Lukas KNORR, Frankfurt, Constanze SCHADL, Jena &
Jessica HOTH, Frankfurt

Größenvorstellungen zu Längen in der Primarstufe – Welche Facetten sind Teil dieses Konstrukts?

Größen begegnen uns überall im Alltag: Wir behalten morgens die Uhrzeit im Blick, damit wir nicht zu spät zur Arbeit oder zur Schule aufbrechen (Größenbereich Zeit), beim Kochen orientieren wir uns an Gewichtsangaben der einzelnen Zutaten (Größenbereich Gewicht) und beim Leichtathletikturnier werden beispielsweise Längen beim Weitwurf oder Weitsprung nachgemessen (Größenbereich Länge). Dem Größenbereich Länge kommt insofern eine besondere Bedeutung zu, als dass dieser nicht nur eine Grundlage für das Zahlverständnis und Zahlbeziehungen, sondern auch für die Skalierung von Messwerkzeugen für andere Größenbereiche darstellt (beispielsweise beim Thermometer) (Franke & Ruwisch, 2010). Dementsprechend ist es ein zentrales Ziel des Mathematikunterrichts, dass Kinder am Ende der Grundschulzeit über verschiedene Größenvorstellungen (auch im Bereich Länge) verfügen (KMK, 2004). Welche Facetten das Konstrukt der Größenvorstellungen umfasst, ist jedoch nicht immer eindeutig und – insbesondere empirisch – noch weitestgehend ungeklärt (Hoth & Nührenbörger, 2021).

Theoretische Grundlagen

In der mathematikdidaktischen Literatur und in den curricularen Vorgaben sind Größenvorstellungen ein vielgenanntes und relevantes Konstrukt im Bereich Größen und Messen (Franke & Ruwisch, 2010; KMK, 2004). Dabei variieren sowohl begriffliche Bezeichnungen als auch die unterschiedlichen Facetten, die in verschiedenen empirischen und theoretischen Ansätzen gewählt werden (für einen Überblick siehe beispielsweise Hagena, 2019).

Nach Ruwisch (2021) umfassen die Vorstellungen zu Größen insbesondere vier Prozesse: das qualitative und quantitative Messen sowie das qualitative und quantitative Schätzen und ihre Vernetzungen. Sie weist jedoch auch darauf hin, dass in anderen Konzeptualisierungen auch weitere Fähigkeiten, wie das Umrechnen von Größenangaben, berücksichtigt werden. Dies wird beispielsweise in den Bildungsstandards genannt, in denen noch weitere Kompetenzen in dem Bereich *Größenvorstellungen besitzen* genannt werden: „Standardeinheiten kennen"; „Größen vergleichen, messen und schätzen"; „Repräsentanten für Standardeinheiten kennen und im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen" (KMK, 2004, S. 11). Als ein weiterer Kompetenzbereich wird der Umgang mit Größen in Sachsituationen identifiziert (KMK, 2004). Ob es sich bei diesen Facetten um unterschiedliche Fähigkeiten handelt oder

In: IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2022.
56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872089.0

das Konstrukt der Größenvorstellungen eher eindimensional zu beschreiben ist, wurde empirisch bisher wenig beforscht. In einer large-scale Erhebung finden Hanninghofer et al. (2011) Hinweise darauf, dass ein zweidimensionales Modell mit den Dimensionen aus den KMK-Standards (a) *Größenvorstellungen besitzen* und (b) *mit Größen in Sachsituationen umgehen können* das Konstrukt besser zu beschreiben scheint als ein eindimensionales Modell. Es fehlt bislang jedoch empirische Evidenz, ob die oben genannten verschiedenen Facetten eher ein ein- oder mehrdimensionales Konstrukt beschreiben. In diesem Beitrag wollen wir daher weitere empirische Hinweise zu der Frage nach der Struktur dieses Konstrukts sammeln und insbesondere die Frage klären, ob das Umrechnen Teil des Konstrukts der Größenvorstellungen ist oder eine eigene Dimension darstellt.

Der Beitrag fokussiert daher die Frage, ob eine ein- oder mehrdimensionale Strukturmodellierung besser geeignet ist, um das Konstrukt der Größenvorstellungen im Größenbereich Länge zu beschreiben. Hierfür konzeptualisieren wir drei Bereiche: (1) Wissen und Fähigkeiten zu Längenaspekten in Anlehnung an das Modell von Ruwisch (2021), (2) das Umrechnen von Längeneinheiten und (3) das Rechnen mit Längen in Sachsituationen (siehe Abbildung 1).

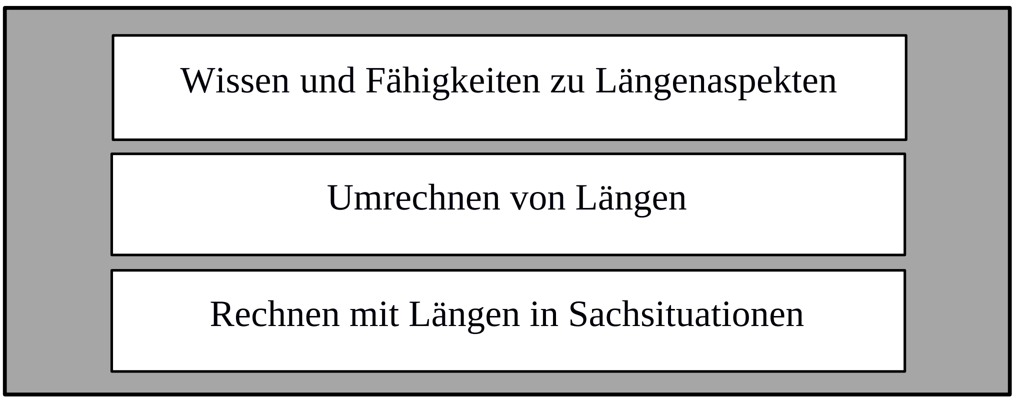

Abb 1: Modell zu Größenvorstellungen zu Längen

Diese Strukturmodellierung nimmt damit Bezug auf die Bildungsstandards (KMK, 2004) ebenso wie das von Ruwisch (2021) vorgeschlagene Modell. Die übergeordneten Facetten (1) Wissen und Fähigkeiten zu verschiedenen Längenaspekten, (2) Umrechnen von Längen und (3) Rechnen mit Längen in Sachsituationen umfassten dabei verschiedene Teilfacetten. Exemplarisch sei hier in Bezug auf die erste Facette das Kennen von Repräsentanten oder auch Schätzen von Längen genannt, im Bereich des Rechnens mit Längen in

Sachsituationen wurden beispielsweise verschiedene Grundrechenarten und Grundvorstellungen berücksichtigt.

Methodisches Vorgehen

Um die in dem Modell (Abb. 1) angenommene Struktur zu überprüfen und einem eindimensionalen Modell gegenüberzustellen, wurden zu jeder der abgebildeten Bereiche verschiedene Aufgaben entwickelt.

Insgesamt haben 121 Kinder aus der dritten und vierten Klassenstufe an der querschnittlichen Erhebung im Umfang von zwei Schulstunden teilgenommen. Die Aufgaben wurden im Klassensetting im Paper-Pencil-Format bearbeitet. Insgesamt haben 16 Kinder der dritten und 105 Kinder der vierten Jahrgangsstufe an der Untersuchung teilgenommen. 41.3% der Stichprobe waren Mädchen und 54.5% Jungen (4.1% divers).

Der Großteil der Items wurde dichotom kodiert (0 = falsch, 1 = richtig). Bei Items im Bereich des quantitativen Schätzens wurde eine Abweichung von der tatsächlichen Länge der Objekte kleiner gleich 10 % mit dem Code 3 kodiert, eine Abweichung von mehr als 10 % und maximal 25 % mit dem Code 2 und eine Abweichung zwischen 25 % und 50 % mit dem Code 1. Eine Abweichung > 50 % wurde mit 0 kodiert.

Mittels einer konfirmatorischen Faktorenanalyse (Moosbrugger & Schermelleh-Engel, 2012) wurde überprüft, ob ein ein- oder mehrdimensionales Modell für eine Strukturmodellierung besser geeignet erscheint. Dabei wurde mithilfe des χ^2-Modelldifferenztests abgesichert, ob ein ein- oder mehrdimensionales Modell überlegen ist.

Ergebnisse

Im Rahmen der Item- und Skalenanalysen zeigen sich besonders vor dem Hintergrund der Entwicklung von neuen Instrumenten akzeptable Reliabilitäten (Field, 2014). Weiterhin deuten erste Analysen die Überlegenheit eines mehrdimensionalen Modells gegenüber einem eindimensionalen Modell an.

Diskussion

Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass ein mehrdimensionales Modell die Daten besser beschreibt und insbesondere das Umrechnen eine eigenständige Fähigkeit ist. Es deutet sich daher an, dass das Umrechnen keine Facette der Größenvorstellungen ist, aber Zusammenhänge mit diesen angenommen werden können. Dies bedeutet andererseits auch, dass Wissen und Fähigkeiten zu Längenaspekten (wie das Wissen über Repräsentanten, das Messen und Schätzen) nicht direkt durch einen Mathematikunterricht zum Umrechnen mitgefördert werden, sondern bewusst thematisiert werden sollten.

Im Folgenden sollte in weiterführenden Analysen geklärt werden, wie die unterschiedlichen Facetten miteinander zusammenhängen und ob weitere Hinweise auf die Struktur der Größenvorstellungen gefunden werden können. Auch die Frage, wie sich Größenvorstellungen entwickeln und welche weiteren mathematischen und überfachlichen Fähigkeiten diese Entwicklung begünstigen, sollten noch geklärt werden.

Literatur

Field, A. (2014). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics.* SAGE Publications.

Franke, M. & Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule* (2. Aufl.). Spektrum Akademischer Verlag.

Hagena, M. (2019). *Einfluss von Größenvorstellungen auf Modellierungskompetenzen. Empirische Untersuchung im Kontext der Professionalisierung von Lehrkräften.* Springer Spektrum.

Hannighofer, J., Van den Heuvel-Panhuizen, M., Weirich, S. & Robitzsch, A. (2011). Revealing German primary school students' achievement in measurement. *ZDM Mathematics Education, 43*, Artikel 651.

Hoth, J. & Nührenbörger, M. (2021). Größenvorstellungen in der Primar- und frühen Sekundarstufe. In K. Hein, C. Heil, S. Ruwisch & S. Prediger (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2021* (S. 303–304). WTM.

KMK (Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland). (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)*. https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf

Moosbrugger, H. & Schermelleh-Engel, K. (2012). Exploratorische (EFA) und konfirmatorische Faktorenanalyse (CFA). In H. Moosbrugger & A. Kelava (Hrsg.), *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion* (S. 324–343). Springer.

Ruwisch, S. (2021). Stützpunkte als Kern des Größenverständnisses und Grundlage des Schätzens. In K. Hein, C. Heil, S. Ruwisch & S. Prediger (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2021: Vom GDM-Monat 2021 der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM)* (S. 317–320). WTM.