Julia T. KAISER, Essen & Andreas BÜCHTER, Essen

Untersuchung der schriftlichen Verwendung von Fachsprache in der Studieneingangsphase Mathematik

Die Bedeutung von Sprache für das Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule ist in den vergangenen Jahren auch im deutschsprachigen Raum intensiv untersucht worden (Ufer et al., 2020). Konstruktiv gewendet haben die Befunde zu Konzepten für einen sprachsensiblen Mathematikunterricht geführt. In der Hochschuldidaktik der Mathematik wurden vergleichbare Untersuchungen und Entwicklungsarbeiten bislang kaum durchgeführt; erste theoretische und konzeptionelle Überlegungen finden sich in Kaiser (im Druck). Da Sprache auch in der Hochschule eine wesentliche Bedeutung für gelingende Lehr-Lern-Prozesse haben dürfte, liegt es nahe, schulbezogene Befunde, Untersuchungs- und Sprachbildungsansätze hinsichtlich ihrer Übertragbarkeit zu prüfen. Dabei müssen Unterschiede bei der Auswahl und Inszenierung der fachlichen Gegenstände, den Lernvoraussetzungen, der Lerngruppe und dem Bildungsauftrag berücksichtigt werden.

Im vorliegenden Beitrag wird eine begonnene Untersuchung der schriftlichen Verwendung von Fachsprache bei der Bearbeitung von Übungsaufgaben zur Analysis I mit ausgewählten theoretischen Ausgangspunkten, dem Design und ersten, vorläufigen Befunden vorgestellt.

Theoretischer Hintergrund

Die im Mathematikstudium auftretende Schriftsprache weist über die aus der Schule bekannten Merkmale fachgebundener Bildungssprache hinaus spezielle, herausfordernde Charakteristika auf; insbesondere ist die mathematische Fachsprache redundanzfrei und „ein hoch entwickeltes Artefakt, das eine große Informationsdichte auf kleinem Raum erzeugt und dessen verständige Handhabung eine eigene Expertise erfordert“ (Hefendehl-Hebeker, 2016, S. 18). Hieraus resultieren hohe Anforderungen sowohl bei der Rezeption als auch bei der Produktion entsprechender Texte, da es auf das genaue Verständnis bzw. die präzise Verwendung jedes Zeichens ankommt.

Die Objekte der Mathematik sind theoretischer Natur und durch ihre Beziehungen untereinander festgelegt. Logische Bezüge stellen dabei den Kitt sowohl bei der Festlegung von Begriffen als auch zwischen Begriffen dar. Dies wird an Axiomensystemen – in der Studieneingangsphase etwa für reelle Zahlen und Vektorräume – und einem darauf basierenden Theorieaufbau deutlich. Für das Verständnis der axiomatisch geprägten Begriffe ist das genaue Verständnis der logischen Bezüge ebenso essenziell wie für das Verständnis der Begriffsnetze und des Theorieaufbaus im jeweiligen Bereich.

In: IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2022.
56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872089.0

Dies soll am Beispiel des Gruppenbegriffs, der sowohl bei den reellen Zahlen als auch bei Vektorräumen einen begrifflichen Bestandteil darstellt, erläutert werden: Die Existenz von neutralen und inversen Elementen wird gefordert; dabei ist es ein entscheidender Unterschied, ob ein Element existieren soll, das zu allen Elementen in einer bestimmten Beziehung steht, oder ob für alle Elemente ein Element existieren soll, zu dem sie jeweils in einer bestimmten Beziehung stehen.

Ein weiteres markantes Merkmal mathematischer Fachsprache, das in der Schule kaum auftritt, ist die Verwendung feststehender Redewendungen, die auf eine bestimmte Art verstanden werden (müssen) und die auf Studierende zunächst paradox wirken können. Wenn bei einem Beweis etwa eine konkretisierte Konstellation betrachtet wird, die generisch für alle möglichen Konstellationen steht, so wird gesagt, die geschehe „ohne Beschränkung der Allgemeinheit“, obwohl eine Konkretisierung vorgenommen, die Allgemeinheit also scheinbar eingeschränkt wird. Entscheidend ist, dass damit tatsächlich alle möglichen Fälle abgedeckt sind oder analog betrachtet werden können. Sowohl das Verstehen dieser Denkfigur als auch die souveräne gedankliche und sprachliche Verwendung stellen erfahrungsgemäß große Herausforderungen dar.

Für die erforderlichen Prozesse des verschränkten fachlichen und sprachlichen Lernens wird als Ausgangspunkt eine *Sprache des Verstehens* (Wagenschein, 1980) benötigt, um neu angeeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren schließlich in der *Sprache des Verstandenen* (Wagenschein, 1980) formulieren zu können. In der Schule stehen die Alltags- bzw. Umgangssprache und die allgemeine Bildungssprache – jeweils in individuellen Ausprägungen – zur Verfügung, um die fachgebundene Bildungssprache und die Fachsprache auf dem jeweiligen curricularen Niveau zu entwickeln. In der Hochschule wird dann das curricular angestrebte Abschlussniveau der gymnasialen Oberstufe als neue Sprache des Verstehens für das Erlernen einer weiter spezialisierten Fachsprache mit umfassenden algebraisch- und logisch-symbolischen Anteilen genutzt. Dabei wird von den Lehrenden zuweilen vergessen, dass nicht alle Studierenden dieses angestrebte Abschlussniveau uneingeschränkt erreicht haben.

Der Erwerb der präzisen mathematischen Fachsprache lässt sich insgesamt als spezifischer Spracherwerbsprozess betrachten, bei dem auch allgemeine Lerntätigkeiten eine Rolle spielen. Auch wenn sich Spracherwerb nicht auf Lernen durch Imitation und Erprobung von Sprachhandlungen reduzieren lässt, spielen diese doch eine wichtige Rolle. Für die hier berichtete Untersuchung bedeutet dies insbesondere, dass Imitation nicht defizitär, sondern hinsichtlich ihres Potenzials für den Lernprozess betrachtet wird.

Konkretisierung des Erkenntnisinteresses und Designs

Da zur schriftlichen Verwendung von Fachsprache durch Lernende in der Studieneingangsphase Mathematik bisher keine einschlägigen Befunde vorliegen, wird zunächst eine entsprechende Bestandsaufnahme angestrebt. Dabei wird auf zwei markante Teilaspekte mathematischer Fachsprache fokussiert: die *Explikation logischer Bezüge* und die *Verwendung fachsprachlicher Redewendungen*. Da wir im Einklang mit der Spracherwerbsforschung davon ausgehen, dass Studierende sich die mathematische Fachsprache auch durch Imitation und Erprobung aneignen, sollen Bearbeitungen von Übungsaufgaben – hier zur Analysis I – das empirische Material darstellen.

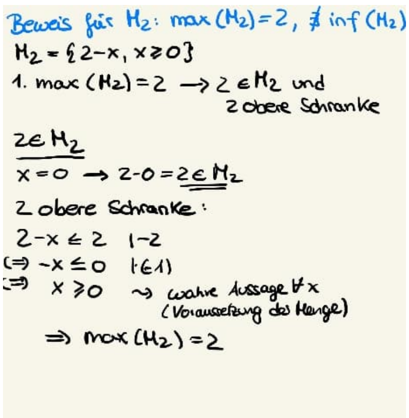
Die konkreten Forschungsfragen lauten daher:

- Wann und wie treten Explikationen logischer Bezüge bei der Bearbeitung von Übungsaufgaben zur Analysis I auf?
- Wann und wie werden fachsprachliche Redewendungen bei der Bearbeitung von Übungsaufgaben zur Analysis I verwendet?

Methodisch wird über den Semesterverlauf sowohl eine Querschnittsstudie als auch eine Längsschnittstudie durchgeführt, um einerseits einen Überblick über die Verwendung eines bestimmten Teils der mathematischen Fachsprache zu einem Zeitpunkt der Vorlesung zu erhalten und andererseits bei einzelnen Studierenden auch eine Entwicklung beim Lernen der mathematischen Fachsprache erfassen zu können. Als Referenzrahmen zur Einordnung der vorgefundenen schriftlichen Fachsprachverwendung dienen später entsprechende Analysen häufig verwendeter Lehrbücher, da diese als potenzielle Lerngelegenheit betrachtet werden können.

Erste Befunde und Ausblick

Im Folgenden werden exemplarisch relevante Beispiel aus der Untersuchung von Bearbeitungen zu der folgenden Übungsaufgabe betrachtet:



Zeigen Sie: Die Menge $M_2 \coloneqq \{2 - x : x \geq 0\}$ hat die Eigenschaft „*Die Menge hat die Zahl 2 als Maximum und besitzt kein Infimum*".

In der nebenstehenden Bearbeitung werden Schlussfolgerungen mit Implikationspfeilen notiert und es werden Äquivalenzpfeile beim Umformen verwendet. Dabei fällt auf, dass der Allquantor ohne Explikation der Definitionsmenge der Variable benutzt wird und Pfeile der Art „→" mit wechselnder Bedeutung verwendet werden, z. B. im Sinne von „d. h.“, „zu zeigen“ oder „eingesetzt ergibt sich“. Eine Beobachtung dieses Studierenden über mehrere Abgaben hinweg verdeutlicht die Relevanz der Längsschnittstudie Bei Aufgabenbearbeitungen im fortschreitenden Verlauf des Semesters wird „$\rightarrow$“ nicht mehr verwendet, sondern das Gemeinte explizit formuliert. Bei vielen Bearbeitungen anderer Studierender lässt sich ein nicht zu den Konventionen passender Gebrauch von Äquivalenz- und Implikationspfeilen beobachten – oder Äquivalenzpfeile werden bei entsprechenden Umformungen gar nicht verwendet.

Anlass für vertiefte Betrachtungen liefert auch die Bearbeitung einer anderen Aufgabe: Während der Allquantor in einer Formelumgebung richtig verwendet wird, wird dem Allquantor in einer Textumgebung ein ergänzendes „für“ vorangestellt – und zwar konsequent in der gesamten Abgabe. Interessanterweise tritt dies nicht bei dem Existenzquantor auf, der gar nicht als Symbol verwendet wird, sondern nur in seiner verbalisierten Form.

Als fachsprachliche Redewendungen lassen sich in den Studierendenbearbeitungen u. a. folgende beobachten: „Sei“ zur (so unpassend formulierten) Einleitung eines feststehenden Sachverhalts und „für ein festes, aber beliebiges ε“, wo unklar bleibt, ob die (so ebenfalls unpassend formulierte) fachsprachliche Redewendung inhaltlich verständig verwendet wurde.

Beim Erlernen der mathematischen Fachsprache scheint Imitation also oft am Anfang des Weges zu einer sicheren Beherrschung zu stehen. Typische Schwierigkeiten bei der Verwendung können bei lernförderlicher Rückmeldung Anknüpfungspunkte für die fachsprachliche Entwicklung darstellen. Neben einer Ausdifferenzierung und Absicherung der Befunde zur schriftlichen Fachsprachverwendung muss hier in Interventionsstudien erprobt werden, wie Rückmeldungen lernförderlich gestaltet werden können.

Literatur

Hefendehl-Hebeker, L. (2016). Mathematische Wissensbildung in Schule und Hochschule. In A. Hoppenbrock, R. Biehler, R. Hochmuth & H.-G. Rück (Hrsg.), *Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase* (S. 15–30). Springer Fachmedien Wiesbaden.

Kaiser, J. T. (im Druck). Anregen von Sprechanlässen im Mathematikstudium mit Fokus auf die Studieneingangsphase. *Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2021*. WTM-Stein.

Ufer, S., Leiss, D., Stanat, P. & Gasteiger, H. (2020). Sprache und Mathematik – theoretische Analysen und empirische Ergebnisse zum Einfluss sprachlicher Fähigkeiten in mathemathematischen Lern- und Leistungssituationen. *Journal für Mathematik-Didaktik, 41*(1), 1–9.

Wagenschein, M. (1980). *Naturphänomene sehen und verstehen: genetische Lehrgänge*. Klett.