

Julia BRUNS, Paderborn & Dinah REUTER, Freiburg

„Ich hab als Erstes die angeguckt“ – Muster- und Strukturerkennung mit Eye-Tracking besser verstehen?

Muster- und Strukturerkennung und Mathematiklernen

Vielfach zitiert ist die Sicht auf Mathematik als Wissenschaft der Muster und Strukturen; mathematisches Tätigsein zeigt sich demnach in der Auseinandersetzung mit Mustern (bspw. Devlin, 1998). Folglich hat die Fähigkeit, Muster und Strukturen zu erkennen, eine zentrale Bedeutung für mathematisches Lernen. Nach Lüken (2012, S. 22) lassen sich die Begriffe Muster und Struktur wie folgt abgrenzen: „Ein Muster [...] beschreibt eine Regelmäßigkeit. [...] Die Beziehungen zwischen den verschiedenen Bestandteilen eines Musters stellen eine Struktur dar.“ Aufgrund des engen Verhältnisses zwischen den beiden Begriffen wird auch häufig in der Kombination von Muster- und Strukturerkennung gesprochen. Bei der *Muster- und Strukturerkennung* handelt es sich um einen mentalen Prozess (bspw. Goldstein, 2008), der sich durch eine individuelle, konstruktive Tätigkeit auszeichnet (Lüken, 2012) und komplexe Wahrnehmungstätigkeiten voraussetzt. Dabei lassen sich die Beziehungen zwischen Muster und Struktur nicht konkret abbilden, „sondern [müssen] abstrakt verstanden und in das Muster hineingedeutet werden“ (ebd., S. 23f.). Für den Mathematikunterricht bedeutet dies, dass u.a. „das Erkennen von Beziehungen zwischen Zahlen – also das ‚Sehen‘ mathematischer Strukturen“ (Häsel-Weide, 2013, S. 23) als höchst bedeutsam eingeschätzt werden kann.

Forschung im Kontext Muster- und Strukturerkennung

Vorliegende Studien zur Muster- und Strukturerkennung lassen sich bzgl. der inhaltlichen Ausrichtung grob vier Schwerpunkten zuordnen.

- **Muster- und Strukturerkennung und mathematische Leistung** (bspw. Lüken, 2012; Mulligan & Mitchelmore, 2009): In diesen Studien werden insbesondere Produkte der Auseinandersetzung mit Musterfolgen betrachtet. Die Ergebnisse weisen auf einen hohen Zusammenhang zwischen Muster- und Strukturerkennung und mathematischen Leistungen hin.
- **Muster- und Strukturerkennung in produktiven Aufgabenformaten** (bspw. Akinwunmi, 2012; Häsel-Weide, 2013): Diese Studien schließen durch Interviews und aufgabenbegleitende verbale Erklärungen auf die Muster- und Strukturerkennung von Lernenden in produktiven Aufgabenformaten.
- **Muster- und Strukturerkennung als Merkmal mathematischer Begabung** (bspw. Heinze, 2005; Käpnick, 1998): In diesen Studien wird über die

Verbalisierungen der Vorgehensweisen bei der Bearbeitung von Aufgaben sowie den entstandenen Produkten auf die Muster- und Strukturerkennung geschlossen, die als starkes Merkmal mathematischer Begabung angesehen wird.

- Muster- und Strukturerkennung bei der Anzahlerfassung (bspw. Söbbeke, 2005; Schindler et al., 2019; Sprenger, 2021): Wesentliche Methode zur Erfassung der Muster- und Strukturerkennung ist in diesen Studien das Interview, in dem Kinder begleitend oder post-hoc erkannte Strukturen beschreiben. Neueste Studien nutzen zudem die Methode des Eye-Trackings mit dem Ziel, die Erkennungsprozesse besser zu verstehen.

Zusammenfassend zeigt sich, dass ein Großteil der bisherigen Studien auf (Material-)Handlungen sowie Verbalisierungen basieren. Damit wird auf den zugrundeliegenden *Wahrnehmungsprozess* der Muster- und Strukturerkennung über Umwege geschlossen. Die Studien zur Anzahlerfassung lassen vermuten, dass die Methode des Eye-Trackings einen stärkeren Einblick in diese Erkennungsprozesse erlaubt. Dies stellt den Anknüpfungspunkt dieser Studie dar. Ziel ist es, dem Potential des Eye-Trackings zur Untersuchung der Muster- und Strukturerkennungsprozesse von Lernenden nachzugehen.

Darstellung der eigenen Studie

Bei der Studie handelt es sich um eine qualitative *multiple case study* (Yin, 2018). Die Stichprobe besteht aus $n=20$ Dritt- und Viertklässler*innen. Zehn der Kinder haben an einer mathematischen Begabungsförderung teilgenommen und werden als potentiell mathematisch begabt eingeordnet. Die anderen Kinder zeigten in einem standardisierten Test mittlere bis schwache mathematische Leistungen. Für die Erfassung der Muster- und Strukturerkennung wurde die Aufgabe ‚Zahlenfeld‘ eingesetzt (s. Abb. 1, Käpnick, 1998). Diese wurde an einem Bildschirm 60 s präsentiert und die Kinder gebeten, sich die Zahlen einzuprägen. Die Blickbewegungen wurden mittels Eye-Tracking aufgezeichnet (Holmqvist et al., 2011). In anschließenden teilstandardisierten Interviews beschrieben die Kinder ihr Vorgehen. Die Auswertung von Eye-Tracking- und Interviewdaten erfolgte mithilfe der qualitativen, deduktiven Inhaltsanalyse (Mayring, 2015) auf Basis eines Kategoriensystem.

Erste Ergebnisse

Erste Analysen der Eyetracking- sowie Interviewdaten zeigen große individuelle Unterschiede sowohl in den Blickbewegungen als auch in den post-hoc formulierten Entdeckungen. Vergleicht man exemplarisch die Bearbei-

tung der Aufgabe von zwei Kindern, so fällt zunächst Aylin's (Kind mit potentieller Begabung) Blickverlauf in den Scan-Path-Daten auf, der sich durch eine starke Fokussierung auf die erste und dritte Spalte auszeichnet.

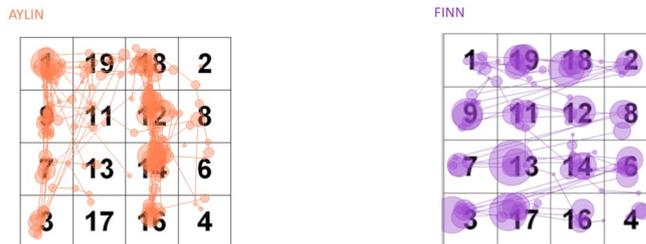


Abb. 12: Blickbewegungen Zahlenfeld von Aylin und Finn

In der Feinanalyse des Bee-Swarms von Aylin zeigt sich, dass sie zuerst diagonale Zahlenpaare mit der Differenz *zehn* in den Spalten eins und zwei sowie drei und vier betrachtet, um anschließend die Spalten eins und drei wiederholt nacheinander zu durchlaufen.

Aylin: „Also ich habe nur das hier und das hier mir gemerkt (*zeigt auf die erste und dritte Spalte*). [...] Ich habe einfach herausgefunden, dass ich hier dann eine Zehn dazu mache (*zeigt auf die 1 und die 11*) und hier auch (*zeigt auf die 13*), hier auch (*zeigt auf die 17*), hier auch (*zeigt auf die 19*). Und hier mache ich die Zehn weg (*zeigt zwischen der 12 und 2 hin und her*), hier auch (*zeigt auf die 18 und die 8*), hier auch (*zeigt auf die 14 und die 4*) und hier auch (*zeigt auf die 16 und die 6*).

Aylin's Beschreibung bestätigt, dass die wiederholte Fokussierung der beiden Spalten dazu dient, diese Zahlen auswendig zu lernen, ebenso wie die Deutung, dass sie Zahlenpaare mit der Differenz *zehn* genutzt hat (s.a. Reuter & Bruns, im Druck). Die Scan-Path-Daten von Finn zeigen dagegen eher ein wiederholtes, zeilenweises Durchlaufen des Zahlenfelds. Dies legt die Vermutung nahe, dass Finn versucht, sich die Zahlen nacheinander einzuprägen. Diese Deutung spiegelt sich auch in seiner Beschreibung wider:

Finn: „Also ich habe mir immer (*zeichnet mit dem Finger eine Zeile in die Luft*) ähm von oben (*zeigt mit der Handkante eine horizontale Linie*) hab' ich mir ähm die Zahlen immer abgelesen (*zeichnet mit dem Finger Zeilen in die Luft*) und weil wenn ich sie mir vorlese dann kann ich sie mir immer besser merken.“

Die Feinanalysen von Finns Bee-Swarm-Daten zeigen jedoch ein differenzierteres Bild seines Blickverhaltens: So betrachtet er zunächst nacheinander verschiedene Zahlen und beginnt erst später, die Zahlen wiederholt zeilenweise durchzugehen. Diese ersten Blickbewegungen deuten darauf hin, dass er nach etwas „sucht“, das ihm eine Hilfe beim Merken der Zahlen bietet.

Fazit

Diese sowie weitere Ergebnisse der Analysen deuten auf eine hohe Übereinstimmung zwischen den Eye-Tracking-Daten und den verbalen Daten hin.

Darüber hinaus zeigen sich in den Eye-Tracking-Daten Suchbewegungen, die auf Muster- und Strukturerkennungsprozesse hindeuten, die sich nicht in den verbalisierten Erklärungen finden lassen. So scheinen die Eye-Tracking-Daten eine genauere Beschreibung des Prozesses der Muster- und Strukturerkennung zu erlauben.

Literatur

- Akinwunmi, K. (2012). *Zur Entwicklung von Variablenkonzepten beim Verallgemeinern mathematischer Muster*. Vieweg+Teubner.
- Devlin, K. (1998). *Muster der Mathematik: Ordnungsgesetze des Geistes und der Natur*. Spektrum.
- Goldstein, E. B. (2008). *Wahrnehmungspsychologie*. Spektrum.
- Häsel-Weide, U. (2013). Ablösung vom zählenden Rechnen: Struktur-fokussierende Deutungen am Beispiel von Subtraktionsaufgaben. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 34(1), 21–52. <https://doi.org/10.1007/s13138-012-0048-4>
- Heinze, A. (2005). *Lösungsverhalten mathematisch begabter Grundschul Kinder – aufgezeigt an ausgewählten Problemstellungen*. Lit.
- Holmqvist, K., Nyström, M., Andersson, R., Dewhurst, R., Jarodzka, H. & van de Weijer, J. (2011). *Eye Tracking: A Comprehensive Guide To Methods And Measures*. Oxford Univ. Press.
- Käpnick, F. (1998). *Mathematisch begabte Kinder. Modelle, empirische Studien und Förderungsprojekte für das Grundschulalter*. Lang.
- Lüken, M. (2012). *Muster und Strukturen im mathematischen Anfangsunterricht. Grundlegung und empirische Forschung zum Struktursinn von Schulanfängern*. Waxmann.
- Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken*. Beltz.
- Mulligan, J. & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of Pattern and Structure in Early Mathematical Development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33–49.
- Reuter, D. & Bruns, J. (im Druck). Strukturen im Blick – Muster- und Strukturerkennung potentiell mathematisch begabter Grundschul Kinder. In P. Klein, M. Schindler, N. Graulich & J. Kuhn (Hrsg.), *Eye Tracking als Methode in der Mathematik- und Naturwissenschaftsdidaktik: Forschung und Praxis*. Springer Spektrum.
- Schindler, M., Lilienthal, A. J., Schindler, F. & Schabmann, A. (2019). Quantity Recognition in Structured Whole Number Representations of Students With Mathematical Difficulties: An Eye Tracking Study. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 17(1), 5–28.
- Söbbeke, E. (2005). *Zur visuellen Strukturierungsfähigkeit von Grundschulkindern. Epistemologische Grundlagen und empirische Fallstudien zu kindlichen Strukturierungsprozessen mathematischer Anschauungsmittel*. Franzbecker.
- Sprenger, P. (2021). *Prozesse bei der strukturierenden Mengenwahrnehmung und strukturnutzenden Anzahlbestimmung von Kindern im Elementarbereich*. Springer.
- Yin, R. K. (2018). *Case Study Research and Applications: Design and Methods (6th ed.)*. Sage.