

## Das Phänomen der Falle beim Känguru-Wettbewerb

Der Känguru-Wettbewerb ist der weltweit größte Mathematikwettbewerb für Schüler\*innen und wird für die erste bis zur letzten Klassenstufe angeboten, wobei jeweils zwei Jahrgänge zu einer Kategorie zusammengefasst werden. Die je nach Kategorie bis zu 30 Aufgaben werden im Multiple-Choice Format (1 aus 5) in drei Schwierigkeitsstufen gestellt. Die Inhalte beruhen auf dem altersgerechten curricularen Wissen, oft bedarf es jedoch einer besonderen Idee, um die rätselartigen Aufgaben lösen zu können (Gertschläger & Donner, 2022). Da eine Lösung aufgrund des Formats nicht exakt begründet werden muss und die Zeit mit je nach Kategorie 60 oder 75 Minuten beim Wettbewerb knapp bemessen ist, spielen schnelles Arbeiten und Intuition eine große Rolle. Gleichzeitig ist aus der Kognitionspsychologie das Phänomen bekannt, dass Intuition fehleranfällig ist. Im Rahmen des vorgestellten Projekts untersuchen wir das Phänomen von „Fallen“ beim Känguru-Wettbewerb, also dem gehäuften Auftreten von Fehlern sowie fehlgeleiteter Intuition bei gewissen Aufgaben. Diese erschließen wir auf Basis des Antwortverhaltens von Wettbewerbsteilnehmenden.

### Problematisierung

Intuitionen sind unmittelbare und ungeprüfte Eingebungen zum situativen Erkennen, Erfassen und Entscheiden (Sjuts, 2020). Das menschliche Denken kann durch zwei kognitive Typen charakterisiert werden: durch sog. Typ 1-Prozesse, welche autonom ablaufen und kein Arbeitsgedächtnis benötigen und Typ 2-Prozesse, welche sich durch den Einsatz von Arbeitsgedächtnis auszeichnen, wofür jedoch eine mentale Stimulation nötig ist (Evans & Stanovich, 2013). Typ 1-Prozesse sind für gewöhnlich schnell und können zu einer intuitiven Antwort führen, aber gleichzeitig sind sie fehleranfällig, weshalb es einer Korrektur durch (langsame) Typ 2-Prozesse bedarf (Evans & Stanovich, 2013). Ein bekanntes Beispiel dafür ist die Schläger-und-Ball-Aufgabe: „Ein Schläger und ein Ball kosten 1,10 Dollar. Der Schläger kostet einen Dollar mehr als der Ball. Wie viel kostet der Ball?“ (Kahnemann 2012, S. 61). Die intuitive Antwort, dass der Ball 10 Cent kostet, ist falsch. Manche Aufgaben des Känguru-Wettbewerbs wie z.B. die Aufgabe „Wasserglas“ (Abb. 1) haben – zumindest auf den ersten Blick – eine große Ähnlichkeit zu derartigen Aufgaben: Dort führt die unachtsame Übersetzung des Texts „halbvoll“ als  $400:2=200$  direkt auf eine falsche Antwortmöglichkeit. Beim Känguru-Wettbewerb nehmen folglich die Distraktoren gegenüber offenen Aufgabenformaten eine Sonderrolle ein, da durch das Bereitstellen von vier falschen Antwortoptionen eine fehlgeleitete Intuition oder eine falsche

Gewissheit trotz eines Denk- oder Rechenfehlers zusätzlich begünstigt werden kann. Mit der im Folgenden beschriebenen Analyse des Antwortverhaltens sowie anschließenden Kategorisierung spezieller Aufgaben wollen wir Gemeinsamkeiten der Aufgaben untersuchen, welche für Schüler\*innen beim Känguru-Wettbewerb eine derartige „Falle“ beinhalten.

## **Methodologie**

Als Basis dient die Analyse der Antworthäufigkeiten der Teilnehmenden ab der 3. Klassenstufe bei allen Aufgaben des Känguru-Wettbewerbs in Österreich ([www.kaenguru.at](http://www.kaenguru.at)) in den Jahren 2015 bis 2019.

Wir bezeichnen einen (häufig ausgewählten) Distraktor als *Falle*, falls er die folgenden beiden Kriterien erfüllt:

- Von allen abgegebenen Antworten müssen mindestens 40% auf ihn entfallen (dies entspricht der doppelten Ratewahrscheinlichkeit bei 5 Antwortmöglichkeiten), und
- seine Antworthäufigkeit muss zusätzlich auch doppelt so groß wie die der korrekten Antwortoption sein.

Für die mit dieser Definition erhaltenen Aufgaben entwickeln wir darüber hinaus induktiv ein fünfteiliges Kategoriensystem (s.u.).

## **Ergebnisse**

Im untersuchten Zeitraum gibt es 64 Aufgaben, bei denen nach unserer Definition einer der Disktraktoren als Falle bezeichnet wird. Beispielsweise entfallen bei der Aufgabe aus Abb. 1, auf Distraktor (B) 48,3% aller abgegebenen Antworten, auf die Lösung (D) nur 19,9%; bei der Aufgabe aus Abb. 2 entfallen auf Distraktor (A) 48,5% und auf die Lösung (D) 13,1%. Durch intensive Diskussionen und dem Versuch der Erklärung für das Auftreten jeder Falle konnten die wir die Aufgaben jeweils einer der folgenden 5 Kategorien zuordnen. Aufgaben, bei denen ein Distraktor (1) direkt aus der Aufgabenstellung übernommen werden kann (durch Übersetzung eines Teils des Angabetexts, der Grafik oder durch die Auswahl einer im Angabetext vorkommenden Zahl); (2) von ganz anderer Gestalt ist als die anderen Antwortmöglichkeiten; (3) einem fehlgeleiteten Wunsch einer klar erkennbaren Symmetrie oder Reihenfolge entspricht; (4) durch einen völlig inadäquaten – aber nicht direkt durch „Übersetzung der Angabe“ erklärbaren – Rechenvorgang zustande kommt; (5) durch einen tragfähigen Lösungsansatz aber fehlerhaft ausgeführte Rechnung, Beschränkung auf einen Sonderfall bzw. Übersehen/Ergänzen einer Bedingung erklärbar ist.

Die Aufgabe „Wasserglas“ (Abb. 1) gehört beispielsweise der Kategorie (1) an, da die plausibelste Erklärung für die Wahl von (B) die fehlgeleitete direkte Übersetzung eines Teils des Angabetexts darstellt (s.o.). Dieses Beispiel ist auch als Abgrenzung zur Kategorie (4) zu verstehen, da dort Aufgaben zusammengefasst werden, bei denen die Falle nicht direkt als Übersetzung des Angabetexts resultiert.

Ein volles Wasserglas wiegt 400 g. Ein leeres Wasserglas wiegt 100 g.

Wie viel wiegt ein halbvolles Glas?



(A) 150 g (B) 200 g (C) 225 g (D) 250 g (E) 300 g

**Abb. 1:** Aufgabe „Wasserglas“; Jahr 2019, 3.-4. Schulstufe, mittlere Schwierigkeit.  
Die Falle ist (B), die richtige Lösung ist (D).

In Kategorie (5) befindet sich beispielsweise die Aufgabe „Sonnentage“. Distraktor (A) kommt durch den unvollständigen Gedankengang zustande, dass die 15 Regentage aufeinanderfolgend wären und somit  $15+2=17$  die nötige Anzahl der Urlaubstage wäre. Die Rechnung ist plausibel (und es könnte sogar sein, dass 17 Tage ausreichen), aber es wird übersehen, dass je zwei Sonnentage durch je einen Regentag getrennt werden können und es deshalb viel mehr Tage bedarf, bis *sicher zwei aufeinanderfolgende* Sonnentage stattfinden. Weil die durchgeführte Rechnung für die Aufgabe schlüssig ist und in diesem Fall sogar einen Spezialfall eines Urlaubsverlaufs darstellt, fällt diese Aufgabe in Abgrenzung zu Kategorie (4) in Kategorie (5).

Ein Hotel in der Karibik wirbt zurecht mit dem Slogan: „350 Sonnentage im Jahr!“ Wie viele Tage muss Herr Fröhlich in einem Jahr mit 365 Tagen im Hotel verbringen, um sicher zwei aufeinanderfolgende Sonnentage genießen zu können?

(A) 17 (B) 21 (C) 31 (D) 32 (E) 35

**Abb. 2:** Aufgabe „Sonnentage“; Jahr 2018, 7.-8. Schulstufe, mittlere Schwierigkeit.  
Die Falle ist (A), die richtige Lösung ist (D).

## Diskussion

Das vorgestellte Projekt zeigt eine erstmalige Untersuchung des Phänomens der Falle beim Känguru-Wettbewerb, basierend auf den Antworthäufigkeiten aller Teilnehmenden in Österreich ab der 3. Klassenstufe. Wir geben eine

Definition zur empirischen Erfassung von Fallen an und entwickeln darüber hinaus eine Einteilung der Fallen-Aufgaben in ein Kategoriensystem. Grundlegend dafür sind die Charakteristika der Aufgabe sowie Überlegungen, welche potenziellen Gedankengänge naheliegend erscheinen und zur falschen Antwort führen könnten. Ursächliche, unterscheidbare Kriterien für das Auftreten einer Falle sind (1) die Übernahme von Teilen der Aufgabenstellung, (2) die Besonderheit eines Distraktors, (3) der Wunsch nach Mustererkennung, (4) ein inadäquater Rechengang sowie (5) ein tragfähiger aber fehlerhafter Lösungsansatz.

Bei den Fallen-Aufgaben des Känguru-Wettbewerbs lassen sich explorativ Ähnlichkeiten zu in der Kognitionspsychologie verwendeten Aufgaben zur Untersuchung von Typ 1-Prozessen sowie Intervention durch Typ 2-Prozessen feststellen. Die augenscheinliche Ähnlichkeit der Aufgabe „Wasserglas“, welche einer typischen Aufgabe von Kategorie (1) entspricht, mit der Schläger-und-Ball Aufgabe unterstreicht diese Vermutung. Bei Aufgaben wie „Sonnentage“ erscheinen hingegen komplexere Erklärungen für die fehlerhafte Wahl der Antwortmöglichkeit am plausibelsten.

Durch das Extrahieren all jener Aufgaben des Känguru-Wettbewerbs, bei denen eine besonders große Anzahl an Lösenden dieselbe falsche Antwortoption auswählen, sowie der Bündelung der Aufgaben in Kategorien, erschließen wir ein reichhaltiges Repertoire an Aufgaben, welche nun in der mathematikdidaktischen Diskussion zu kognitionspsychologischen Aspekten wie kognitiver Verzerrungen (Sjuts, 2020), Einsatz von Metakognition (z.B. Sjuts, 2021) oder kognitiver Entkoppelung (Koichu & Leron, 2015) einen Beitrag leisten und speziell auf diese Aspekte hin untersucht werden können.

## Literatur

- Evans, J. S. B. & Stanovich, K. E. (2013). Dual-process theories of higher cognition: Advancing the debate. *Perspectives on psychological science*, 8(3), 223–241.
- Geretschläger, R. & Donner, L. (2022). Writing and choosing problems for a popular high school mathematics competition. *ZDM - Mathematics Education*, 54(5), 971–982.
- Kahneman, D. (2012). *Schnelles Denken, langsames Denken*. Siedler.
- Koichu, B. & Leron, U. (2015). Proving as problem solving: The role of cognitive decoupling. *The Journal of Mathematical Behavior*, 40(B), 233–244.
- Sjuts, J. (2020). Kognitive Verzerrungen in der Schulmathematik. In H.-S. Siller, W. Weigel & J. F. Wörlner (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020* (S. 881–884). WTM.
- Sjuts, J. (2021). Schnelles Denken, langsames Denken und die Systemrelevanz von Metakognition. *MNU-Journal*, 74(1), 54–61.