

Julian KÖRTLING, Kassel & Andreas EICHLER, Kassel

Schwierigkeiten von Studierenden beim Gebrauch der mathematischen Sprache im ersten Studienjahr

Im Fach Mathematik ist die Transition von der Schule zur Hochschule insbesondere durch einen Übergang von der Sprache im Mathematikunterricht hin zur mathematischen Sprache an der Hochschule gekennzeichnet. Während in der Schulmathematik oftmals (umgangssprachliche) Umschreibungen genügen, wird von den Studierenden an der Universität eine korrekte und präzise Verwendung der mathematischen Sprache gefordert, d. h. sie werden neben neuen sprachlichen Elementen auch mit neuen Normen zur Verwendung der mathematischen Sprache konfrontiert (Reiss & Nagel, 2017). Dabei zeigen Untersuchungen, dass dies viele Studierende gerade zu Beginn ihres Mathematikstudiums vor Probleme stellt, weshalb Clark und Lovric (2008, S. 29) auch von einem „shock of passage from informal to formal language“ sprechen und die mathematische Sprache auch als „gatekeeper“ gesehen werden kann, um Zugang zur mathematischen Community zu erhalten (u. a. Guedet, 2008).

Ziel unseres im khdm verankerten Forschungsprojektes ist es deshalb, den Transitionsprozess hinsichtlich der mathematischen Sprache genauer zu untersuchen und insbesondere den Fragen nachzugehen, welche konkreten sprachlichen Schwierigkeiten sich für Studierende ergeben und wie sich diese im ersten Studienjahr entwickeln. In diesem Beitrag soll der Fokus dabei auf Schwierigkeiten von Studienanfänger*innen im Fach Mathematik beim schriftlichen Gebrauch der mathematischen Sprache liegen.

Die Sprache der Mathematik

Zur Charakterisierung der mathematischen Sprache ist häufig eine Unterteilung in Wort-, Satz- und Textebene zu finden (u. a. Prediger et al., 2019). Auf der Wortebene sind neben den mathematischen Fachbegriffen insbesondere die mathematischen Symbole anzuführen. Diese nehmen bei der Bezeichnung von mathematischen Objekten oder als Abkürzungen für Fachausdrücke eine wichtige Rolle ein und tragen so mit dazu bei, abstrakte Objekte und Beziehungen überhaupt beschreiben zu können (Schlepppegrell, 2007). Häufig werden dabei auch mehrere Symbole zur Bildung eines neuen Symbols kombiniert, wobei es für die Verknüpfung von Symbolen untereinander syntaktische und ästhetische Regeln gibt (Maier & Schweiger, 1999).

Auf der Satzebene sind u. a. die Verwendung von Nominalisierungen und eine im Vergleich zur Alltagssprache gehäufte Nutzung des Passivs als Besonderheiten zu nennen (Schlepppegrell, 2007). Darüber hinaus lassen sich

mathematische Definitionen auf der Satzebene verorten, die es ermöglichen, „Wörtern eine Bedeutung zuzusprechen und somit die Fachwörter in ihrem mathematischen Gehalt zu initiieren“ (Meyer & Tiedemann, 2017, S. 24).

Demgegenüber lassen sich mathematische Sätze angelehnt an Meyer und Tiedemann (2017) auf der Textebene einordnen, da sie im linguistischen Sinn oftmals aus mehr als einem Satz bestehen. Neben allgemeinen Merkmalen mathematischer Texte (Maier & Schweiger, 1999) sind außerdem noch Beweise als spezielle Textform in der Mathematik anzuführen.

Datenerhebung und Datenauswertung

Um den einleitend genannten Fragen nachzugehen, wurde ein qualitativer Ansatz gewählt. Es konnte eine Stichprobe von 15 Studierenden aus den Studiengängen gymnasiales Lehramt Mathematik und Mathematik Bachelor an der Universität Kassel gewonnen werden. Mit diesen Studierenden wurden zu sieben Zeitpunkten im Verlauf ihres ersten Studienjahres leitfadengestützte Interviews geführt, die auch Prompts in Form kurzer Aufgaben beinhalteten, wie beispielsweise einen mathematischen Satz vorzulesen und zu erläutern, Definitionen zu vorgegebenen Begriffen zu formulieren oder Aussagen formal-symbolisch aufzuschreiben.

Die Interviews wurden vollständig transkribiert und in Anlehnung an das Verfahren der induktiven Kategorienbildung nach Mayring (2014) analysiert und kodiert. Für die Auswertung der schriftlichen Antworten der Studierenden wurde ein Kodierungsschema entwickelt (Körtling & Eichler, 2022), um Schwierigkeiten und Entwicklungen der Studierenden beim Gebrauch der mathematischen Sprache zu identifizieren.

Ergebnisse und Diskussion

Die in der Literatur beschriebene Problematik der hohen Abbruchquoten in mathematikhaltigen Studiengängen (Heublein & Schmelzer, 2018) zeigte sich auch in unserer Erhebung, wenngleich die Stichprobe der interviewten Studierenden aufgrund des geringen Umfangs natürlich nicht repräsentativ für die Gesamtheit der Studienanfänger*innen im Fach Mathematik an der Universität Kassel ist. Von den 15 Teilnehmenden brachen sieben im Verlauf des ersten Studienjahres ihr Mathematikstudium ab oder wechselten vom Studiengang des gymnasialen Lehramts zum Studium des Lehramts an Grundschulen. Die Mehrzahl dieser Studierenden führte in abschließenden Interviews über Gründe für den Studienabbruch bzw. Studiengangswechsel auch Schwierigkeiten und Gefühle der Überforderung im Zusammenhang mit der mathematischen Sprache an. Beispielsweise wurde die Kombination

aus hohem Tempo und neuen, aufeinander aufbauenden Begriffen und Inhalten mehrfach genannt, ebenso wie das Problem, eigene Lösungen formal korrekt aufzuschreiben.

Schwierigkeiten, die mathematische Sprache schriftlich korrekt zu gebrauchen, zeigten sich auch in den Interviews, wobei hier Unterschiede insbesondere im Entwicklungsverlauf zwischen den Studierenden zu beobachten sind. Eine zentrale Herausforderung für Studierende scheint das Formulieren von Definitionen darzustellen. Definitionen von eigentlich als bekannt vorauszusetzenden Begriffen wie dem Funktionsbegriff konnten größtenteils nur unvollständig oder nicht korrekt formuliert werden. Häufige Fehler waren dabei, dass gerade zu Beginn des Studiums oftmals umgangssprachliche und unpräzise Umschreibungen genutzt wurden, oder der Versuch einer möglichst symbolischen Schreibweise in inhaltlichen Unvollständigkeiten resultierte und verwendete Variablen nicht definiert wurden. Die Auswertung der Interviews legt nahe, dass eine Ursache für Schwierigkeiten beim Definieren und beim Arbeiten mit Definitionen darin begründet liegen könnte, dass vielen Studierenden die Bedeutung und die charakteristischen Merkmale von mathematischen Definitionen überhaupt nicht bewusst sind.

Als eine weitere Schwierigkeit beim Gebrauch der mathematischen Sprache lässt sich die Verwendung und Verknüpfung von Symbolen beim Formulieren mathematischer Aussagen bzw. Sachverhalte herausstellen. Exemplarisch für eine inkorrekte Verwendung und Verknüpfung von Symbolen sind in Abbildung 1 die Formulierungen der Aussage „Wenn man zwei ungerade natürliche Zahlen addiert, ist das Ergebnis immer eine gerade Zahl“ von zwei interviewten Studierenden dargestellt.

The image shows two handwritten mathematical expressions within a rectangular border. The top expression is $N_{ungerade} + N_{ungerade} = N_{gerade}$. The bottom expression is $\cancel{2A} + 2A + 2B = 2(A+B)$, where the $2A$ term is crossed out with a scribble.

Abb. 1: Formulierungen einer Aussage von zwei Studierenden aus den Interviews.

Folgt man Berger (2004), könnte jedoch diese Form der funktionalen Verwendung mathematischer Symbole dazu beitragen, einen korrekten Gebrauch der mathematischen Sprache zu erlernen. Zumindest bei einem Teil

der Studierenden konnte in den Interviews im Verlauf des ersten Studienjahres diesbezüglich eine positive Entwicklung beobachtet werden. Es ist allerdings unklar, ob und inwiefern sich diese Entwicklung fortsetzt und die Studierenden am Ende ihres Studiums über angemessene Kompetenzen im Gebrauch der mathematischen Sprache verfügen. Obwohl sich die Ergebnisse aufgrund des qualitativen Ansatzes nicht verallgemeinern lassen, implizieren sie, dass ein größerer Anteil von Studierenden im ersten Studienjahr erhebliche Probleme mit dem Gebrauch der mathematischen Sprache hat. Diesbezüglich sollte also über unterstützende Angebote nachgedacht werden, was im Vortrag neben der Präsentation weiterer Ergebnisse diskutiert wird.

Literatur

- Alcock, L. & Simpson, A. (2002). Definitions: Dealing with categories mathematically. *For the Learning of Mathematics*, 22(2), 28–34.
- Berger, M. (2004). The functional use of a mathematical sign. *Educational Studies in Mathematics*, 55(1–3), 81–102. <https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000017672.49486.f2>
- Clark, M. & Lovric, M. (2009). Understanding secondary–tertiary transition in mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(6), 755–776. <https://doi.org/10.1080/00207390902912878>
- Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary–tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 237–254. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9100-6>
- Körtling, J. & Eichler, A. (im Druck). Students’ development of mathematical language regarding definitions. In G. Bolondi, F. Ferretti & J. Hodgen (Hrsg.), *Proceedings of the 12th Congress of the Society for Research on Mathematics Education (CERME)*. ERME.
- Maier, H. & Schweiger, F. (1999). *Mathematik für Schule und Praxis. Bd. 4: Mathematik und Sprache: Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht*. öbv & hpt.
- Mayring, P. (2014). *Qualitative content analysis: theoretical foundation, basic procedures and software solution*. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-395173>
- Meyer, M. & Tiedemann, K. (2017). *Sprache im Fach Mathematik. Mathematik im Fokus*. Springer Spektrum.
- Prediger, S., Erath, K. & Opitz, E. M. (2019). The Language Dimension of Mathematical Difficulties. In A. Fritz (Hrsg.), *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: From the Laboratory to the Classroom* (S. 437–455). Springer.
- Reiss, K. & Nagel, K. (2017). From high school to university mathematics: The change of norms. In R. Göller, R. Biehler, R. Hochmuth & H.-G. Rück (Hrsg.), *Didactics of Mathematics in Higher Education as a Scientific Discipline: Conference Proceedings: khdm report 17-05* (S. 444–447). <https://kobra.uni-kassel.de/bitstream/123456789/2016041950121/5/>
- Schleppegrell, M. J. (2007). The Linguistic Challenges of Mathematics Teaching and Learning: A Research Review. *Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 139–159. <https://doi.org/10.1080/10573560601158461>