

Melina FABIAN, Potsdam

Eine Analyse von Sprachmitteln zur Einführung negativer Zahlen

Die Einführung der negativen Zahlen ist für Lernende mit großen kognitiven Herausforderungen verbunden: Einerseits müssen mühsam aufgebaute Vorstellungen zu den natürlichen Zahlen bei der Zahlbereichserweiterung modifiziert, andererseits neue tragfähige (vor allem sekundäre) Grundvorstellungen zu den negativen Zahlen aufgebaut werden (Malle, 2007; vom Hofe & Hattermann, 2014). Auf sprachlicher Ebene stellt sich die Herausforderung, dass diese kognitiven Tätigkeiten einen komplexen und spezifischen Sprachschatz erfordern. Der vorliegende Beitrag soll zeigen, welche potenziellen sprachlichen Hürden im Rahmen einer Untersuchung von Sprachmitteln zur Einführung negativer Zahlen (Fabian, 2022) ausgemacht werden konnten.

Theoretischer Hintergrund: Gestufte Sprachschatzarbeit

Das Konzept des gestuften Sprachschatzes nach Prediger (2017) modelliert – parallel zur üblichen Stufung des fachlichen Lerngegenstands (vom Inhalt zum Kalkül) – vier Bereiche innerhalb eines themenspezifischen Sprachschatzes:

- *Eigensprachliche Ressourcen der Lernenden*: Sie bilden die sprachlichen Vorerfahrungen in der Begegnung mit negativen Zahlen ab und sind für jede Lerngruppe individuell zu bestimmen (z.B. ‚Minusgrade‘).
- *Bedeutungsbezogener Denkwortschatz*: Er umfasst alle Sprachmittel, die notwendig sind, um den negativen Zahlen inhaltliche Bedeutung zu verleihen und über negative Zahlen kommunizieren zu können (z.B. ‚Zustände über und unter einem festgelegten Normalzustand‘; ‚Spiegelbilder der positiven Zahlen‘).
- *Formalbezogener Wortschatz*: Er enthält alle Sprachmittel zur weitgehend kontextfreien, fachsprachlichen Verständigung über negative Zahlen (z.B. ‚Betrag‘; ‚ $<$ ‘, ‚ $>$ ‘, ‚ $=$ ‘).
- *Kontextbezogener (Lese-)Wortschatz*: Hierzu zählen jene Sprachmittel, die eine Einbettung der negativen Zahlen und ihrer Beziehungen in weitere Sachzusammenhänge ermöglichen (z.B. ‚Buchen von Gutschrift und Lastschrift‘; ‚Temperaturen über oder unter null‘).

Datenerhebung und -analyse

Mit dem Ziel, relevante Sprachmittel für die Einführung negativer Zahlen entlang der oben genannten Bereiche des Sprachschatzes zu spezifizieren, wurden thematisch relevante Kapitel aus vier Schulbüchern untersucht, die

häufig im Mathematikunterricht an Gymnasien und Gesamtschulen in Berlin und Brandenburg verwendet werden. Drei der oben genannten vier Bereiche (Bedeutungsbezogene Sprachmittel, Formalbezogene Sprachmittel und Kontextbezogene Sprachmittel) wurden als deduktive Kategorien an das Datenmaterial herangetragen. Als solche wurden sie induktiv ausdifferenziert. Insgesamt ergaben sich so 16 Subkategorien. Das derart entstandene Kategoriensystem bildet die Vielfalt der in den Lehrwerken enthaltenen Sprachmittel zur Einführung der negativen Zahlen ab. Die erfassten Sprachmittel wurden nach Abschluss der Kodierung inhaltlich auf Wort- und Satzebene untersucht, wozu gängige sprach- und fachdidaktische Konzepte sowie sprachwissenschaftliche Perspektiven (z.B. semantische Relationen) herangezogen wurden. Eine ausführliche Darstellung des ausdifferenzierten Kategoriensystems und der spezifizierten Sprachmittel in den einzelnen Subkategorien findet sich bei Fabian (2022).

Ergebnisse: Exemplarisches Inventar auftretender Sprachmittel

Bei der Untersuchung der in den einzelnen Kategorien erfassten Sprachmittel (hierzu zählen Wörter, Symbole, Satzbausteine und grafische Darstellungen) werden an vielen Stellen Interferenzen zwischen fachlichen und sprachlichen Lerngegenständen deutlich: Zentrale Grundvorstellungen zu den negativen Zahlen (z.B. *Zustände*, *Gegensätze*) und ihre charakteristische Relationalität werden zum Teil unmittelbar versprachlicht. Für den langfristigen sprachbildenden Vorstellungsaufbau bedeutet das, dass entlang der Erarbeitung fachlicher Inhalte viele Anknüpfungspunkte für einen sprachlichen Lernpfad bestehen.

Untersucht man die identifizierten Sprachmittel genauer, fällt auf, dass diese aus verschiedenen Gründen komplexer Natur sind. Der vorliegende Beitrag erläutert exemplarisch zwei dieser Gründe, die sprachlichen Phänomene ‚Synonymie‘ und ‚Antonymie‘. So zeigt sich nämlich, dass Sprache, die in den Lehrwerken zur Einführung negativer Zahlen Verwendung findet, vor allem durch eine Fülle an bedeutungsgleichen Sprachmitteln (in unterschiedlichen semantischen Kontexten) sowie ihre Antonyme gekennzeichnet ist. Diese Beobachtung soll anhand einiger der erfassten Sprachmittel aus dem bedeutungsbezogenen Wortschatz und dem kontextbezogenen Wortschatz veranschaulicht werden. Hierfür sind in Tabelle 1 ausgewählte Sprachmittel sowie die dazugehörigen Haupt- und Subkategorien dargestellt:

Hauptkategorie	Subkategorie	Sprachmittel	
Bedeutungsbezogene Sprachmittel	Zustände	<ul style="list-style-type: none"> • Minuszahlen • Zahlen mit dem Vorzeichen „-“ 	<ul style="list-style-type: none"> • Pluszahlen • Zahlen mit dem Vorzeichen „+“

	Relative Zahlen bzgl. einer fest gewählten Vergleichsmarke	<ul style="list-style-type: none"> • links von der Null • 3 Einheiten links vom Nullpunkt • unter/vor dem Nullpunkt 	<ul style="list-style-type: none"> • rechts von der Null • 3 Einheiten rechts vom Nullpunkt • über/hinter dem Nullpunkt
Kontextbezogene Sprachmittel	Zeitangaben	<ul style="list-style-type: none"> • 3 v. Chr. 	<ul style="list-style-type: none"> • 3 n. Chr.
	Fahrstuhl	<ul style="list-style-type: none"> • im 3. Untergeschoss 	<ul style="list-style-type: none"> • im 3. Obergeschoss
	Kontostände	<ul style="list-style-type: none"> • Soll • 3 €Schulden • Buchen von Lastschrift 	<ul style="list-style-type: none"> • Haben • 3 €Guthaben • Buchen von Gutschrift
	Temperaturen	<ul style="list-style-type: none"> • Temperaturen unter null • unter dem Gefrierpunkt von Wasser • Fallen der Temperatur • -3 °C 	<ul style="list-style-type: none"> • Temperaturen über null • über dem Gefrierpunkt von Wasser • Steigen der Temperatur • +3 °C
	Höhenangaben	<ul style="list-style-type: none"> • unter Normalnull (N.N.) • unter dem Meeresspiegel • Fallen des Wasserstandes/Pegelstandes • in 3 m Tiefe 	<ul style="list-style-type: none"> • über Normalnull (N.N.) • über dem Meeresspiegel • Steigen des Wasserstandes/Pegelstandes • in 3 m Höhe

Tab. 1: Exemplarische Darstellung bedeutungsgleicher Sprachmittel und ihrer Antonyme zur Einführung negativer Zahlen (nach Fabian, 2022)

In den untersuchten Lehrwerken werden negative Zahlen anhand verschiedener Sachkontexte (s. Subkategorien der Kategorie ‚Kontextbezogene Sprachmittel‘ in Tab. 1) eingeführt, was auf sprachlicher Ebene das Auftreten zahlreicher synonym gebrauchter Sprachmittel zur Folge hat. Und auch *bereichsübergreifend* ‚entstehen‘ Synonyme, wenn beispielsweise Sprachmittel aus dem bedeutungsbezogenen Wortschatz (z.B. ‚links von der Null‘) im jeweiligen Sachkontext spezifiziert werden (z.B. ‚unter dem Meeresspiegel‘; ‚unter dem Gefrierpunkt von Wasser‘). Die Relationalität negativer Zahlen und der daraus resultierende Bezug zu einer willkürlich, aber fest gewählten Referenzmarke (z.B. bedeutungsbezogen: ‚Nullpunkt‘; kontextbezogen: ‚Normalnull‘) erfordert zudem ein Denken in Gegensatzpaaren. Auf sprachlicher Ebene spielt in diesem Zusammenhang die Relation der Antonymie eine besondere Rolle. Die herangezogenen Kontexte führen als Kontexte *entgegengesetzter* Größen dazu, dass die Verwendung *eines* Sprachmittels oft mit der Verwendung seines antonym gebrauchten Sprachmittels einhergeht (z.B. ‚kleiner oder größer, weniger oder mehr, niedriger oder höher‘). Die Komplexität des Sprachschatzes wird durch die Vielzahl der erfassten Synonyme und Antonyme erhöht, wodurch sich wiederum die sprachlichen Anforderungen an Schüler*innen erhöhen (vorausgesetzt, die

in den Lehrbüchern diskutierten Kontexte werden auch im Unterricht genutzt). Die beobachtete Kontextvielfalt zur Einführung negativer Zahlen – im fachlichen Diskurs ohnehin kritisch beurteilt (siehe hierzu z.B. Wagner & Wörn, 2013) – kann auf sprachlicher Ebene potenzielle Hürden für die Lernenden bereithalten. Insbesondere, wenn noch keine tragfähigen Grundvorstellungen zum Lerngegenstand aufgebaut werden konnten oder noch nicht genügend bedeutungsbezogene Sprachmittel abruf- bzw. eigenständig aktivierbar sind, kann das Angebot verschiedener Kontexte als problematisch beurteilt werden.

Fazit und Ausblick

Ein zentrales Ergebnis der Untersuchung von Fabian (2022) ist das ausdifferenzierte Kategoriensystem, das einen Überblick über den anhand von Lehrbüchern ‚inventarisierten‘ Sprachschatz zur Einführung negativer Zahlen liefert. Auf Basis einer inhaltlichen Analyse der spezifizierten Sprachmittel konnten potenzielle sprachliche Hürden wie z.B. die hohe Anzahl synonym gebrauchter Sprachmittel in verschiedenen semantischen Kontexten und ihrer Antonyme (für eine umfangreiche Auflistung potenzieller Hürden s. Fabian, im Druck) herausgearbeitet werden. Es gilt nun zu überprüfen, ob diese potenziellen Hürden für Lernende auch tatsächlich von Relevanz sind. Eine derartige Anschlussuntersuchung wird derzeit von der Autorin dieses Beitrags vorgenommen: Es werden zum einen textliche Eigenproduktionen analysiert, in denen Schüler*innen aus vier 7. und fünf 8. Klassen darlegen, ‚was negative Zahlen‘ sind, ‚warum man sie braucht‘ und ‚wozu sie verwendet werden‘. Es werden zum anderen Einzelinterviews mit Schüler*innen zu derselben Fragestellung analysiert.

Literatur

- Fabian, M. (2022). Minusgrade, Schulden, Tauchtiefen – Spezifizierung von Sprachmitteln zur Einführung negativer Zahlen. *Journal für Mathematik-Didaktik*. <https://doi.org/10.1007/s13138-022-00208-8>
- Malle, G. (2007). Die Entstehung negativer Zahlen. Der Weg vom ersten Kennenlernen bis zu eigenständigen Denkobjekten. *mathematik lehren*, 142, 52–57.
- Prediger, S. (2017). „Kapital multipliziert durch Faktor halt, kann ich nicht besser erklären“ – Gestufte Sprachschatzarbeit im verstehensorientierten Mathematikunterricht. In B. Lütke, I. Petersen, & T. Tajmel (Hrsg.), *Fachintegrierte Sprachbildung* (S. 229-252). De Gruyter. <https://doi.org/10.1515/9783110404166-011>
- vom Hofe, R., & Hattermann, M. (2014). Zugänge zu negativen Zahlen. *mathematik lehren*, 183, 2–7.
- Wagner, A., & Wörn, C. (2013). Veranschaulichungs- und Erklärmodelle zum Rechnen mit negativen Zahlen. In J. Sprenger, A. Wagner, & M. Zimmermann (Hrsg.), *Mathematik lernen, darstellen, deuten, verstehen* (S. 191–203). Springer Fachmedien. https://doi.org/10.1007/978-3-658-01038-6_15