 2014). Auf Grundlage dieses Forschungsdesiderats, fokussiert der Beitrag Handlungen und Gesten von Lernenden im Grundschulalter in Bezug auf Darstellungen. Laut Hoffmann (2003) ist das „Spiel mit Darstellungen und deren tautologische Umformung“ (S. 18) für das Finden von mathematischen Ideen zentral. Vogel und Huth (2020) beschreiben Schnittstellen von Gesten und Handlung im mathematischen Agieren als Knotenpunkte in Zeichentransformationsprozessen. Harrison (2018) betont vor allem ihre gemeinsame Funktion in alltäglichen Situationen. Welche Rolle Gesten und Handlungen von Lernenden in der mathematischen Auseinandersetzung als Teil des Spiels mit Darstellungen haben, soll hier rekonstruiert werden.

Semiotische Perspektive auf Darstellungen

Darstellungen in jeglicher Form sind nach C. S. Peirce (1931-35) als Zeichen zu beschreiben. Voraussetzung ihrer Zeichencharakteristik ist die Wahrnehmung als Zeichen durch eine zeichenlesende Person. Peirce' triadisches Zeichen besteht aus Repräsentamen, Objekt und Interpretant (CP 2.228) und kann einen indexikalischen (verweisenden), symbolischen (regelhaften) oder ikonischen (abbildenden) Charakter aufweisen (CP 2.247-249). „Schließlich gibt es auch komplexere Zeichen, bei denen Ikone, Indizes und Symbole miteinander verbunden sein können.“ (Wille, 2020, S. 197). Diagramme nach Peirce werden als solche komplexen Zeichen (Darstellungssysteme) beschrieben (Billion & Huth, angenommen) und sind damit spezielle Darstellungen (Ott, 2016). Weniger die äußere Form von Zeichen in Diagrammen, als vielmehr die Zeichenrelation bestimmt den Gebrauch als Diagramm (Dörfler, 2015). Die Interpretation dieser Relationen ermöglicht der zeichenlesenden Person die Zeichen oder Darstellungen als ein Diagramm zu verstehen und daran Manipulationen vorzunehmen. Diese Manipulationen können vielseitig sein, so sind darunter z. B. Handlungen nach bestimmten mathematischen Regeln oder Gesten, die diese Regeln am Diagramm anzeigen zu verstehen. Aktivitäten an und mit Diagrammen werden als Kern mathematischen Tuns verstanden (CP 1.54). Aus semiotischer Perspektive können Darstellungen je nach sozial ausgehandeltem Gebrauch als Diagramm verstanden werden und sind zentraler Bestandteil mathematischen Lernens.

Gesten und Handlungen an Diagrammen

Wie Billion (2021) zeigt, müssen für Handlungen an mathematischen Diagrammen die Relationen zwischen den Zeichen berücksichtigt werden. Handlung können dann weitere Relationen herstellen, z. B. durch die Veränderung von Materialanordnungen. Gesten können in mathematischen Lernenden-Interaktionen verschiedene Funktionen übernehmen. In Bezug auf mathematische Diagramme können sie Manipulation anzeigen und selbst zum Diagramm werden (Huth, 2022). Handlungen an Darstellungen erzeugen neue, von der Handlung unabhängige Darstellungen, also Zeichen. Diese neuen Zeichen können potenziell als Diagramm gedeutet werden, wenn sie regelhafte Relationen aufweisen und diese erkannt werden. So sind erneut mathematische Erkenntnisse möglich. Gesten können an Darstellungen (z. B. Materialanordnungen) erzeugt werden und Manipulationen anzeigen. Sie können aber auch eine, von ihnen abhängige Darstellung erzeugen. Diese gestische Darstellung ist immer an die Geste gebunden, denn die Geste nutzt kein von ihr unabhängiges Zeichen. Die Geste kann damit selbst als Darstellung interpretiert werden. Handlungen und Gesten an Darstellungen zeigen eine gewisse Nähe, weil Handlungen Manipulationen ausführen und Gesten diese anzeigen können. Es stellt sich in diesem Beitrag die Frage: In welcher Weise nutzen Lernende Handlungen und Gesten in Bezug auf Darstellungen in einer mathematischen Situation?

Beispiel – Svens Handlungen und Gesten im mathematischen Agieren

Die hier betrachteten Daten stammen aus der Studie *MatheMat – Mathematisches Lernen mit Materialien* (Billion, 2021). In der Lernsituation beschäftigen sich die Viertklässler Ben und Sven mit Daten und ihrer bivariaten Darstellung. Sie klären, ob größere Kinder auch tendenziell eine größere Ellenlänge aufweisen. Den Schülern stehen ein unbeschriftetes Koordinatensystem, Datenkarten, Klebezettel und mit Namen beschriftete Holzklötze zur Verfügung. Die Situation wurde videografiert und relevante Teile transkribiert. In der qualitativen Analyse wurde zuerst eine Adaption der Kontextanalyse nach Mayring (2014) im semiotischen Sinne (Billion, 2021) angewendet. Die Ergebnisse dieser Analyse wurden anschließend für das Erstellen von semiotischen Prozess-Karten (Huth, 2022; Schreiber, 2010) genutzt. Mit dem Zeichenbegriff nach Peirce werden Lautsprache, Gestik und Handlung der Lernenden als Zeichentriaden im Prozess abgebildet. Gleichzeitige Äußerungen werden als nebeneinanderstehende Zeichentriaden grafisch dargestellt. Die rekonstruierten Objekte basieren auf der zuvor durchgeführten semiotischen Kontextanalyse. In dem abgebildeten Ausschnitt (siehe Abb. 1) wird aus Platzgründen ausschließlich auf die Gesten und Handlungen von Sven fokussiert, wenngleich er mit Ben interagiert.

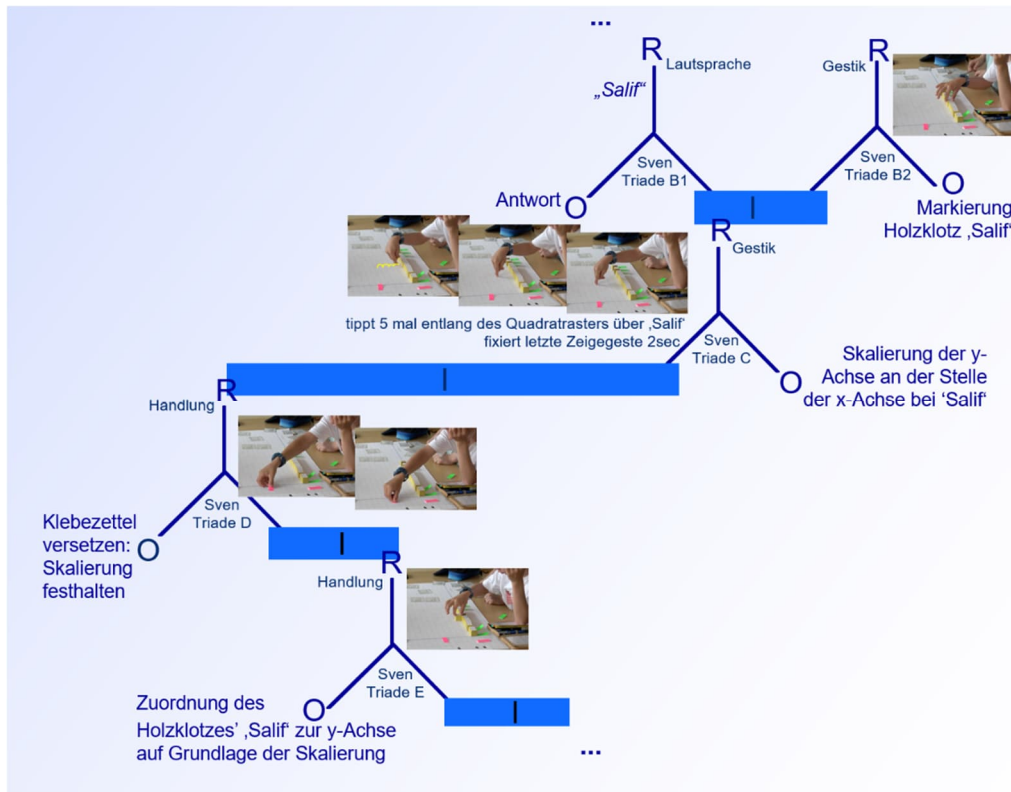


Abb. 1: Ausschnitt der Semiotischen Prozess-Karte, Triadenfolge 1

Die Triadenfolge zeigt einen Ausschnitt des Zeichenprozesses, der eine Skalierung der y-Achse (Ellenlänge) durch Sven abbildet und seine Positionierung des Holzklötzes *Salif* im Graph darstellt. Zuvor sagt Sven „und wer hat jetzt 31“. Er beantwortet dies offensichtlich selbst und markiert gestisch den entsprechenden Holzklötz (Triade B1 und B2). In Triade C tippt Sven oberhalb des auf der x-Achse liegenden Holzklötzes *Salif*, parallel zur y-Achse, fünfmal nach oben. Die Geste konstruiert an dieser Stelle ikonisch-indexikalisch die Skalierung als regelmäßiges, abstandsgleiches Tippen entlang der y-Achse. Sie nutzt die bereits verfügbare Darstellung des Graphen, um daran eine gestische Darstellung (Skalierung) zu erzeugen. In Triade D formt Sven handelnd die Skalierung durch die Beschriftung der y-Achse gemäß der zuvor erzeugten Geste um. Die gestische Darstellung wird durch die Handlung in einer von ihr unabhängigen, dauerhaften Darstellung festgehalten. Anschließend nimmt Sven (Triade E) eine Manipulation der Darstellung des Graphen durch seine Handlung der Zuordnung des Holzklötzes *Salif* vor.

Fazit

Das Beispiel zeigt, wie Lernende durch Handlungen und Gesten das „Spiel mit Darstellungen und deren tautologische Umformung“ (Hoffmann, 2003, S. 18) in ihrem mathematischen Agieren mit Diagrammen nutzen. Im Zusammenspiel von Gesten und Handlungen werden Relationen im Diagramm

erzeugt, verwendet und festgehalten, um das Diagramm regelkonform zu erweitern. Tautologische Umformungen werden vor allem in einer Zeichen-
transformation zwischen Handlung und Gestik geleistet, indem gleiche Re-
lationen (z. B. Skalierung) auf zwei verschiedene Weisen dargestellt werden.

Literatur

- Billion, L. (2021). Reconstruction of the interpretation of geometric diagrams of primary school children based on actions on various materials – a semiotic perspective on actions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3), Artikel em0650. <https://doi.org/10.29333/iejme/11068>
- Billion, L. & Huth, M. (angenommen). Mathematics in Actions and Gestures – a young Learner’s Diagrammatic Reasoning. *Proceedings of the 5th POEM (2022)*. Schweden.
- Dörfler, W. (2015). Abstrakte Objekte in der Mathematik. In G. Kadunz (Hrsg.), *Semiotische Perspektiven auf das Lernen von Mathematik* (S. 33–49). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-55177-2>
- Harrison, S. (2018). *The impulse to gesture. Where language, minds, and bodies intersect*. Cambridge University Press.
- Hoffmann, M. (2003). Lernende lernen abduktiv: eine Methodologie kreativen Denkens. In H.-G. Zeibert, S. Heil & A. Prokopf (Hrsg.), *Abduktive Korrelation. Religionspädagogische Konzeption, Methodologie und Professionalität im interdisziplinären Dialog* (S. 125–136). LIT-Verlag.
- Huth, M. (2022). Handmade diagrams – Learners doing math by using gestures. *12th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 12)*. Bozen.
- Mayring, P. (2014). *Qualitative content analysis: theoretical foundation, basic procedures and software solutions*. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-395173>
- Ott, B. (2016). *Textaufgaben grafisch darstellen. Entwicklung eines Analyseinstruments und Evaluation einer Interventionsmaßnahme*. Waxmann.
- Peirce, C. S. (CP). *Collected Papers of Charles Sanders Peirce* (Volumes I-VI, ed. by C. Hartshorne, & P. Weiss, 1931-1935, Volumes VII-VIII, ed. by A. W. Burks, 1958). Harvard UP.
- Schreiber, C. (2010). *Semiotische Prozess-Karten. Chatbasierte Inskriptionen in mathematischen Problemlöseprozessen*. Waxmann.
- Sinclair, N. & de Freitas, E. (2014). The haptic nature of gesture: Rethinking gesture with new multitouch digital technologies. *Gesture*, 14(3), 351–374. <https://doi.org/10.1075/gest.14.3.04sin>
- Vogel, R. & Huth, M. (2020). Modusschnittstellen in mathematischen Lernprozessen. Handlungen am Material und Gesten als diagrammatische Tätigkeit. In G. Kadunz (Hrsg.), *Zeichen und Sprache im Mathematikunterricht – Semiotik in Theorie und Praxis* (S. 215–255). Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-61194-4>
- Wille, A. (2020). Mathematische Gebärden in Österreichischen Gebärdensprache aus semiotischer Sicht. In G. Kadunz (Hrsg.), *Zeichen und Sprache im Mathematikunterricht – Semiotik in Theorie und Praxis* (S. 193–214). Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-61194-4_9