

Lukas ERNING, Köln

## Mathematische Muster mit informatischen Systemen erarbeiten – ein Forschungsprojekt zu Synergieeffekten

### Einleitung

Digitale Medien, digitale Technologien oder digitale Werkzeuge? Mit Hilfe einer Anzahl ähnlicher, nicht aber gleicher Begriffe versuchen die am gegenwärtigen Diskurs über die Digitalisierung der Schulen Beteiligten zu beschreiben, wie Lernumgebungen für Schüler\*innen in Zukunft gestaltet werden sollen. Nicht zuletzt ist es ein besonderes Anliegen, die flächendeckende Digitalisierung in Grundschulen vorzubereiten und einzuleiten (Irion & Scheiter, 2018). Dazu müssen die grundlegenden Gemeinsamkeiten fokussiert werden. Jedem digitalen Medium, jeder digitalen Technologie und jedem digitalen Werkzeug liegen Konzepte der Informationsverarbeitung zugrunde. Jedes der oben genannten Objekte ist ein informatisches System (Bergner et al., 2018). Weitere Forschungsprojekte müssen nun einen Beitrag zu den Fragen leisten, welche Konzepte und Methoden angewandt, welche Materialien und Ressourcen implementiert und wie die Vermittlung fachlicher Inhalte im Primarbereich dadurch weiterentwickelt werden kann (u.a. Cui & Ng, 2021; Stigberg & Stigberg, 2020).

### Forschungsvorhaben

Das in diesem Beitrag beschriebene Forschungsprojekt ist an der Schnittstelle zwischen Mathematikdidaktik und informatischer Bildung verortet und soll zu dem oben formulierten Forschungsdesiderat beitragen. Durch die systematische Entwicklung, Erprobung und Evaluation eines Lehr-Lernarrangements, dem ein intendierter Lernpfad zugrunde liegt, soll mit Hilfe qualitativer Daten das Potenzial der Verknüpfung beider Fachdisziplinen im Rahmen des Arithmetikunterrichts an Grundschulen erfasst werden. Dazu ist die folgende Annahme als grundlegend zu betrachten:

Mathematik wird durch die Auseinandersetzung mit ihr zugrundeliegenden Mustern und Strukturen betrieben (Mulligan & Mitchelmore, 2009). Eine Einsicht ermöglicht es, mathematische Aufgaben und Probleme zu lösen, Lösungswege zu erklären und dabei Algorithmen anzuwenden (siehe Abb. 1):

$$\begin{array}{l} 5 + 3 = \\ 3 + 5 = \end{array}$$

*„Rechne aus. Was fällt dir auf? Kannst du weitere Aufgaben mit diesem Ergebnis finden? Wie gehst du dabei vor?“*

**Abb. 1:** Aufgabenbeispiel (eigene Abb.)

Diese Algorithmen sind Grundlage informatischer Systeme. Mathematik kann demnach auch mit informatischen Systemen betrieben werden. Die Auseinandersetzung mit den Systemen ermöglicht Einblicke in zugrundeliegende Prozesse und deren anwendungsorientierte Implementation (Benz et al., 2017; Bergner et al., 2018). Dies könnte sich wiederum auf mathematische Fähigkeiten auswirken, indem Muster und Strukturen auf einer virtuell-enaktiven Ebene exploriert und auf weitere Darstellungsebenen übertragen werden (Benz et al. 2017).

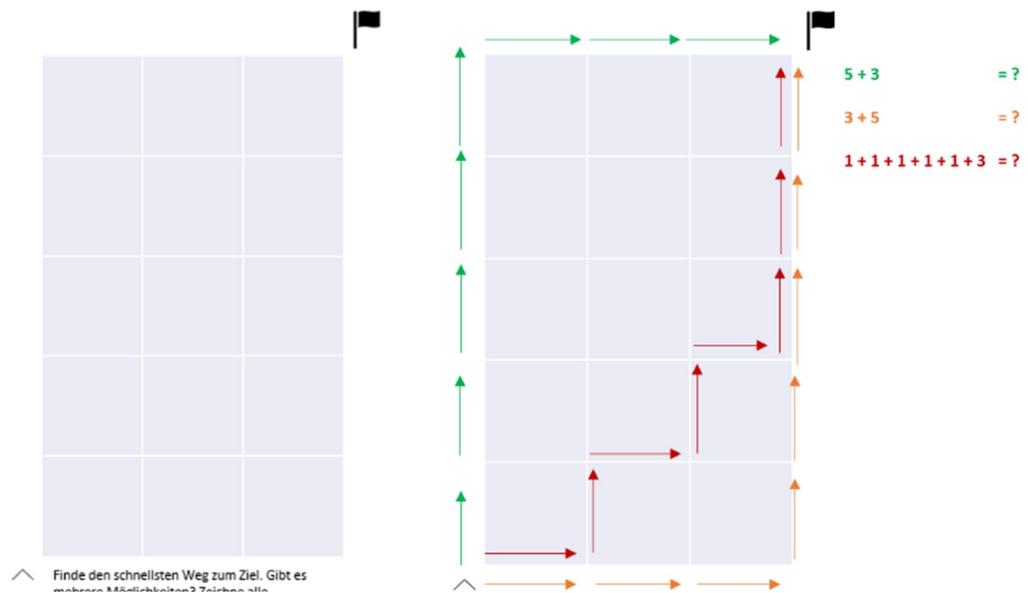
Daraus lassen sich die folgenden Forschungsfragen ableiten:

- Welche Formen der Darstellung mathematisch-informatischer Konzepte eignen sich für die Schaffung individueller Zugänge zu Mustern und Strukturen im Arithmetikunterricht der Primarstufe?
- Welche Eigenschaften müssen informatische Systeme aufweisen, damit die Schaffung individueller Zugänge zu Mustern und Strukturen gelingt?
- Welche Gestaltungsprinzipien können für einen mit informatischen Systemen angereicherten Mathematikunterricht in der Primarstufe in Bezug auf die Vermittlung arithmetischer Muster und Strukturen erfasst werden?

Im Rahmen des Forschungsprojektes sollen mathematische Aktivitäten mit programmierbarem Material stattfinden. Dabei sollen gleichzeitig Einsichten in mathematische Muster und Strukturen bei Alltagshandlungen aus dem Unterricht thematisiert werden. Ziel ist es, Synergieeffekte mathematischer und informatischer Bildung herauszustellen und damit zur Gestaltung zukünftiger, digitalisierter Lernumgebungen im Fach Mathematik beizutragen.

### **Ein erster Förderansatz**

Um den oben angedeuteten Schnittpunkt zwischen Arithmetik und informatischer Bildung zu fokussieren, soll die Aufgabenstellung einer Pilotierung zum algorithmischen Problemlösen im Rahmen der Erarbeitung kommutativer Eigenschaften beschrieben werden. Das dargestellte Spielfeld besteht aus 15 rechteckig angeordneten, gleichgroßen Quadraten (siehe Abb. 2). In der linken unteren Ecke befindet sich ein kleines Pfeilsymbol, das den Startpunkt markieren soll. In der rechten oberen Ecke befindet sich eine zur Markierung des Zielpunktes eingefügte Fahne. Zu Beginn wird eine Spielfigur an der linken unteren Ecke platziert. Diese bewegt sich nur in Einzelschritten an den vertikalen und horizontalen Kanten der Quadrate. Nach jedem Einzelschritt kann entschieden werden, ob ein weiterer Schritt vorwärts in vertikaler oder horizontaler Richtung erfolgen soll. Drehungen werden nicht als Einzelschritte gezählt.



**Abb. 2:** Aufgabenstellung (eigene Abb.)

Die Aufgabenstellung besteht aus zwei Teilen. Zunächst soll der schnellste Weg zum dargestellten Ziel gefunden werden. Daran anschließend sollen weitere Möglichkeiten gefunden und eingezeichnet werden. Das Spielfeld wird ausgedruckt und den Schüler\*innen vorgelegt. Sie erhalten Stifte und Lineale sowie ausgeschnittene und laminierte Pfeilkarten. Die Bearbeitung der Aufgabe kann auf zwei verschiedene Art und Weisen erfolgen. Zum einen kann das Eintragen des Weges durch das direkte Einzeichnen von Pfeilen in das Spielfeld erfolgen. Alternativ können die Schüler\*innen die zur Verfügung gestellten Pfeilkarten verwenden. In der rechts dargestellten Musterlösung wird deutlich, dass der schnellste Weg zum Ziel über die Kanten des Spielfeldes führen kann und acht Schritte beträgt. Auch der Weg durch das Spielfeld beträgt acht Schritte. Es wird untersucht, inwiefern sich der Einstieg über das algorithmische Ablaufen in Einzelschritten dazu eignet, kommutative Eigenschaften für Additionsaufgaben zu vermitteln. Außerdem werden die beiden unterschiedlichen Bearbeitungsmöglichkeiten beobachtet. Dabei werden Aspekte in Bezug auf die Korrektheit der Lösung, die Bearbeitungsdauer und das Verständnis der kommutativen Eigenschaften fokussiert. Außerdem sollen Fähigkeiten zur Selbsteinschätzung der Schüler\*innen mit reflektierenden Fragen erhoben werden. Die gesamte Auswertung des Bearbeitungsprozesses soll Anhaltspunkte für die Entwicklung eines Lehr-Lernarrangements bieten.

## Ausblick

Sollte sich zeigen, dass der analoge Zugang über ausgedrucktes Material und die händische Bearbeitung dazu führt, dass die Schüler\*innen die kommutativen Eigenschaften erkennen und diese Fähigkeit auf andere Aufgaben übertragen können, soll der Zugang dynamisiert werden. Das bedeutet, dass das analoge Spielfeld und die Bearbeitungsformen auf eine virtuell-enaktive Ebene übertragen und mit programmierbaren Materialien bearbeitet werden. Diese Algorithmisierung verknüpft mathematische und informatische Problemlöseprozesse. Die zurückgelegte Strecke wird durch Pfeile dargestellt, welche wiederum als Einzelbefehle mathematisiert werden können (siehe Abb. 2). Die Aneinanderkettung der Einzelbefehle zur Lösung eines Problems in informatischen Systemen wird dabei durch die Mathematisierung der Bewegung (Dickes, Farris & Sengupta, 2020) einer Spielfigur zu einer aktiven mathematischen Handlung auf virtuell-enaktiver Ebene. Diese Mathematisierung über informatische Systeme könnte dazu beitragen, kommutative Eigenschaften in arithmetischen Aufgabenstellungen zu erkennen und zu nutzen.

## Literatur

- Benz, C., Grüßing, M., Lorenz, J. H., Reiss, K., Selter, C. & Wollring, B. (2017). *Frühe mathematische Bildung – Ziele und Gelingensbedingungen für den Elementar- und Primarbereich. Wissenschaftliche Untersuchungen zur Arbeit der Stiftung „Haus der kleinen Forscher“* (Bd 9). Barbara Budrich.
- Bergner, N., Hubwieser, P., Köster, H., Magenheimer, J., Müller, K., Romeike, R., Schroeder, U. & Schulte, C. (2018). *Frühe informatische Bildung – Ziele und Gelingensbedingungen für den Elementar – und Primarbereich. Wissenschaftliche Untersuchungen zur Arbeit der Stiftung „Haus der kleinen Forscher“* (Bd 9). Barbara Budrich.
- Cui, Z. & Ng, O. (2021). The interplay between mathematical and computational thinking in primary school students' mathematical problem-solving within a programming environment. *Journal of Educational Computing Research*, 59(5), 988–1012.
- Dickes, A., Farris, A. & Sengupta, P. (2020). Sociomathematical norms for integrating coding and modeling with elementary science: a dialogical approach. *Journal of Science Education and Technology*, 29, 35–52.
- Irion, T. & Scheiter, K. (2022). Didaktische Potenziale digitaler Medien. Der Einsatz digitaler Technologien aus grundschul- und mediendidaktischer Sicht. *Grundschule aktuell: Zeitschrift des Grundschulverbandes*, 142, 8-11.
- Prediger, S. & Link, M. (2012). Fachdidaktische Entwicklungsforschung–Ein lernprozessfokussierendes Forschungsprogramm mit Verschränkung fachdidaktischer Arbeitsbereiche. *Formate Fachdidaktischer Forschung. Empirische Projekte – historische Analysen – theoretische Grundlegungen. Fachdidaktische Forschungen*, 2, 29–46.
- Stigberg, H. & Stigberg, S. (2020). Teaching Programming and Mathematics in practice: a case study from a swedish primary school. *Policy Futures in Education*, 18(4), 483–496.