

Carolin DANZER, Oldenburg

Haltungen von Mathematiklernenden im Umgang mit Vermutungen

Der eigenständigen Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten und dem Erleben mathematischer Tätigkeiten kommt im Sinne einer konstruktivistischen Sichtweise auf das Lehren und Lernen von Mathematik eine besondere Bedeutung zu. Die für die Mathematik charakteristischen Erkenntnisentwicklungsprozesse sollen hierbei einerseits für Lernende erfahrbar gemacht werden, sind allerdings gleichzeitig mit großen Schwierigkeiten verbunden, wie eine Vielzahl an Studien zeigt (u.a. Reid & Knipping, 2010). Besonders im Fokus steht dabei der Übergang von der Entwicklung und Formulierung einer Vermutung zu Prozessen des Überprüfens und Begründens dieser, welcher eine Schlüsselstelle für den mathematischen Erkenntnisgewinn darstellt. Nicht unerheblich ist dabei der Beitrag affektiver Faktoren auf ebendiesen Umgang mit Vermutungen (Hannula, 2020).

Das in diesem Kontext angesiedelte Dissertationsprojekt nimmt hierbei das Konzept der Haltung aus mathematikdidaktischer Perspektive in den Blick und nutzt dieses als einen Erklärungsansatz für das wiederkehrende Verhalten von Mathematiklernenden im Umgang mit Vermutungen. Dieser Beitrag gibt dabei insbesondere einen Überblick darüber, welche Haltungen der Lernenden hinter dem jeweils spezifischen Umgang mit Vermutungen stehen.

Theoretischer Hintergrund

Die mathematiksoziologische Forschung von Heintz (2000) ordnet Tätigkeiten, die im Rahmen des mathematischen Erkenntnisgewinns stattfinden, drei Prozesskontexten zu: Während im *Entdeckungskontext* Vermutungen ausgehend von der Beobachtung eines Phänomens zunächst formuliert werden und eine erste empirische Überprüfung dieser stattfindet, werden die entwickelten Vermutungen im anschließenden *Rechtfertigungskontext* argumentativ durch logische Schlussfolgerungen begründet. Zuletzt findet im Zuge des *Überzeugungskontexts* die Kommunikation der Erkenntnisse mit dem Ziel statt, die mathematische Gemeinschaft von diesen zu überzeugen. Letztendlich ist es damit stets das Ziel, weg von empirischen Plausibilitätsargumenten hin zu strukturellen und deduktiv stichhaltigen Begründungen zu gelangen. Dass dieser Übergang für Mathematiklernende mit Schwierigkeiten verbunden sein kann, machen verschiedene Studienergebnisse deutlich, die einerseits hervorheben, dass Vermutungen häufig ohne vorangegangene Überprüfung oder Begründung als gesicherte Tatsachen betrachtet werden (u.a. Reid & Knipping, 2010), und andererseits aufzeigen, dass grundsätzlich wenig

Bedürfnis besteht, Vermutungen überhaupt zu überprüfen oder zu begründen (u. a. Koleza et al., 2017).

In diesem Zusammenhang greift das diesem Beitrag zugrundeliegende Disserationsprojekt den oftmals in der mathematikdidaktischen Literatur verwendeten Begriff einer „Grundhaltung“ (z. B. Krauthausen, 2001, S. 104) auf, der allerdings selten weiter spezifiziert wird. Ausgehend von pädagogischen, philosophischen und naturwissenschaftlichen Begriffsbestimmungen wird Haltung in diesem Beitrag als ein mathematikdidaktisches Konzept verstanden, welches dem Denken, Handeln und Verhalten von Personen zugrunde liegt und zeitlich überdauernd, aber dennoch veränderbar und somit relevant für das Lehren und Lernen von Mathematik ist (Gardner, 1975). Davon ausgehend kann das Haltungskonzept als ein Erklärungsansatz für das Verhalten von Lernenden im Umgang mit Vermutungen dienen.

Methodik

In einer qualitativ angelegten Studie wurden halbstandardisierte Interviews mit Lernenden der Klassenstufe 6 eines niedersächsischen Gymnasiums durchgeführt. Im Rahmen der Interviews arbeiteten die Lernenden paarweise an offenen Aufgaben, die eine Vielzahl an Entdeckungen sowie Äußerungen von Vermutungen ermöglichten. Einer der Interviewkontexte basiert auf dem Bereich der Treppenzahlen (in Anlehnung an Leuders et al., 2011), ein weiterer auf dem Kontext des Nachzeichnens ebener Figuren. Die Aufgaben waren so angelegt, dass die Lernenden diese eigenständig und mit minimalen Interventionen durch die interviewende Person bearbeiten konnten.

Als Datengrundlage für die anschließende Auswertung dienten die Transkripte der videografierten Interviews. Ziel der Analyse war es, durch die Rekonstruktion charakteristischer Verhaltensmuster der Lernenden im Umgang mit Vermutungen zugrundeliegende Haltungen zu identifizieren und zu beschreiben. Die Analyse der Transkripte erfolgte dabei in einem Zusammenspiel aus qualitativer Inhaltsanalyse (Mayring, 2015) und interpretativem Forschungsansatz (Krummheuer & Naujok, 1999). Während Ersteres die theoretische Beschreibung der Haltung auf Grundlage induktiv entwickelter Kategoriensysteme ermöglichte, diente Letzteres der Rekonstruktion von Verhaltensweisen anhand der Interaktion der Lernenden während der Aufgabenbearbeitung.

Als Ergebnis der Auswertung konnten vier idealtypische Haltungen der Mathematiklernenden im Umgang mit Vermutungen charakterisiert sowie die Auswirkungen dieser auf den individuellen und gemeinsamen Erkenntnisprozess analysiert werden.

Ergebnisse

Der Umgang mit Vermutungen wurde im Rahmen des Forschungsprojekts anhand zweier zentraler Aspekte mathematischer Erkenntnisentwicklungsprozesse konzeptualisiert. Damit entstand auf Grundlage des vorhandenen Datenmaterials einerseits ein Kategoriensystem, welches die Tätigkeit des *Hinterfragens von Vermutungen* beschreibt, sowie andererseits ein Kategoriensystem, welches Verhalten im *Umgang mit Konflikten*, die während der Auseinandersetzung mit Vermutungen entstehen, abbildet. Ausgehend von dieser theoretischen Beschreibung der auftretenden Verhaltensweisen konnten anschließend vier idealtypische Haltungen im Umgang mit Vermutungen abstrahiert werden. Die Charakterisierung der Haltungen findet dabei auf Grundlage der bereits genannten Aspekte *Hinterfragen von Vermutungen* sowie *Umgang mit Konflikten* statt, wobei bezüglich beider Aspekte jeweils zwei konträre Haltungsausprägungen identifiziert werden konnten.

Diese Haltungsausprägungen sind zunächst als deskriptive und nicht als normativ intendierte Charakterisierungen zu verstehen. In verschiedenen Einzelfallanalysen wurden dennoch die Auswirkungen der idealtypischen Haltungen sowohl auf den individuellen als auch den gemeinsamen Erkenntnisprozess der Lernendenpaare deutlich, sodass auf Grundlage des Datenmaterials einerseits den Erkenntnisprozess begünstigende und andererseits hierfür problematische Aspekte identifiziert werden konnten, wobei jede der rekonstruierten Haltungsausprägungen potentiell für den Erkenntnisgewinn förderliche als auch hinderliche Verhaltensweisen zeigen kann.

Mit dem Ziel, eine tragfähige Grundhaltung im Umgang mit Vermutungen zu charakterisieren, konnte damit festgehalten werden, dass sich eine Kombination aller rekonstruierten Haltungsausprägungen sowie die flexible Einnahme dieser besonders positiv auf die Erkenntnisprozesse der Lernenden ausgewirkt hat.

Fazit und Ausblick

Im Rahmen des Dissertationsprojekts zeigt sich das Potential des Haltungskonzepts für die mathematikdidaktische Forschung, indem es einen Erklärungsansatz für das Verhalten von Lernenden liefert. Die Ergebnisse der dargestellten Interviewstudie leisten hierbei einen Beitrag zur mathematikdidaktischen Theoriebildung, indem einerseits das Konzept der Haltung aus mathematikdidaktischer Perspektive zugänglich gemacht und andererseits als Erklärung für das Verhalten von Mathematiklernenden im Umgang mit Vermutungen genutzt wird. Durch die Rekonstruktion charakteristischer Verhaltensweisen konnte eine theoretische Beschreibung idealtypischer Haltungen erfolgen sowie die tatsächlichen Auswirkungen dieser Haltungen auf

den mathematischen Erkenntnisprozess der Lernenden beobachtet werden. Darüber hinaus ermöglichen es die Ergebnisse einerseits, Aspekte für die Charakterisierung einer tragfähigen Grundhaltung im Umgang mit Vermutungen abzuleiten und andererseits Schlussfolgerungen für die Konzeption von Mathematikunterricht zu ziehen, der die (Weiter-)Entwicklung einer entsprechenden Grundhaltung fördert.

Aus Forschungsperspektive können zusätzliche Studien anschließen, die das Haltungskonzept auf weitere Bereiche des mathematischen Erkenntnisgewinns übertragen, um damit das Konzept einer tragfähigen Grundhaltung weiter auszudifferenzieren. Für die Konzeption von Mathematikunterricht sind zusätzlich die Prozesse und insbesondere die Auslöser von Handlungsänderungen relevant, auf die das vorliegende Datenmaterial bereits erste Hinweise liefert.

Literatur

- Gardner, P. L. (1975). Attitudes to Science: A Review. *Studies in Science Education*, 2(1), 1–41.
- Hannula, M. S. (2020). Affect in Mathematics Education. In S. Lerman (Hrsg.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (S. 32–36). Springer International Publishing.
- Heintz, B. (2000). *Die Innenwelt der Mathematik: Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin*. Springer.
- Krauthausen, G. (2001). Wann fängt das Beweisen an? Jedenfalls, ehe es einen Namen hat. Zum Image einer fundamentalen Tätigkeit. In W. Weiser & B. Wollring (Hrsg.), *Beiträge zur Didaktik der Mathematik für die Primarstufe. Festschrift für Siegbert Schmidt* (S. 99–113). Dr. Kovac.
- Krummheuer, G. & Naujok, N. (1999). *Grundlagen und Beispiele Interpretativer Unterrichtsforschung*. VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Koleza, E., Metaxas, N. & Poli, K. (2017). Primary and secondary students' argumentation competence: a case study. In T. Dooley & G. Gueudet (Hrsg.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (S. 179–186). DCU Institute of Education and ERME.
- Leuders, T., Naccarella, D. & Philipp, K. (2011). Experimentelles Denken – Vorgehensweisen beim innermathematischen Experimentieren. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 32(2), 205–231.
- Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken*. Beltz.
- Reid, D. & Knipping, C. (2010). *Proof in Mathematics Education. Research, Learning and Teaching*. Sense Publisher.