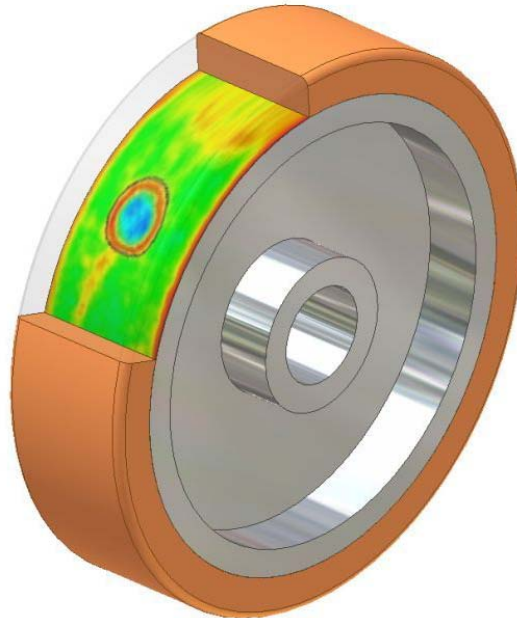


# Entwicklung eines Schädigungsmodells des Delaminationsprozesses von Polyurethanbandagen bei Schwerlaststrädern



Von der Fakultät Maschinenbau  
der Universität Dortmund  
zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte

## Dissertation

von  
Aljoscha Langenohl  
aus Lüdenscheid

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Bernd Künne  
Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Horst-Artur Crostack  
Mündliche Prüfung: 20.12.2007

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung.....</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Stand der Technik.....</b>	<b>5</b>
2.1	Grundlagen von Rollen und Rädern aus polymeren Werkstoffen.....	5
2.1.1	Aufbau und Einsatzgebiete von Rollen und Rädern.....	5
2.1.1.1	Polyurethan als Radwerkstoff.....	6
2.1.2	Herstellung von Schwerlasträdern mit Polyurethanbandage.....	10
2.1.3	Mechanische und thermische Beanspruchung von Kunststoffrädern.....	12
2.1.3.1	Beanspruchung in der Kontaktfläche .....	12
2.1.3.2	Beanspruchung und Wärmeaufbau in der Bandage .....	19
2.1.3.3	Beanspruchung in der Teilfuge.....	22
2.2	Bindung von Elastomeren an Metallkörpern.....	24
2.2.1	Haftungsprüfungen von Elastomeren auf starren Körper.....	28
2.2.1.1	Genormte Prüfmethode .....	28
2.2.1.2	Zerstörungsfreie Prüfverfahren.....	30
2.2.2	Bandagenablösung bei Schwerlasträdern .....	32
<b>3</b>	<b>Problemstellung, Zielsetzung und Vorgehen .....</b>	<b>33</b>
3.1	Problemstellung.....	33
3.2	Zielsetzung und Vorgehen.....	35
<b>4</b>	<b>Experimentelle Untersuchung .....</b>	<b>37</b>
4.1	Randbedingungen .....	38
4.1.1	Auswahl der zu untersuchenden Parameter.....	38
4.1.2	Auswahl der Radkörper .....	41
4.1.3	Erstellung der Proberäder .....	42
4.1.4	Versuchsaufbau .....	44
4.1.5	Prüfen und Auswerten mittels Ultraschallprüftechnik .....	50
4.2	Ermittlung signifikanter Einflussfaktoren durch Screening-Versuche.....	54
4.2.1	Festlegung der Faktorstufen .....	55
4.2.2	Versuchsdurchführung .....	57
4.2.3	Auswertung der Screening-Versuche .....	58
4.3	Hauptversuchsreihe .....	63
4.3.1	Auswahl eines geeigneten Versuchsplans .....	63
4.3.2	Parameterauswahl, Faktorstufenauswahl und Zielgröße .....	65

---

4.3.3	Erstellung des Versuchsplans .....	69
4.3.4	Versuchsdurchführung .....	70
4.3.5	Auswertung.....	72
<b>5</b>	<b>Entwicklung des Schädigungsmodells .....</b>	<b>73</b>
5.1	Regressionsanalyse.....	73
5.2	Datentransformation der Messwerte.....	79
5.3	Bewertung der Regressionsmodelle .....	81
5.3.1	Bewertungskriterien für die Güte der Modelle.....	82
5.3.1.1	Kriterium angepasstes Bestimmtheitsmaß $R^2_{\text{adj}}$ .....	82
5.3.1.2	Kriterium <i>Mallows</i> $C_p$ .....	83
5.3.1.3	Informationskriterium AIC nach <i>Akaike</i> .....	84
5.3.1.4	Kriterium Anzahl der Parameter $p$ .....	84
5.3.2	Auswertung nach den Bewertungskriterien.....	85
5.4	Überprüfung der Regressionsmodelle auf Gültigkeit.....	87
5.4.1	Konstante Varianz der Residuen .....	89
5.4.2	Normalverteilung der Residuen.....	92
5.4.3	Mittelwert der Fehler .....	96
5.4.4	Unkorelliertheit der Einflussfaktoren .....	96
5.4.5	Unabhängigkeit der Fehler .....	97
5.4.6	Überprüfung der Modelle auf Ausreißer .....	97
5.4.7	Bewertung des Einflusses von potentiellen Ausreißern .....	100
5.5	Modellbestimmung.....	102
5.6	Ergebnisinterpretation .....	104
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>107</b>
<b>7</b>	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>110</b>
<b>8</b>	<b>Anhang.....</b>	<b>118</b>

# 1 Einleitung

Die Erfindung des Rades gilt als ein wesentlicher Entwicklungsschritt in der Geschichte der Zivilisation der Menschheit. Räder als Fortbewegungsmittel haben sich über mehr als 5000 Jahre von hölzernen Scheibenrädern bis zu komplexen Speichenrädern mit Bereifung weiterentwickelt.

Am Anfang des 20. Jahrhunderts wurden erstmals Gussräder mit aufvulkanisierten Gummi-bandagen hergestellt. Solche Räder mit weichelastischen Bandagen ersetzen zunehmend Räder aus Stahl, Grauguss oder Aluminium, weil Laufruhe, gute Kraftübertragung und die Fähigkeit, Stöße zu absorbieren, angestrebte Eigenschaften sind. Auch bei modernen Flurförderfahrzeugen und Förderanlagen im Logistikbereich werden solche Rollen und Räder benötigt. In diesem stark entwickelnden Bereich wird aber auch eine immer höhere dynamische Belastbarkeit gefordert.

Als Material für die Bandagen von Schwerlasträdern, aber auch in anderen hoch belasteten Polymer-Metall-Verbundkörpern, wie z. B. bei Kupplungselementen oder Puffern, haben sich daher massive Polyurethane (PUR) durchgesetzt. Sie haben im Vergleich zu Kautschukprodukten bessere mechanische Eigenschaften wie hohe Reißdehnung, gute Einschneid- und Weiterreißfestigkeiten sowie geringe Abrieb- und Verschleißwerte. Ein weiterer Vorteil beim Einsatz von Polyurethan als Laufflächen von Rädern ist die verhältnismäßig geringe Dämpfung, die zu geringen Rollenwiderständen führt und durch die niedrige Energieabsorption hohe Laufgeschwindigkeiten ermöglicht.

Aufgrund des unterschiedlichen Dehnungsverhaltens des elastischen Belages und des metallischen Trägerkörpers ist die Fügezone zwischen beiden Komponenten eine Schwachstelle. Wenn der Werkstoffverbund an einem Rad versagt, kann das Rad unvorhergesehen ausfallen und das ganze logistische System zum Stillstand kommen. Demgegenüber können andere Schädigungen, wie ein kontinuierlicher Verschleiß, frühzeitig durch entsprechende Inspektionsintervalle beobachtet und durch regelmäßige Wartungsarbeiten behoben werden. Ferner kann eine mechanische Überlastung des Rades einfach durch eine ausreichende Dimensionierung vermieden werden.

Nach Aussagen der Hersteller von Schwerlasträdern ist die Bandagenablösung bei ihrem Einsatz in logistischen Anlagen ein großes technisches Problem. Aber auch die wirtschaftlichen

---

Folgen können enorm sein. Ein Schaden an solchen Rollen oder Rädern kann in Zeiten der Rationalisierung von Produktionsprozessen zu großen Problemen führen, da Güter oder Bauteile erst bei Bedarf - zeitlich möglichst genau berechnet - direkt geliefert werden müssen.

Inhalt der vorliegenden Arbeit ist die experimentelle Untersuchung des Ablösungsprozesses der Polyurethanbandage von Schwerlaststrädern von der metallischen Nabe. Für diese Untersuchung werden mit Musterfehlern präparierte Räder hergestellt, die Delaminationen von definierter Größe aufweisen. Diese Räder werden bei unterschiedlichen Belastungsparametern auf einem dafür speziell entwickelten Versuchsstand belastet. Vor und nach den Belastungsintervallen wird die Teilfuge zwischen PUR-Bandage und Nabe mittels zerstörungsfreier Prüftechnik auf den Fortschritt der Delamination hin untersucht. Aus den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen wird schließlich ein Schädigungsmodell abgeleitet, das unter definierten Randbedingungen den Schädigungsverlauf von Ablösungsvorgängen beschreiben kann.

## 2 Stand der Technik

### 2.1 Grundlagen von Rollen und Rädern aus polymeren Werkstoffen

#### 2.1.1 Aufbau und Einsatzgebiete von Rollen und Rädern

Rollen und Räder aus polymeren Werkstoffen kommen in vielen technischen Bereichen zum Einsatz. Sie werden beispielsweise als Trag-, Führungs- oder Antriebs Elemente in Förder-, Handling- und Verkehrssystemen eingesetzt sowie als Walzen in Produktionsmaschinen wie Druckmaschinen und Anlagen zur Folien- und Textilherstellung.

Es werden Räder und Rollen aus hartelastischen Werkstoffen wie z. B. aus Polyoxymethylen (POM), Polyamid (PA) und weichelastische Räder aus Polyurethan (PUR) oder Gummi unterschieden. Weichelastische Räder können tendenziell kleinere Normalkräfte aufnehmen, laufen nahezu geräuschfrei, verursachen geringere Flächenpressungen auf den Fahrbahnen, können Stöße absorbieren und sind aufgrund der großen Reibungszahl ( $\mu_{\max} = 0,3 \dots 0,8$ ) imstande, relativ große Tangentialkräfte zu übertragen.

Im technischen Sprachgebrauch werden Räder von Rollen unterschieden. Rollen sind Einheiten aus einem Gehäuse, einem oder mehreren Rädern und einer Achse. Diese werden in der Regel nicht direkt angetrieben und sind üblicherweise nur für geringe Geschwindigkeiten vorgesehen.

Ein Rad besteht aus dem Radkörper und der Lauffläche. Der Radkörper wird noch einmal in Radnabe, als zentraler Teil des Rades zur Aufnahme der Achse oder der Lager, Felgenbett als äußeres Profil des Radkörpers, und Steg, der beide Elemente verbindet, aufgeteilt. Der Radkörper kann total, d. h. massiv aus einem Werkstoff, oder partial aus mehreren Bauteilen zusammengesetzt sein. Für hohe Beanspruchungen ist die Nabe zumeist aus metallischen Werkstoffen (Stahl, Guss, Aluminium, Bronze) gefertigt, für geringer beanspruchte Räder werden auch thermoplastische Werkstoffe eingesetzt, z. B. Polyamide. Die Bandage, die auch als Radreifen bzw. als Lauffläche bezeichnet wird, ist die äußere Oberfläche des Rades und steht in Kontakt mit der Fahrbahn. Räder aus Polyamid oder anderen thermoplastischen Kunststoffen werden häufig auch ohne tragende Metallnabe ausgeführt und finden als Reibräder zur Übertragung von Drehmomenten so gut wie keine Verwendung. Räder haben aufgrund der

unterschiedlichen Werkstoffe differierende Tragfähigkeiten, Rollwiderstände und Laufqualitäten.

In den Normen DIN EN 12526 /den99a/ und DIN EN 12533 /den99c/ werden Begriffe, Formelzeichen und Abmessungen für Rollen und Rädern definiert. Sie werden in die drei Gruppen A, B und C eingeteilt. Diese Gruppen definieren die drei Geschwindigkeiten 1,7 m/s, 2,8 m/s und 4,4 m/s. Die entscheidenden Merkmale eines Rades oder einer Rolle sind die Durchmesser und die Tragfähigkeiten. Ein weiteres, wesentliches Unterscheidungsmerkmal ist die Trennung in angetriebene und nicht angetriebene Räder und Rollen.

Schwerlastrollen mit Polyurethanbandage kommen überwiegend bei hoch belasteten Reibrad-antrieben zum Einsatz. Weitere typische Anwendungsfelder für Schwerlasträder sind Elektro-hängebahnen, Transferstraßen in der Automobilindustrie, automatische Parkhäuser und Fahr-geschäfte, wie z. B. Achterbahnen. Die **Abbildung 2.1** zeigt typische Anwendungsbeispiele von Schwerlasträdern mit Polyurethanbandagen:



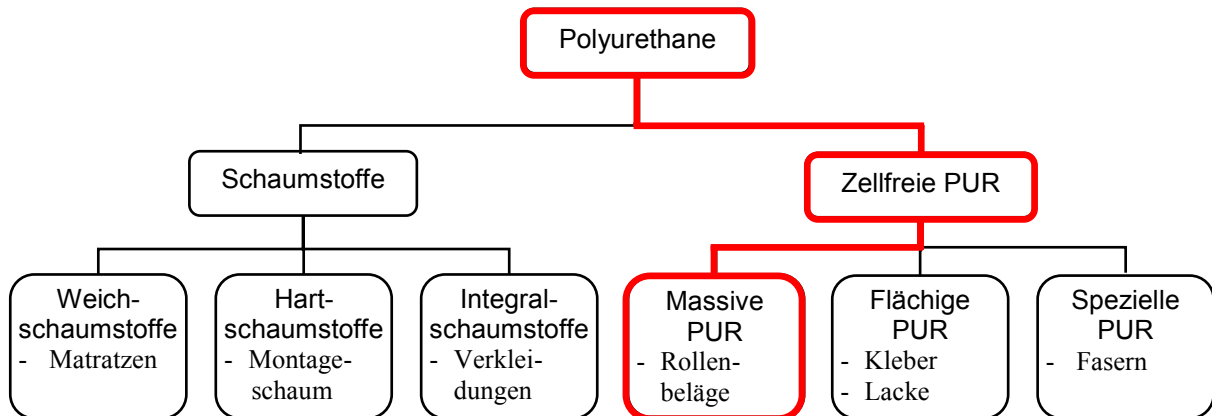
*Abbildung 2.1: Beispiele für den Einsatz von Schwerlastrollen in logistischen Anwendungen: Gabelstapler /BT/, automatische Hochregallager /Armes/, Hängeförderer /Dürr/ (von links nach rechts)*

### 2.1.1.1 Polyurethan als Radwerkstoff

Polyurethane haben ein sehr breites Anwendungsspektrum, da sie in steifer und in flexibler Form sowie als Schaum oder in massiver Form hergestellt werden können (**Abbildung 2.2**). Duroplastische Polyurethane sind sehr engmaschig vernetzt und deswegen sehr steif. Als Elastomere dagegen haben sie eine weitmaschige Vernetzung und sind sehr weich und elastisch.

Für den Einsatz von Bandagen für Schwerlastträger werden massive Polyurethan-Gießelastomere eingesetzt. Üblich sind hier Härtewerte zwischen 75 und 95 Shore-A.

Zu ihrer Herstellung wird ein flüssiges Reaktionsgemisch bei Temperaturen von etwa 100 °C in offene Formen gegossen. Die Bandage härtet von selbst aus und kann danach entformt werden.

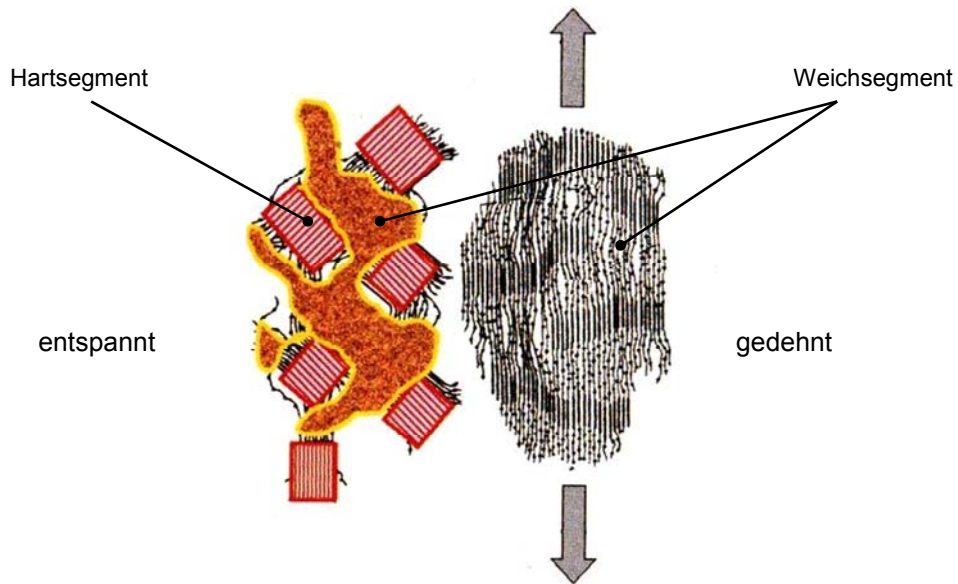


**Abbildung 2.2:** *Unterschiedliche Zustandsformen von Polyurethanen mit Anwendungsbeispielen /uhl01/, die Einordnung der Rollenbeläge ist ergänzt*

Polyurethane bestehen aus chemischer Sicht im Wesentlichen aus drei Bausteinen. Das Grundgerüst besteht aus kurzen, fadenförmigen Molekülen, die so genannten Polyole. Diese werden miteinander durch den weiteren Baustein Diisocyanat verknüpft. Im Zusammenspiel mit einem Vernetzer machen Diisocyanate aus den Molekülketten des Polyols durch die so genannte Polyaddition ein festes Netzwerk. Dies wird als Isocyanatadditionsverfahren bezeichnet. Polyurethan-Elastomere werden heute häufig in einem zweistufigen Verfahren hergestellt, das einen besonders geregelten Polymeraufbau sicherstellt: Im ersten Schritt wird aus dem Polyol und dem Isocyanat ein Vorprodukt, ein so genanntes Prepolymer, erzeugt. Dessen Moleküle werden über die Vernetzer im zweiten Schritt gezielt miteinander verbunden. Prepolymer und Vernetzer werden dazu in einem verfahrenstechnischen Prozess vermischt und in beliebig gestaltete Formen gegossen. Dort härten die Bausteine innerhalb kurzer Zeit zu dem elastischen Werkstoff aus. Bei vorgegebener Polyolmenge können durch Variierung der Desmodur-Menge und damit auch zwangsläufig der Vernetzer-Menge unterschiedlich harte PUR-Typen hergestellt werden. Die unterschiedlichen Materialeigenschaften resultieren aus dem abgestimmten Nebeneinander von Weich- und Hartsegmenten im Polymermolekül: Die Polyurethanbausteine ordnen sich zu harten Blöcken an, die über elastische Bänder miteinander verbunden sind. Erst das geordnete Zusammenspiel dieser beiden Elemente führt letztlich zu

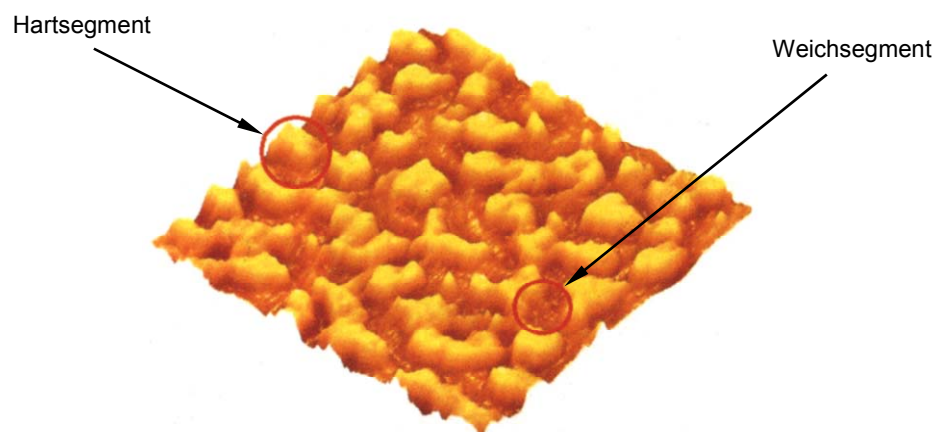


den guten statischen und dynamischen Eigenschaften, die Polyurethan-Elastomere ausmachen (**Abbildung 2.3**).



**Abbildung 2.3:** Segmentstrukturen von Polyurethan-Elastomeren /kün04b/

Während die dynamische Belastbarkeit und die Festigkeit des Werkstoffs stark durch die Wahl des Isocyanats im Hartsegment beeinflusst wird, werden seine elastischen Eigenschaften und seine Chemikalienbeständigkeit im Wesentlichen über das Polyol im Weichsegment bestimmt (**Abbildung 2.4**).

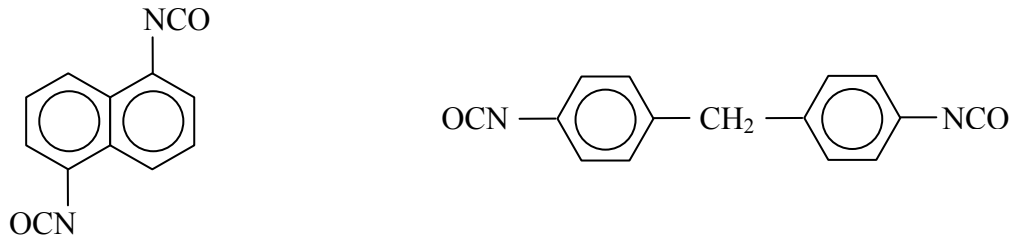


**Abbildung 2.4:** Untersuchung mit einem Kraftmikroskop /kün04b/

Der Vernetzungsgrad wird durch die Polyole erreicht. Die Vielfältigkeit des Aufbaus von Polyolen lässt Moleküle unterschiedlicher Größe, insbesondere aber Moleküle mit mehr oder

weniger OH-Gruppen entstehen. Die Anzahl der OH-Gruppen in Verbindung mit der Moleküllänge des Polyols ist entscheidend für den Grad der Vernetzung.

Entscheidend für die Bezeichnung der Polyurethane sind die Diisocyanate. Polyurethan-Elastomere auf der Basis von Naphthalin-1,5-diisocyanat (NDI) zeichnen sich durch ihre hohe dynamische Belastbarkeit aus. Sie werden auch als Vulkollan<sup>®</sup> bezeichnet und ausschließlich von der Firma Bayer in Leverkusen bzw. in Lizenz hergestellt.



**Abbildung 2.5:** Wichtige Isocyanate für die Polyurethanherstellung für Schwerlasträder: **links** Naphtylen-1,5-diisocyanat (NDI), **rechts** Diphenylmethan-diisocyanat(MDI) /uhl01/

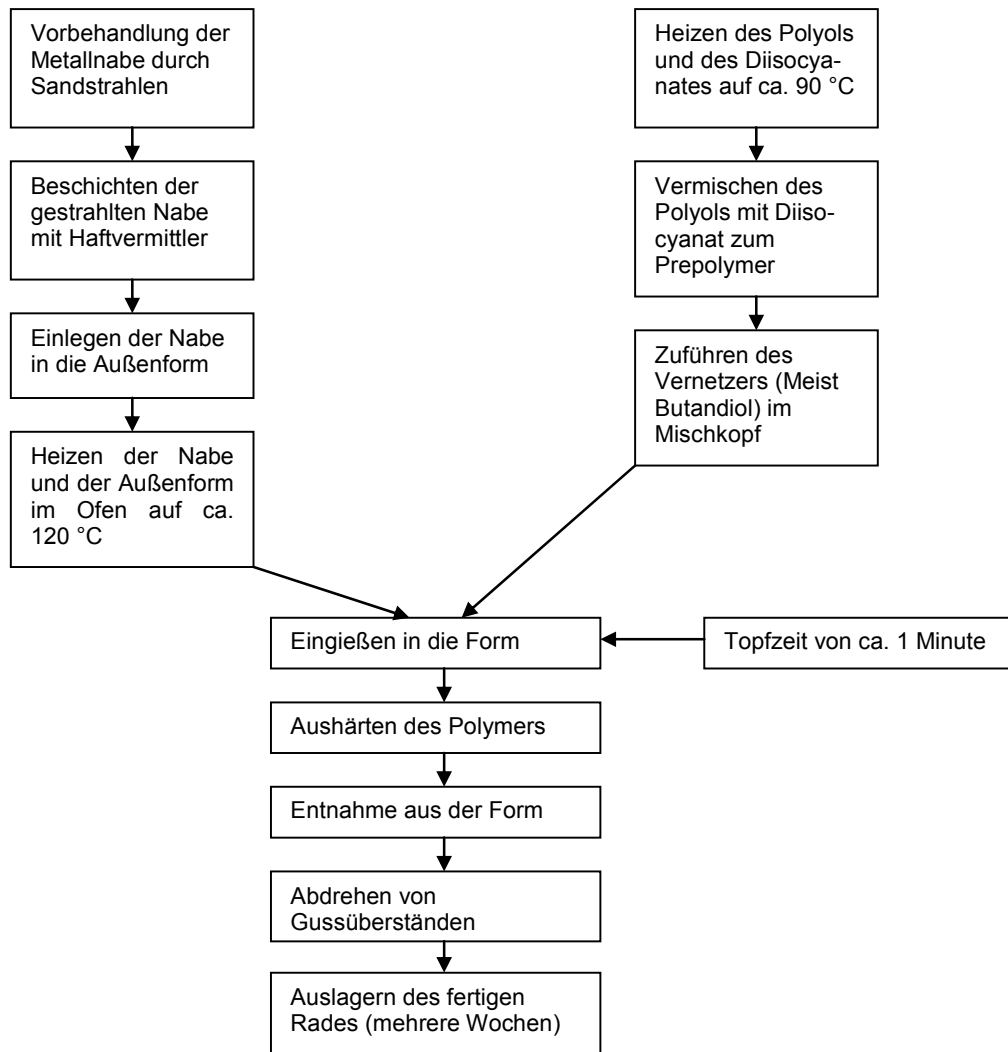
4,4-Methyldiphenylisocyanat (MDI) gehört zu den Diisocyanaten und ist neben Toluylendiisocyanat (TDI) ein technisch wichtiges Diisocyanat, das in der Verbindung mit Di- und Polyolen Ausgangsstoff für Polyurethane ist. Man unterscheidet zwischen 2,4-MDI und 4,4-MDI.

So zeigen Polyole auf Polyester-Basis zum Beispiel besonders gute dynamische Eigenschaften; solche auf Polycarbonat-Basis weisen hingegen eine besonders hohe Resistenz gegen die Zerstörung durch Wasser auf.

Je nach Anwendungsfall müssen zur Verbesserung der chemischen oder physikalischen Eigenschaften Zusatzmittel beigemischt werden. Zum Beispiel sind Polyurethane empfindlich gegen heißes Wasser, Sattendampf und heiße feuchte Luft. Durch deren Einwirkung kommt es zu einer Verminderung der mechanischen Eigenschaften (Hydrolysealterung). Um dies deutlich zu verlangsamen wird dem Ansatz Hydrolyseschutzmittel beigemischt. Weitere Zusatzmittel sind Alterungsschutzmittel, Mikrobenschutzmittel, Farbstoffe und Füllstoffe.

### 2.1.2 Herstellung von Schwerlastträgern mit Polyurethanbandage

Massives Polyurethan wird im so genannten Niederdruck-Heißgießverfahren verarbeitet. Die Vorgehensweise für Räder mit einem metallischen Kern und einer Polyurethanbandage wird in **Abbildung 2.6** dargestellt.



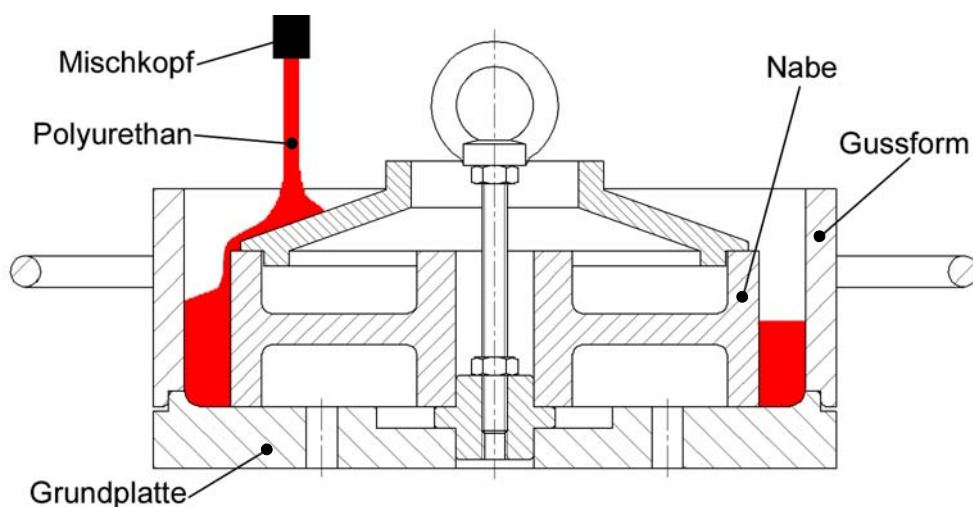
**Abbildung 2.6:** Vorgehensweise beim Vergießen von Polyurethan zu Schwerlastträgern /Räder-Vogel/

Die Halbzeuge und Formteile werden im offenen, drucklosen Formenguss hergestellt. Zunächst erfolgt eine Vorbehandlung der Nabe. Diese Metallvorbehandlung bei Metall-Elastomerhaftungen ist notwendig, um eine saubere und einheitliche aktive Oberfläche zu erzeugen. Die eingesetzten Verfahren werden in mechanische und chemische aufgeteilt. Bei der mechanischen Vorbehandlung durch Strahlen wird ein scharfkantiges sprödes Strahlgut verwendet. Zwischen Polyurethan und Metall wird eine gute Haftung erreicht, wenn die Metalloberfläche nach dem Strahlen anschließend durch einen chemischen Prozess entfettet wird.

Als nächster Schritt ist das Auftragen eines Haftvermittlers zur besseren Anbindung des Polymers an das Metall und zum Korrosionsschutz bis zum Gießvorgang notwendig. Der Haftmittelauftrag erfolgt bei Kleinserien durch Streichen, Tupfen oder Rollen. Am weitesten verbreitet ist das Spritzen mit Luft entweder manuell oder über Automaten. Geeignete Haftvermittler (z. B. Chemosil<sup>®</sup>, Cilbond<sup>®</sup> oder Thixon<sup>®</sup>) sind im Handel lieferbar.

Vor dem Gießen werden in einem speziellen Ofen die Grundplatte und die dazugehörige Gussform auf eine Temperatur von 130 °C und der Kern auf 110 °C vorgeheizt. Die Nabe wird in die mit Trennmittel behandelte Außenform eingelegt. Als Trennmittel wurden in der Vergangenheit häufig Silikonöle verwendet. Die Verwendung von Silikonöl ist allerdings bei vielen Anwendern ungünstig, da bereits winzige Spuren des Silikons bei Beschichtungsprozessen Haftungsfehler verursachen können. Heutzutage werden deswegen fast ausschließlich Wachse als Trennmittel verwendet. Parallel dazu werden die Grundstoffe Polyol und Diisocyanat auf ca. 90 °C erhitzt und zum Prepolymer (Glykolvernetzung) vermischt, das je nach Art des Polyurethans ca. 20 Minuten stabil bleibt und dann anfängt, mit der Luftfeuchtigkeit zu reagieren.

Nachdem das Prepolymer im Reaktor hergestellt wurde, wird es in die heiße Gussform gegossen. Dabei wird das Butandiol als Vernetzer im Mischkopf direkt vor dem Einfüllen in die Form zugeführt. Das Polyurethan bleibt dann noch ca. eine Minute gießfähig (Topfzeit). Die optimale Bindung zum Metallkern wird erreicht, wenn das Gießgemisch direkt auf den mit einem Haftvermittler versehenen Metallkern gegossen wird. Das reaktive Gemisch soll möglichst laminar über den Kern in die Form fließen. Ein Eingießen über den äußeren Formring würde Trennmittel einschließen (**Abbildung 2.7**).



**Abbildung 2.7:** Aufbau einer Gussform beim Gießprozess

Nach einigen Minuten härtet der Werkstoff in der Form aus. Probleme sind die Ausdehnung des exotherm reagierenden Elastomers in der Form und die anschließende Schrumpfung durch Abkühlung nach der Reaktion, die Spannungen und schlechte Anbindungen an die Nabe verursachen können. Nach dem Aushärten kann dann der Werkstoffverbund aus der Gussform entnommen werden. Je nach Material dürfen die Gießteile nicht abkühlen und nicht mechanisch belastet werden. In einem Heizschrank werden die Räder für ca. 24 Stunden bei 110 °C temperiert. Die Gussüberstände können anschließend spangebend bearbeitet werden. Nach einer Auslagerung von einigen Wochen, abhängig von den Dimensionen der Bandage, erreicht das Polyurethan die gewünschten charakteristischen Materialeigenschaften.

Wesentlichen Einfluss auf die Qualität der Verbindung haben das Vorwärmen der Metalle, die Haftmittel-Schichtstärke und die Lagerzeit des beschichteten Metalls.

### 2.1.3 Mechanische und thermische Beanspruchung von Kunststoffrädern

Räder aus polymeren Werkstoffen haben grundsätzlich andere Eigenschaften als Räder aus Metall. Die Erkenntnisse aus Rad-Schiene-Systemen aus Stahl lassen sich nicht ohne Weiteres auf jene aus polymeren Werkstoffen übertragen, da die Steifigkeiten wesentlich geringer sind, die Beziehung zwischen Spannung und Dehnung nicht linear ist und diese Werkstoffe ein viskoelastisches Verhalten haben.

#### 2.1.3.1 Beanspruchung in der Kontaktfläche

In der Kontaktfläche von Kunststoffrädern auf relativ harten Fahrbahnen sind aufgrund des stark unterschiedlichen Dehnungsverhaltens der Materialien und des viskoelastischen Verhaltens des Kunststoffs die Gesetze der *Hertz*schen Gleichung nicht mehr uneingeschränkt gültig. Die analytischen Beziehungen von *Hertz* /her1881/, der die Druckspannungsverteilung  $\sigma_0$  im Kontaktgebiet zweier Walzen aus verschiedenen Werkstoffen berechnet, sind nur dann gültig, wenn die Kontaktabmessungen im Vergleich zu den Hauptabmessungen relativ klein sind. *Hammele* /ham97/ fand heraus, dass die folgende Berechnung der Druckspannungen und die halbe Kontaktflächenlänge  $a$  nach *Hertz* nur gültig ist, wenn folgende Beziehung zwischen der Bandagendicke  $H$ , der Radbreite  $B$  und der halben Kontaktlänge  $a_H$  erfüllt ist:

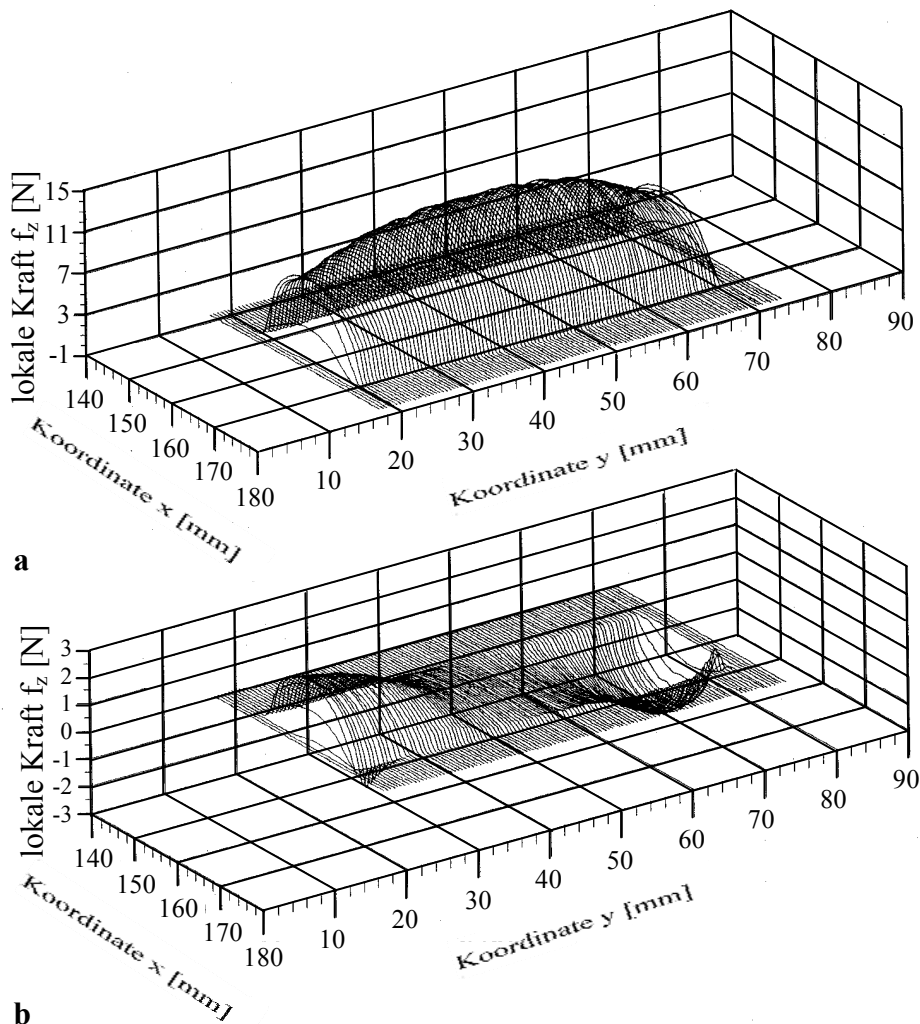
$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{F_z \cdot E_{\text{Ersatz}}}{2 \cdot \pi \cdot R}} \quad \text{und} \quad a = \sqrt{\frac{8 \cdot N \cdot R}{\pi \cdot E_{\text{Ersatz}} \cdot B}} \quad (2.1)$$

$$\text{mit } \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{und} \quad E_{\text{Ersatz}} = 2 \frac{E_{\text{Rad}} \cdot E_{\text{Gegenrad}}}{(1 - \nu_{\text{Rad}}^2) \cdot E_{\text{Gegenrad}} + (1 - \nu_{\text{Gegenrad}}^2) \cdot E_{\text{Rad}}} \quad (2.2)$$

$$\sigma(x) = \frac{\sigma_0}{a} \cdot \sqrt{a^2 - x^2} \quad -a \leq x \leq a \quad (2.3)$$

$$H/a_H \geq 5 \quad \text{und} \quad B \geq 10 \quad (2.4)$$

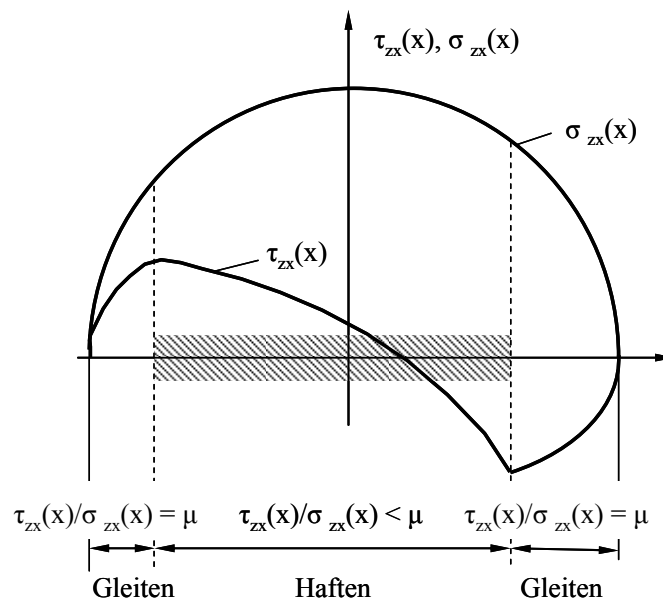
Liegt der Bereich außerhalb dieser Grenzwerte, können die Werte nicht einfach elementar berechnet werden. Hier ist eine entsprechende Software zur Berechnung notwendig.



**Abbildung 2.8:** a) Verlauf der Normalspannung  $\sigma_x$ , b) Verlauf der Schubspannungen  $\tau_{x,y}$  quer zur Rollrichtung in der Kontaktfläche nach /ham97/

Bei dem Zusammentreffen dieser Materialien wird das elastische Material aufgrund der Haftung in der Kontaktfläche an einem aus der Querdehnung verursachten seitlichen Ausweichen gehindert. Neben den Normalspannungen in der Kontaktfläche treten so immer auch Schubspannungen quer und längs der Rollrichtung auf (**Abbildung 2.8**). Sie nehmen von der Radmitte aus nach beiden Seiten hin zu und haben an den Rändern den höchsten Wert. Die Schubspannungsverteilung wird maßgeblich durch die Reibungszahl in der Kontaktzone und der Querkontraktionszahl bestimmt.

Im Einsatz als Radkörper führt diese Eigenschaft dazu, dass beim Abwälzen von polymerbeschichteten Rädern auf Metalloberflächen immer, auch ohne das Einwirken einer äußeren Tangentialkraft in der Kontaktfläche, ein Schlupf auftritt. Dieser Schlupf, der sich aus den Schubspannungen ergibt, wird Deformationsschlupf genannt und tritt insbesondere an den Rändern der Bandagenlauffläche auf. Die Kontaktfläche zwischen Kunststoffrad und Stahlfahrbahn teilt sich so in einen Haftanteil in der Mitte des Kontaktbereiches und einen Gleitanteil an den Rändern auf (**Abbildung 2.9**).

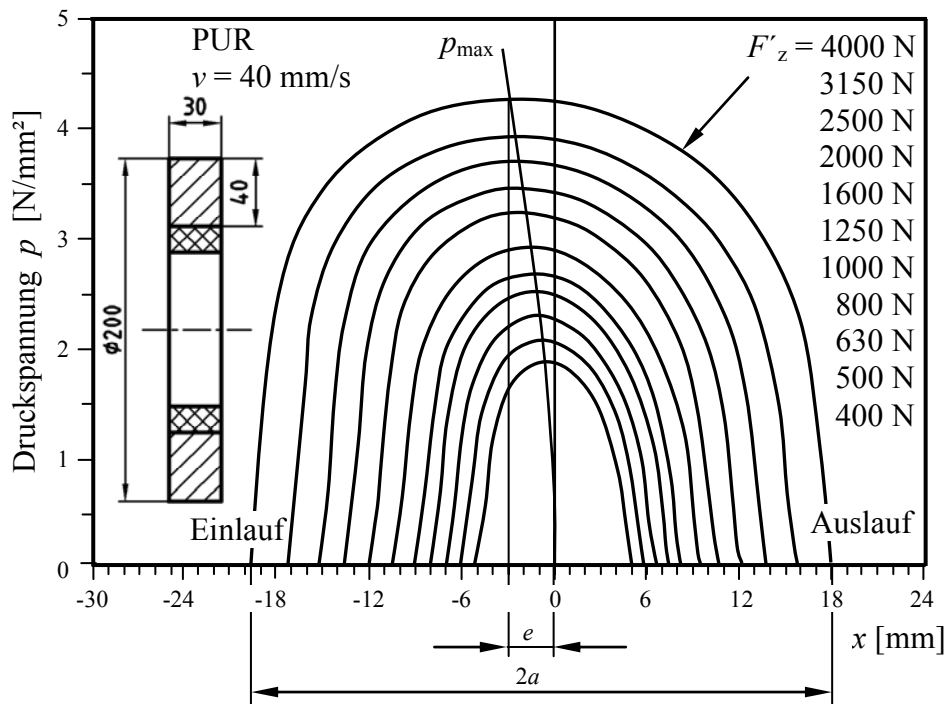


**Abbildung 2.9:** Schematische Darstellung der Spannungsverteilung in der Kontaktfläche mit zwei Gleitgebieten /hil88/

Wird während des Abwälzens zusätzlich ein Drehmoment übertragen, führt die auftretende Tangentialkraft in der Kontaktfläche zu einer weiteren Schlupfkomponente. Mit zunehmender Tangentialkraft verschiebt sich das Maximum der Schubspannung zum Einlauf hin, bis das Rad schließlich vollständig auf der Fahrbahn gleitet.

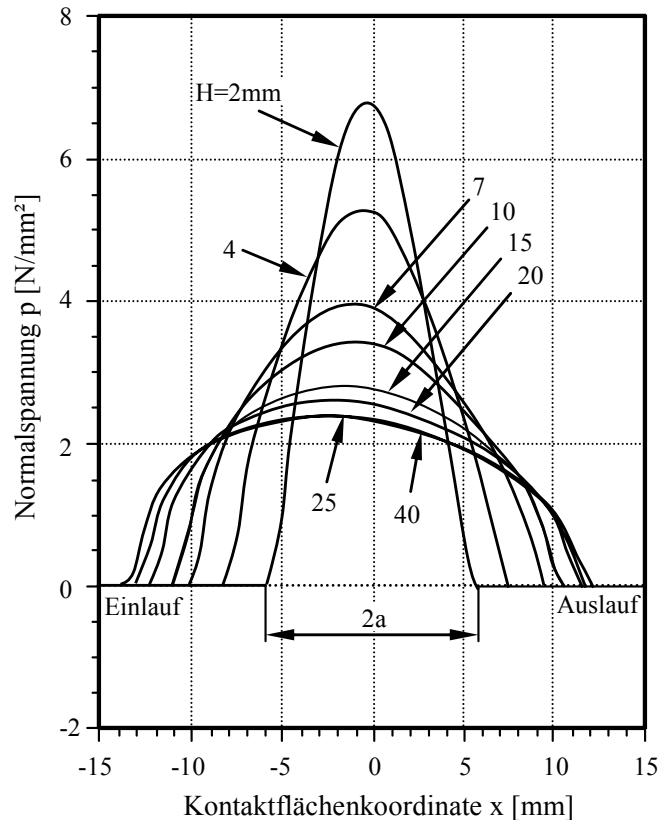
Das kontaktmechanische Problem bei unterschiedlicher Steifigkeit hat Bufler /buf61/ analytisch für die Grenzfälle „Vollständiges Haften“ und „Vollständiges Gleiten“ gelöst. In der Wirklichkeit existieren allerdings in der Kontaktzone wie beschrieben sowohl ein Haftgebiet in der Kontaktflächenmitte als auch Geleitgebiete an den Kontaktflächenrändern. Die Darstellung der Kontaktmechanik und die Programme zur Berechnung der Spannungsverteilung bieten *Knothe-Wang* /wan93/ und *Kalker* /kal90/.

Aufgrund des viskoelastischen Verhaltens der polymeren Radbandagen ist die Druckspannungsverteilung, abhängig von der Rollgeschwindigkeit und der Normalkraft, in der Kontaktfläche nicht symmetrisch. Das Maximum des Druckes  $\sigma_{z,\max}$ , resultierend aus der Spannung der Normalkraft, verschiebt sich zunehmend in Richtung des Einlaufes. Aus Gleichgewichtsgründen muss dann beim Rollen ein zusätzliches Moment  $M$  aufgebracht werden, um das Moment durch die Vorverlagerung des Angriffspunktes  $e$  zu überwinden. Bei abnehmender Bandagendicke wird tendenziell diese Exzentrizität geringer. Dieser viskoelastische Effekt in der Kombination mit den *Coulombschen* Reibungsverlusten in der Kontaktfläche führt bei dem Abrollen eines Rades zu dem Fahrwiderstand (**Abbildung 2.10**).



**Abbildung 2.10:** Einfluss der Viskoelastizität des Radwerkstoffs auf die Form der Druckspannungskurve bei unterschiedlich großen Normalkräften /böh98/





**Abbildung 2.11:** Einfluss der Bandagendicke  $H$  [mm] auf die Druckspannungsverteilung /ham97/

Weitere Einflussparameter auf die Spannungen in der Kontaktfläche sind die Radbreite, der Raddurchmesser, die Bandagenhärte, aber auch in starkem Maße die Bandagendicke (**Abbildung 2.11**), wobei die maximale Druckspannung bei dünneren Bandagen ansteigt. Bei Rädern aus viskoelastischem Material nimmt des Weiteren die Rollgeschwindigkeit Einfluss auf die Rollenkontaktgröße und die maximale Druckspannung  $\sigma_{z,max}$ . Bei steigenden Geschwindigkeiten verkleinert sich die Kontaktfläche, und die Druckspannung nimmt zu. Dieser Einfluss der Viskoelastizität auf die Kontaktgröße und die Spannungen bei Polyurethan sowie anderen technischen Kunststoffen ist nur im Bereich relativ kleiner Rollgeschwindigkeiten merkbar vorhanden. Der Unterschied zwischen der kleinsten und der größten Kontaktfläche ist kleiner als 5% /möh93/.

## Verschleiß

Grundsätzlich tritt beim Gebrauch von Schwerlastträgern unabhängig von den Randbedingungen aufgrund des beschriebenen Schlupfes in der Kontaktfläche immer Verschleiß auf. Die Randbedingungen haben allerdings einen Einfluss auf die absolute Größe des Verschleißes.

Der Verschleiß von angetriebenen Rädern mit Polyurethanbandagen, insbesondere unter der Einwirkung von Zwischenstoffen in der Kontaktfläche zwischen der Bandagenoberfläche des Rades und der Lauffläche bzw. Fahrbahn, auf der das Rad abwärt, ist am Fachgebiet Maschinenelemente der Universität Dortmund untersucht worden /meh03/ und /kün04c/. Durch diese Untersuchungen ist es möglich geworden, abhängig von gegebenen Randbedingungen bei der Auswahl der Werkstoffe und der Radsysteme auf gesicherte Erkenntnisse hinsichtlich des Verschleißes zurückgreifen zu können.

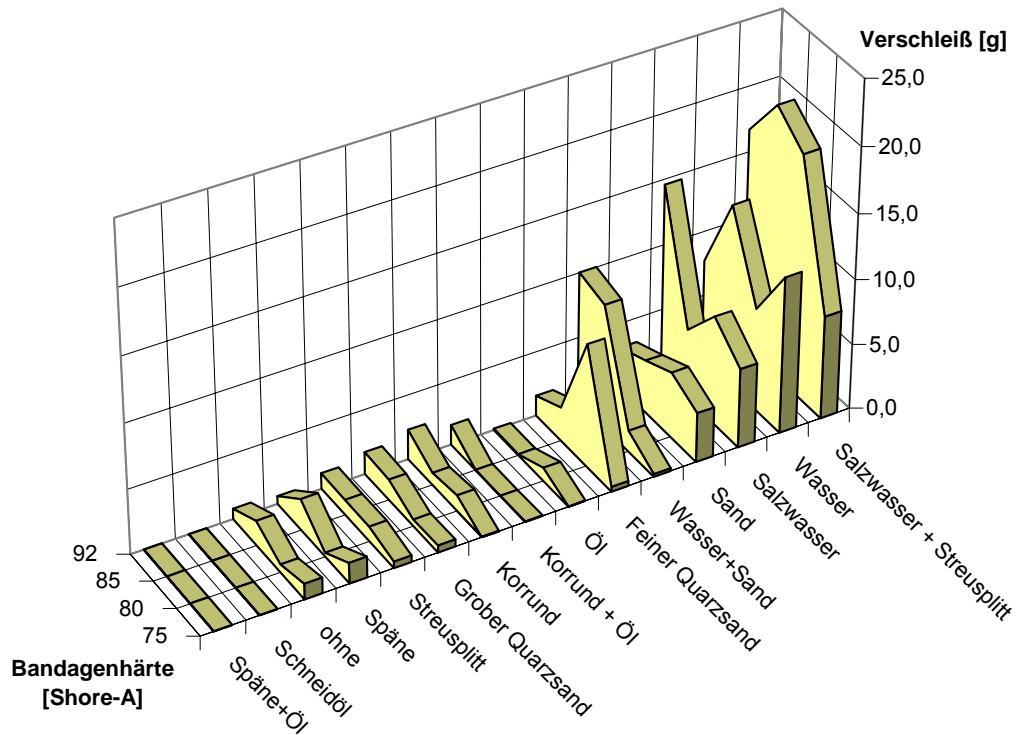
In der **Tabelle 2.1** sind die in den experimentellen Untersuchungen berücksichtigten Zwischenstoffe aufgeführt. Dabei sind neben den separaten flüssigen und festen Zwischenstoffen auch Gemische untersucht worden, wie sie in typischen logistischen Anwendungsfeldern vorzufinden sind.

*Tabelle 2.1: Eingebrachte Zwischenstoffe*

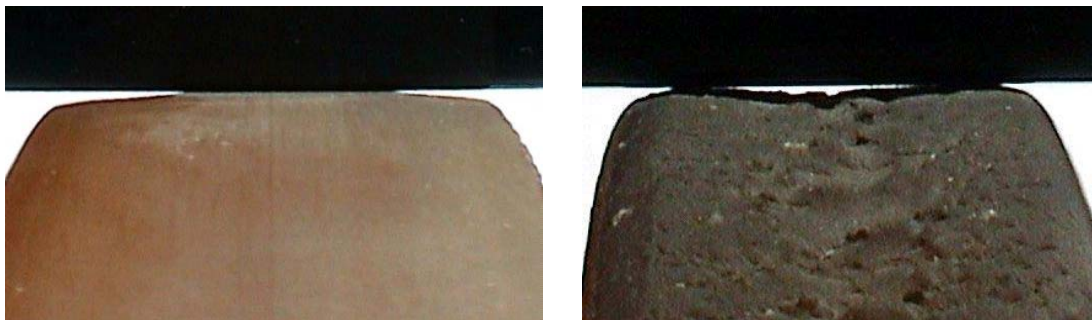
Feststoffe	Flüssigkeiten	Gemische
Korrand	Öl	Sand mit Wasser
Quarzsand in unterschiedlicher Körnung	Öl/Wasser-Emulsionen (Schneid-Kühl-Flüssigkeiten)	Metallspäne mit Öl/Wasser-Emulsionen
Streusplitt	Wasser	Streusplitt mit Salzwasser
Metallspäne	Salzwasser	Öl mit Korrand

Im Rahmen dieses Projektes wurde das Verschleißverhalten mittels des Gewichtsverlustes der Prüflinge innerhalb der Versuchsdauer von 24 Stunden unter Nennbelastung ermittelt. Die absoluten Verschleißergebnisse zeigt **Abbildung 2.12** in der Abhängigkeit der Härte in Shore-A und der unterschiedlichen Zwischenstoffe.

Neben der voluminösen Abnahme der Polyurethanbandage ist die Oberflächenschädigung des Rades sowohl makroskopisch als auch mikroskopisch betrachtet und beurteilt worden. Als Ergebnis zeigte sich auf der einen Seite eine abrasive Wirkung, die insbesondere die Rissausbreitung beeinflusst. Auf der anderen Seite zeigte sich speziell bei flüssigen Stoffen eine chemikalische Wirkung auf den polymeren Werkstoff des Schwerlastrades (**Abbildung 2.13**).



**Abbildung 2.12:** Übersicht über den absoluten Verschleiß unter Einwirkung von Zwischenstoffen in 24 Stunden in Gramm von Rädern mit  $\varnothing 100$  mm /kün04c/



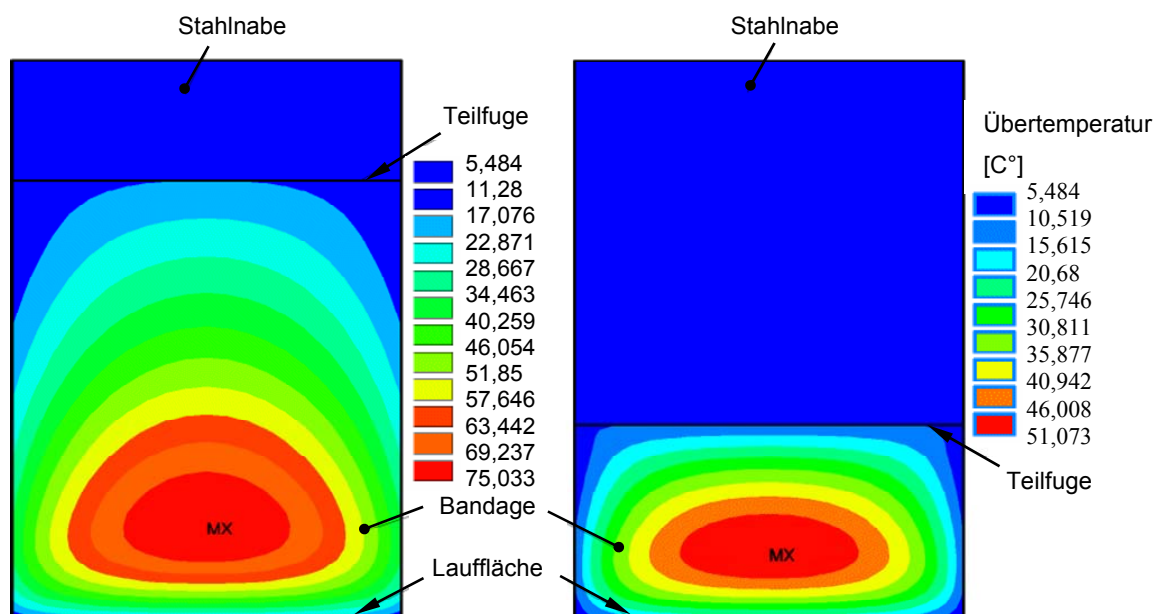
**Abbildung 2.13:** Darstellung der Abhängigkeit des Verschleißverhaltens von äußeren Einflüssen. **Links** Versuch mit Wasser, **rechts** mit Sand als Zwischenstoff /meh03/

Es zeigt sich, dass unter Einwirkung von Wasser der Verschleiß die absolut höchsten Werte erreicht. Der hohe Verschleiß lässt sich durch die Kombination von chemikalischen Zersetzungsreaktionen und dynamische Beanspruchung erklären. Die chemikalische Zersetzung von Polyurethanen basiert unter Einwirkung von Wasser zumeist auf der so genannten hydrolytischen Degradation. Dabei kommt es zur so genannten Verseifung des Werkstoffes. In Zusammenarbeit mit der dynamischen Belastung wird der im mikroskopischen Bereich ver-

sprödete Werkstoff bei der weiteren Überwälzung und unter der Einwirkung von Schlupf vergleichsweise schnell abgerieben. Durch den Einsatz geeigneter Additive kann, wie schon erwähnt, der Prozess der Hydrolyse stark verzögert werden.

### 2.1.3.2 Beanspruchung und Wärmeaufbau in der Bandage

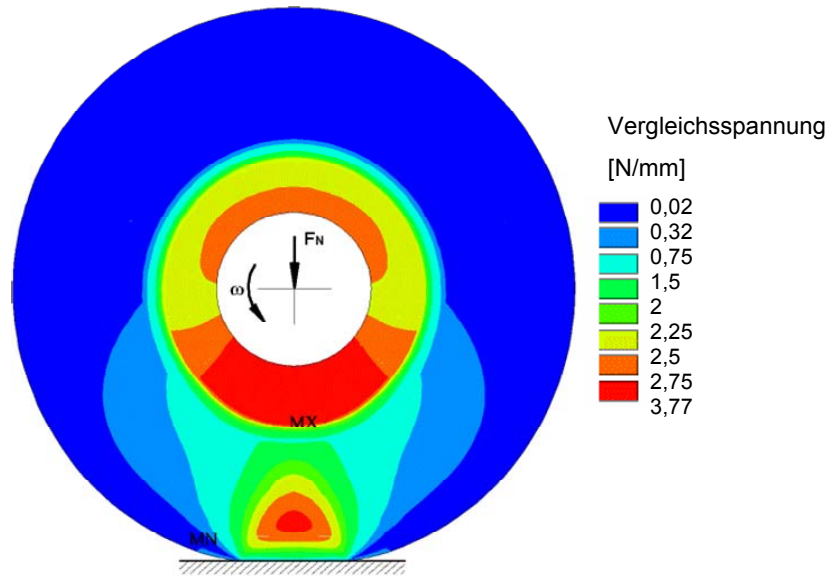
In der Bandage von Kunststoffrädern ergibt sich unter Belastung im stationären Zustand ein Aufbau eines Spannungs- und Temperaturprofils. Die mechanischen Eigenschaften des Kunststoffes sind - da die Werkstoffkennwerte ein nichtlineares Verhalten aufweisen - wiederum abhängig von diesen Zuständen. Es stellt sich eine Wechselwirkung zwischen diesen drei Größen im Laufe der Belastung ein. So besteht ein Zusammenhang zwischen lokalen Spannungen und Dehnungen einerseits und der lokalen Temperaturen und der Werkstoffkennwerten andererseits. Infolge der Werkstoffdämpfung im Inneren der Bandage sowie der Überwindung des Reibwiderstandes in der Lauffläche erwärmen sich, wie bereits beschrieben, rollende Räder aus polymeren Werkstoffen. Die Temperatur im Radkörper ist ungleich verteilt, die größte Temperatur tritt unterhalb der Kontaktfläche auf (**Abbildung 2.14**).



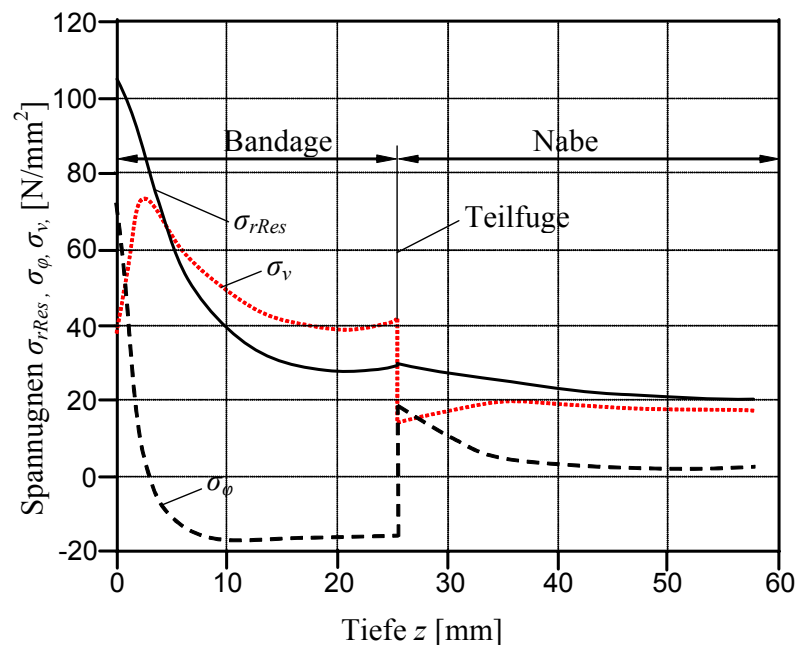
**Abbildung 2.14:** Temperaturverteilung im Radkörper bei unterschiedlichen Bandagendicken aus PUR /liu00/

Der E-Modul und der Verlustfaktor bestimmen gemeinsam die dissipierte Energie im Inneren der Bandage und damit die Radkörpertemperatur. Des Weiteren wird die Höhe der Temperatur im Wesentlichen durch die Normalkraft, die Rollgeschwindigkeit, den Werkstoff und die

Umgebungstemperatur, in der das Rad eingesetzt wird, bestimmt. Wie die Temperatur ist auch die Vergleichsspannung  $\sigma_v$ , wie **Abbildung 2.15** und **Abbildung 2.16** zeigen, dicht unterhalb der Kontaktfläche am größten. Sie fällt dann zum Inneren steil ab und steigt zur Teilfuge hin wieder an.



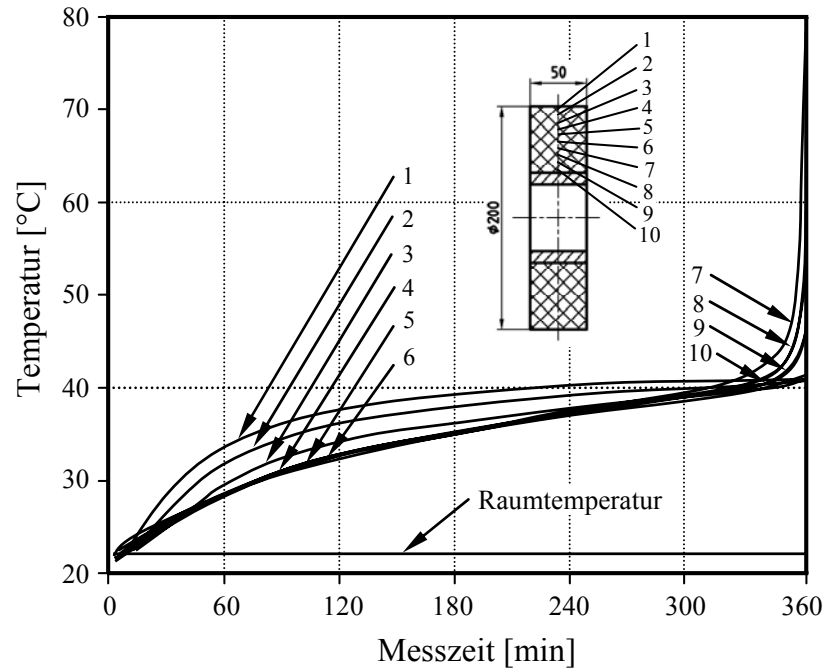
**Abbildung 2.15:** Verteilung der Vergleichsspannung im Radkörper mit Stahlnabe und Polymerbandage /liu00/



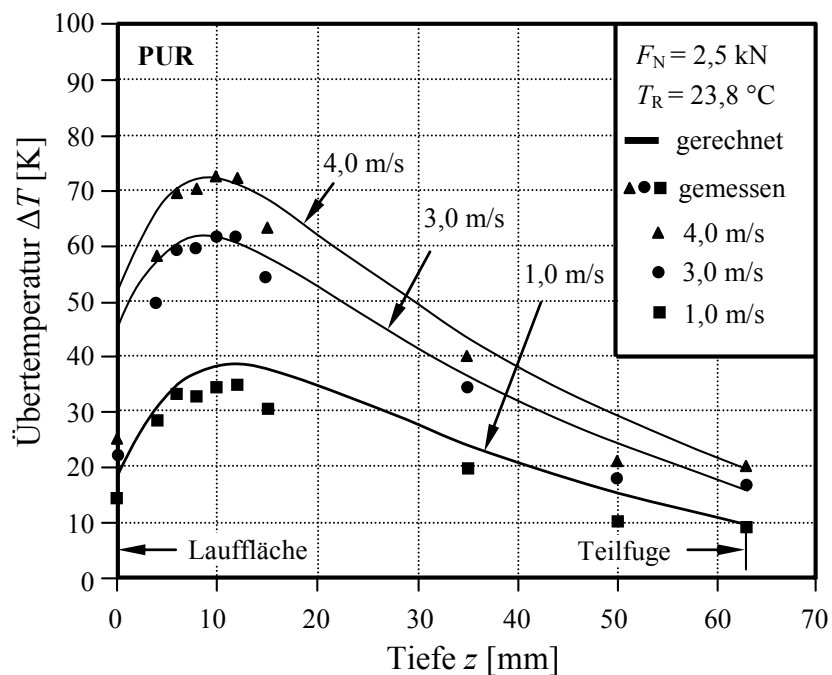
**Abbildung 2.16:** Berechnete Spannungsverteilung über die Radtiefe (Paarung PA/Stahl) /liu00/

Bei schnell laufenden Kunststoffrädern bestimmt häufig nicht die Spannung, sondern die Radkörpertemperatur die zulässige mechanische Belastung. Bei hohen dynamischen Belastungen

wird durch hohe Verformungen aufgrund der Werkstoffdämpfung des viskoelastischen Elastomerbelages Wärme im Inneren der Bandage aufgebaut. Als Folge der schlechten Leitfähigkeit des Kunststoffes kann die aufgebaute Wärme nicht schnell genug abgeführt werden, so dass sich ein Wärmestau in der Bandage bildet (**Abbildung 2.17** und **Abbildung 2.18**). Dieser Effekt wird auch als „heat-build-up“ bezeichnet.

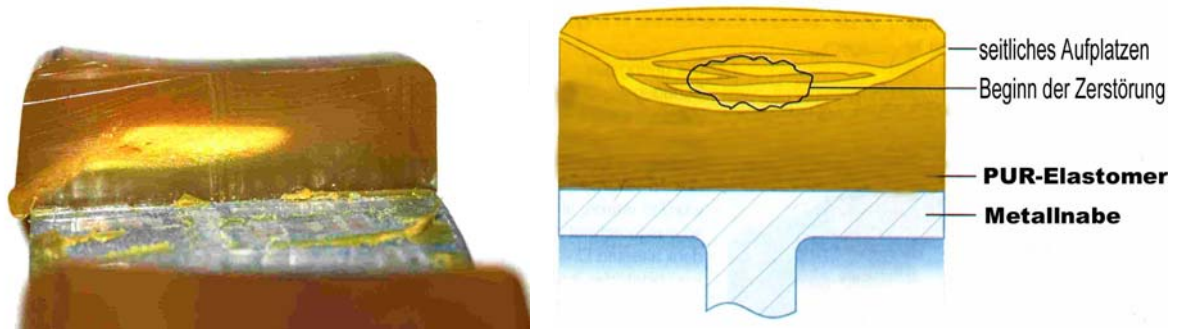


**Abbildung 2.17:** Gemessene Temperaturverteilung im Radkörper eines thermisch überlasteten Rades /sev02/



**Abbildung 2.18:** Einfluss der Rollgeschwindigkeit auf die Temperaturverteilung über die Bandage /liu00/

Der Werkstoff schmilzt im Radinneren und tritt dann im flüssigen Zustand durch seitliches Aufplatzen der Radflanke nach außen (**Abbildung 2.19**). Dies führt somit durch das thermische Versagen des Polymers zu einem Totalausfall des Rades.



**Abbildung 2.19:** Schadensbild im Schnitt einer thermisch überlasteten Bandage, *rechts* schematisch /pla00/

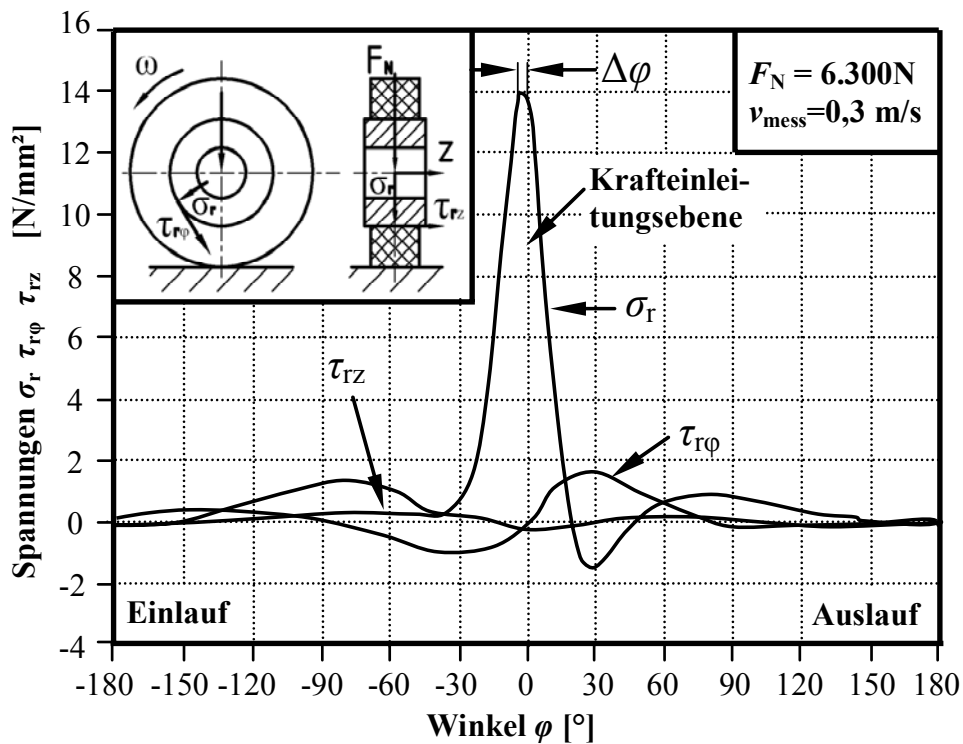
Als Konsequenz aus den vorherigen Betrachtungen wäre bei reiner Normalkraftbelastung aus Sicht der thermischen Belastung eine möglichst dünne Bandage am günstigsten, da dann die Wärmeabfuhr über die metallische Nabe am wirkungsvollsten wäre. Mit abnehmender Bandagendicke steigt allerdings die Vergleichsspannung, also die lokale Belastung, im Rad an (vgl. **Abbildung 2.11**) /ham97/. Als Folge ist die optimale Bandagendicke also eine Funktion der Normalbelastung und der Rollgeschwindigkeit.

Ein weitere Folge des viskoelastischen Verhaltens von polymeren Werkstoffen ist das Fließen des Materials unter lang andauernder statischer Belastung, d. h. die plastische Verformung des Werkstoffes ist abhängig von der Verformungsdauer. Dieses Verhalten hat bei längerem Stillstand eines Rades unter Einwirkung einer Belastung ein Abplattieren der Laufflächenrundung zur Folge. Diese Abplattung bildet sich in Abhängigkeit vom Werkstoff nach einiger Zeit des Laufes teilweise oder vollständig wieder zurück, beeinträchtigt währenddessen jedoch wesentlich die Laufruhe. Darüber hinaus können sich durch den unrunder Lauf Spannungsspitzen im Rad aufbauen.

### 2.1.3.3 Beanspruchung in der Teilfuge

Aufgrund des stark unterschiedlichen Spannungs- und Dehnungsverhaltens der elastischen Bandage und des starren Radkörpers entsteht ein Steifigkeitssprung in der Teilfuge. Diese Unstetigkeiten im Dehnungsverlauf führen zu Spannungserhöhungen, die besonders an den

Rändern und bei kleinen Bandagendicken besonders groß werden können (**Abbildung 2.20** und **Abbildung 2.21**). Wie bei der Spannungsverteilung in der Kontaktfläche (**Abbildung 2.11**) hat auch die Bandagenstärke einen großen Einfluss auf die Spannungen in der Teilfuge zwischen Bandage und Nabe. Mit abnehmender Bandagendicke verengt sich der Bereich der maximalen Spannungskonzentrationen in der Krafteinleitungsebene. Die maximalen Radialspannungen nehmen entsprechend zu. Wesentliche Einflussgrößen auf die Spannung in der Teilfuge sind neben der Bandagendicke die äußere Belastung und die Bandagenhärte. Je härter und dünner sie ist, desto höhere Spannungen sind dort zu erwarten. **Abbildung 2.20** zeigt den Verlauf der radialen Spannungen  $\sigma_r$  sowie der Scherspannung in Rollrichtung  $\tau_{r\phi}$  und quer zur Rollrichtung  $\tau_{rz}$ , aufgetragen über dem Umfang der Teilfuge in der Radmitte. Den Verlauf der Spannungen in der Teilfuge über die Radbreite zeigt **Abbildung 2.21**. Zu erkennen ist der starke Anstieg der Spannungen zum Rand der Teilfuge. Insbesondere die Schubspannungen sind dort wesentlich größer.



**Abbildung 2.20:** Spannungen in der Teilfuge über dem Umfang eines PA-Rades /liu00/



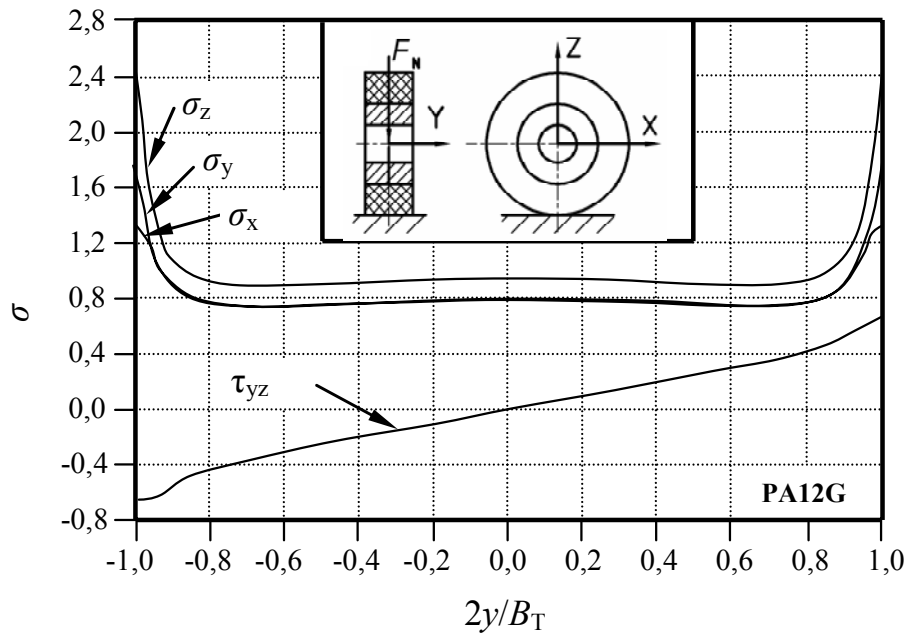


Abbildung 2.21: Spannungsverteilung über die Teilfugenbreite bei Normalkraftbelastung /sev99b/

## 2.2 Bindung von Elastomeren an Metallkörpern

Die Bindung zwischen den unterschiedlichen Materialien, dem Elastomer der Radbandage und dem metallischen Grundkörper, wird als Adhäsion bezeichnet. Die Haftung der Materialien entsteht durch die molekularen Bindungskräfte zwischen den unterschiedlichen Molekülen. Die Adhäsionskräfte können physikalische, chemische oder mechanische Ursachen haben. Physikalische Anziehungskräfte, die von der Waals-Kräfte, (Orientierungs-, Induktions-, und Dispersionskräfte) wirken bei den so genannten Nebenvalenzbindungen von Atomen und Molekülen. Sie entstehen aus Wechselwirkungen zwischen den Atomen und durch Dipolmomentbildung in Molekülen. Ein weiterer Haftungsaufbau entsteht durch so genannte Wasserstoffbrückenbindungen. Sie werden als Grenzfall zwischen physikalischen und chemischen Bindungen eingeordnet. Die chemische Form der Adhäsion, auch als Chemiesorption bezeichnet, entsteht durch kovalente Bindungen (Hauptvalenzbindungen) der Moleküle. Die mechanische Adhäsion wird durch Verklammerung der beiden Oberflächen ausgebildet. Voraussetzung für diese Erscheinung sind raue Oberflächen.

Das Haftsystem muss das anorganische Metall und das organische Elastomer miteinander verbinden. Die verwendeten Bindemittel werden ein- oder zweischichtig eingesetzt. Das zweischichtige System besteht aus einem Primer, der praktisch ausschließlich als Korrosionsschutz fungiert, und dem eigentlichen Haftmittel. Konventionelle Haftmittel sind auf organi-

schen Lösungsmitteln aufgebaut. Sie werden zunehmend zur Vermeidung von Lösungsmittel-emissionen von wasserbasierten Lösungsmitteln verdrängt. Zwischen Polyurethan und Stahl wird eine gute Haftung erzeugt, wenn die Stahloberfläche zunächst grob gesandstrahlt, anschließend gründlich entfettet und dann mit einem Haftvermittler vorbehandelt wird.

Eine Literaturrecherche zeigt, dass es wenige Untersuchungen zu der Bindung von massiven PUR-Elastomeren an Metallen gibt. Die Erkenntnisse beruhen fast ausschließlich auf Untersuchungen der Bindungen von Kautschuken an Metallen und anderen Werkstoffen.

Der Autor *Bonfiglio* /bon85/ hat den Einfluss von chemischen und mechanischen Metallvorbehandlungen auf die Haftfestigkeit des Gummi-Metall-Verbundes untersucht. Dabei stellte er fest, dass eine schlechte Untergrundvorbehandlung eine geringe Anfangshaftfestigkeit ergibt. Das führt zu einem vorzeitigen Herauslösen von Mischungsbestandteilen oder zu Korrosion unter der Beschichtung. Von *Klement* /kle71/, /kle67/ wurde ein großer Einfluss der verschiedenen Metallvorbehandlungsverfahren auf die Wasserbeständigkeit einer Gummi-Metall-Beschichtung nachgewiesen. Die bei der Oberflächenbehandlung durch Strahlverfahren erzeugte Rautiefe steht in enger Korrelation mit der Klebschichtdicke. Mit ansteigender Rautiefe wird zunächst die Klebefestigkeit erhöht, da die Oberfläche des Metalls vergrößert und in einen energiereichen Zustand gebracht wird. Nach Durchlaufen eines Maximums sinkt die Klebefestigkeit, da die Rauspitzen nicht mehr vollständig von der Grundierung bzw. dem Haftmittel bedeckt werden. Die Rauspitzen des Metalls durchdringen die Gummioberfläche. Es entsteht somit eine Kerbwirkung, die zur Abnahme der Klebefestigkeit führt. In den Tälern entstehen Stellen mit sehr großen Klebeschichtdicken, d. h. die Klebefestigkeit sinkt, da hohe kohäsive Bindungsanteile in der Klebeschicht auftreten. Eine zu hohe Rauheit des Metalls führt zu ungleichmäßigen Klebeschichtdicken, d. h. die Spannungsbildung wird ungünstig und ungleichmäßig /bus94/. Anhand der DIN EN ISO 12944, Teil 4 /dei98/ ist für eine Gummi-Metall-Bindung eine Rauigkeit des Metalls mit einer maximalen Rautiefe von mindestens 30 µm einzustellen, um eine optimale Haftung zwischen Gummi und Metall zu gewährleisten.

Auch *Nitzsche* /nit83/ hat den Einfluss der Metallvorbehandlung, der Bedingungen bei dem Haftvermittlerauftrag und der Gestaltung von Metall-Gummi-Teilen auf die Haftung zwischen Elastomer und Grundkörper untersucht. Er stellt heraus, dass die Werkstoffvorbehandlung ein wichtiger Verfahrensschritt bei der Gummi-Haftung ist, die eine saubere einheitliche und aktive Oberfläche als Voraussetzung für eine gute Haftung erzeugen soll. Er untersuchte das

mechanische Aufrauen durch Strahlen, die chemische Vorbehandlung durch Phosphatierung und die galvanische Methode durch Verzinken. Die mechanischen und die chemischen Verfahren führten bei richtiger Auswahl zu optimalen Ergebnissen. Galvanische Verfahren zeigten die Tendenz zu Metallfehlern, d. h. die Adhäsion zwischen Gummi und Metall ist geringer als die Kohäsionskräfte im Elastomer selbst. Die Untersuchungen des Haftvermittlerauftrages zielten auf das Vorwärmen der Metalle, die Haftvermittler-Schichtstärke und die Lagerzeit der beschichteten Metalle. Er zeigte, dass sowohl zu heiße metallische Grundkörper als auch zu niedrige Schichtstärken Fehlbindungen hervorrufen können. Die Beständigkeit mit Haftmittel beschichteten Werkstoffen ist über einen langen Zeitraum von einigen Wochen gegeben. Als Haftmittelschichtstärke empfiehlt er 15 – 20  $\mu\text{m}$ . Die Form eines Metall-Gummi-Teils hat einen Einfluss auf die Haftfestigkeit bei der Untersuchung durch eine Zugprüfung. Ebene Flächen erzielen dabei die besten Resultate. Er vermutet allerdings, dass leicht gekrümmte Flächen bessere Ergebnisse erwarten lassen als ebene Flächen. Die Radien der untersuchten Flächen seien zu groß gewesen. Bei der Schälprüfung nach DIN ISO 813 /dis97/ wird eine Abhängigkeit des Prüfwinkels beobachtet. Verglichen mit der Reißfestigkeit bei einem Zugwinkel von  $90^\circ$  erhöht sich die Zugkraft der Prüfmaschine bei einem Winkel von  $135^\circ$  und verringert sich bei einem Winkel von  $45^\circ$ .

*Schürmann* /sür99/ untersuchte den Einfluss unterschiedlicher Haftvermittler auf die Bindung von Gummi und Metall. Er unterscheidet insbesondere zwischen wasser- und lösungsmittelbasierten Bindemitteln. Er konnte allerdings in seinen Untersuchungen keine gravierenden Unterschiede zwischen lösungsmittelhaltigen und wasserbasierenden Bindemittelsystemen durch Zugprüfung und Schältests nachweisen. Schürmann untersuchte auch das Verhalten der Bindungen unter bestimmten Umgebungseinflüssen wie salzige Lösungen, Glykollgemische, Bremsflüssigkeit und Kühlflüssigkeit. Bei längeren Prüfzeiten bis zu 288 h unter hohen Temperaturen zeigten die Verbindungen Haftfehler. Er empfiehlt dann den Einsatz von Spezial-Primern.

Die Ausführungen des von *Schürmann* /sür86/ zum Symposium „Bindung von gieß- und walzbaren Polyurethanelastomeren an Metalle und Kunststoffe“ veröffentlichten Aufsatzes verspricht zwar die Thematik der Bindung von Polyurethanen an Metallen, geht tatsächlich inhaltlich aber nur auf die Bindung und Vorbehandlung von Kautschuken an Metallen und Kunststoffen ein. *Beiersdorf* /bei86/ hingegen geht bei der Veröffentlichung für dasselbe Symposium in der Tat auf die Bindung von Polyurethan an Metallen ein. Er untersuchte die Trockenhaftung unterschiedlicher Polyurethane an Metallen und den Einfluss der Schichtstär-

ke und der Temperatur auf die Haftung. Um die dynamische Beanspruchung bei der Bindung von Polyurethanen an Metallen im Einsatz von Walzen und Rädern zu „simulieren“, untersucht er die Verbindung im Schältestversuch bei einer Temperatur von 100 °C. Die Adhäsionskraft der Bindung zeigte auch unter diesen Bedingungen eine höhere Festigkeit als die Kohäsionsfestigkeit des Elastomers, obwohl die Haftwerte bei dieser Temperatur tendenziell abfielen. Beim Überschreiten der Haftvermittlerschichtstärken von 35 bis 40 µm traten Haftprobleme auf. Sehr dünne Schichten zeigten allerdings Einbußen in der Beständigkeit gegen Umwelteinflüsse. Beiersdorf /bei86/ empfiehlt eine Bindemittelschichtstärke von 20 bis 25 µm durch einen Auftrag mit einer Spritzpistole. Er untersucht auch den Einfluss verschiedener Aushärtebedingungen auf die Beständigkeit der Bindung. Es stellte sich heraus, dass ein ungenügendes Vorheizen des Bindemittels in Verbindung mit einer deutlichen Unterschreitung der geforderten Aushärtebedingungen einen ungünstigen Einfluss auf die Haftung bei 100 °C zeigte.

*Beiersdorf* /bei86/ untersuchte die Bindung unterschiedlicher Polyurethane an unterschiedlichen Metallen. Dabei beobachtete er eine verminderte Warmwasserbeständigkeit bei der Bindung an Bronze und Messing, gute Bindung hingegen an Stahl, Grauguss und Aluminium.

In der von dem VDI publizierten Schriftenreihe /vdi94/ werden die Beiträge einer Tagung „Gummi-Metallbindung“ zusammengefasst. Ziel der Tagung war es, einen Überblick über den derzeitigen Kenntnisstand der Metallvorbehandlung und den Verfahren zur Erzeugung einer optimalen Haftung der Verbunde zu vermitteln. Die Beiträge befassen sich mit typischen Gummi-Metall-Bauteilen. In dem Beitrag von W. Guth und M. Caspers „Numerische und experimentelle Lebensdauerauslegung von Gummi-Metall-Bauteilen“ wurden mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode am Beispiel eines Kupplungselementes aus dem Schienenfahrzeugbau die Lebensdauer dieses Element optimiert und die theoretischen Ergebnisse im praktischen Einsatz verifiziert.

Aus den von der „Polyurethan Manufacturers Association“ veröffentlichten begleitenden Unterlagen der Vorträge von *Wilhelm* /wil95/ und *Whitehouse* /whi90/ werden Hinweise zur Verarbeitung von massiven Polyurethanen zur Erzeugung einer optimalen Haftung an Metallen gegeben. Die in den Unterlagen dargestellten Untersuchungsauswertungen zeigen Haftfestigkeiten nach dem Einsatz von ein- bzw. zweischichtigen Systemen.

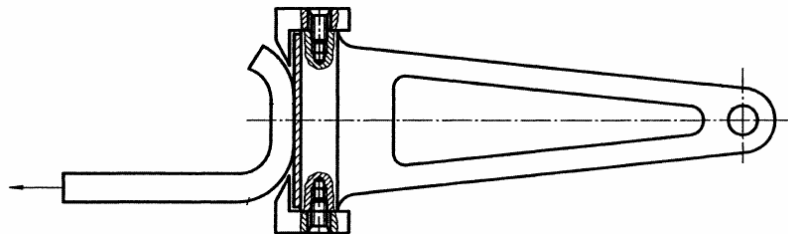
## 2.2.1 Haftungsprüfungen von Elastomeren auf starren Körper

### 2.2.1.1 Genormte Prüfmethode

Für die Prüfung der Bindefähigkeit von Elastomeren auf starren Körpern gibt es drei unterschiedliche genormte Prüfmethode. Alle drei sind zerstörender Art:

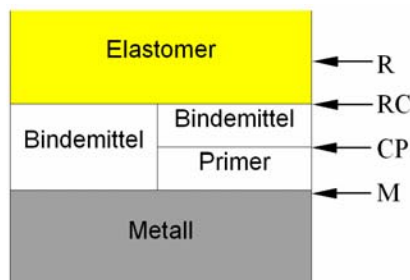
#### Schältest

DIN ISO 813 /dis97/ beschreibt ein Verfahren zur Kontrolle von vulkanisierten oder verklebten Elastomer-Trägerbindungen durch Schälbeanspruchung. Bei dieser Prüfmethode werden Elastomere von bestimmter Breite von starren Substraten unter einem konstanten Winkel abgezogen (**Abbildung 2.22**).



*Abbildung 2.22: Beispiel einer Prüfanordnung nach DIN ISO 813 / dis97/*

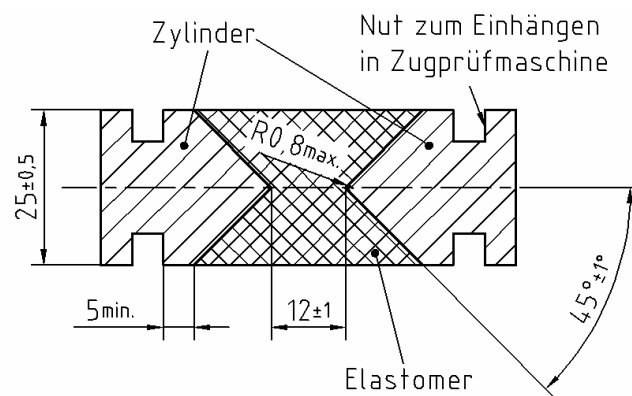
Die Trennkraft wird aus der Höchstkraft in Bezug auf die Breite des Probekörpers berechnet. Für die Qualität eines Verbundes wird neben der Trennkraft bei der zerstörenden Prüfung das Reißbild mit in die Bewertung einbezogen. Ein Kohäsionsbruch im Elastomerbereich wird als R-Fehler (R für rubber) bezeichnet. Trennt sich der Verbund zwischen Elastomer und Bindemittel, spricht man von einem RC-Fehler (rubber-cement) und bei einem Bruch zwischen Bindemittel und Primer von einem CP-Fehler (cement-primer). Löst sich das Bindemittel vom Metall, liegt ein so genannter M-Fehler vor (**Abbildung 2.23**). Die Größen der entsprechenden Flächen werden bei der Auswertung jeweils in Prozent angegeben.



*Abbildung 2.23: Schematische Aufbau einer Bindung /bei86/*

## Zugprüfung

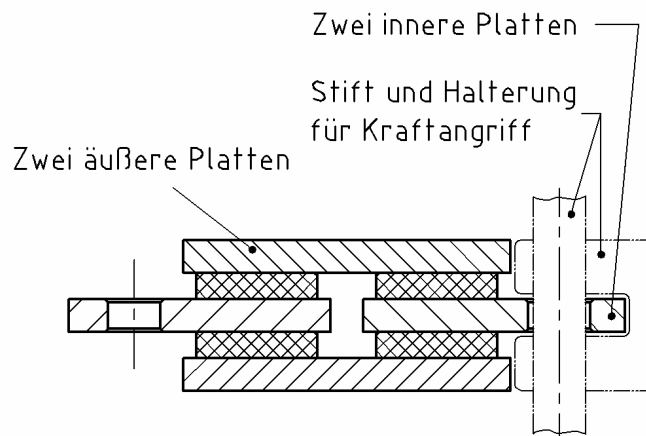
Bei dieser Prüfmethode werden Elastomerlagen vulkanisiert und später senkrecht zueinander zerrissen (**Abbildung 2.24**). Beschrieben wird dies in DIN 53531 Teil 2 /din90b/. Das Verfahren eignet sich für die Entwicklung und Überprüfung von Haftsyste-men, da die besondere Geometrie des Probekörpers in der Regel einen Bruch in der Grenzfläche zwischen beiden Partnern hervorruft. Auch hier ist für die Bewertung der Qualität eines Verbundes das Reiß-bild mit in die Bewertung einbezogen.



**Abbildung 2.24:** Probekörper für die Zugprüfung nach DIN 53531 /din90b/

## Scherprüfung

In DIN ISO 1827 /dis91/ wird die Scherprüfung nach dem Quadrupel-Verfahren beschrieben. Bei diesem Prüfverfahren wird eine zwischen zwei Metallblechen vulkanisierte Elastomerlage parallel zur haftenden Oberfläche belastet (**Abbildung 2.25**). Dabei wird die Kraft gemessen, die man benötigt, um einen Bruch im definierten Verbundkörper zu verursachen, hieraus wird der Haftwert des Verbundes berechnet.



**Abbildung 2.25:** Probenkörperanordnung nach dem Quadrupel-Verfahren /dis91/

### 2.2.1.2 Zerstörungsfreie Prüfverfahren

Für die Untersuchung von in Betrieb stehenden Bauteilen ist eine zerstörungsfreie Prüftechnik (ZfP) unabdingbar. Für die Prüfung der Haftung von Elastomeren an Grundkörpern sind die Prüfverfahren unterschiedlich gut geeignet /net01/:

Bei der so genannten „**optischen Technik**“ wird das Prüfobjekt in einer Unterdruckkammer mit einem aufgeweiteten Laserlicht beleuchtet. Nach einer Unterdruckbelastung wird ein Referenzbild mit den Interferenzen des Speckelmusters aufgezeichnet und verglichen. Durch die Deformationen an der Oberfläche oberhalb von Delaminationen kann auf die Schädigung geschlossen werden. Diese Methode eignet sich allerdings vornehmlich für qualitative Prüfungen.

Bei einer **dynamischen Thermographie** wird über eine Blitzlampe Wärme über die Oberfläche in ein Bauteil gebracht. Die Wärme diffundiert in die Tiefe des Bauteils und führt bei lokalen Hohlräumen oder Ablösungen zu Wärmestaus, die dann auch an der Oberfläche des Prüfkörpers durch Infrarotkameras sichtbar werden. Bei schlecht leitenden Polymeren ist der Prozess sehr langsam. Für die Anwendung bei Elastomeren sind die einzelnen Einflussgrößen bisher noch nicht untersucht.

Das **Röntgenverfahren** ist besonders gut bei der Untersuchung von Bauteilen mit Fehlern in Strahlungsrichtung geeignet. Bei der Durchstrahlungsprüfung werden lineare Röntgenzeilenkameras eingesetzt. Das Objekt wird mit einem fächer- oder kegelförmigen Röntgenstrahl durchleuchtet. Durch Drehen und Verfahren erzeugt man einen Datensatz von Produktionsbildern, die anschließend rekonstruiert werden. Nachteilig bei der Durchstrahlungsprüfung ist, dass Delaminationen oder flächige Risse nur unter bestimmten Einstrahlwinkeln genügend großen Kontrast im Röntgenbild liefern. Das erschwert ein Auffinden derartiger Defekte.

Für die Untersuchung von Grenzflächen ist die **Ultraschalltechnik** besonders geeignet, da der Schall an der Grenzfläche zweier Materialien reflektiert wird. Ein Schallimpuls wird über einen Prüfkopf mit einer definierten Frequenz in das Werkzeug eingeleitet. Für die Erzeugung der hochfrequenten Schwingungen wird der piezoelektronische Effekt genutzt. Es wird eine frequente Spannung an einen Piezokristall angelegt. Das Piezokristall fängt dann an zu schwingen und sendet Schallwellen aus.

Das Impuls-Echoverfahren beruht darauf, dass der Schall an der Grenzfläche zweier Medien reflektiert wird. Bei einem fehlerfreien Werkstück sind dies die Vorder- und Rückseite des

Werkstücks in Schalleinleitungsrichtung. Der Prüfkopf sendet kurze Schallimpulse aus und arbeitet in der Zeit zwischen zwei Impulsen als Empfänger. Diese Impulse durchlaufen das Werkstück mit einer für den Werkstoff spezifischen Schallgeschwindigkeit. Treffen diese Schallimpulse innerhalb des Werkstücks auf einen Widerstand, wie zum Beispiel auf einen Riss oder einen Einschluss, wird dieser daran reflektiert und von dem Prüfkopf zeitlich früher detektiert als der an der Rückseite des Werkstücks reflektierte Impuls. Über die Zeit, die zwischen den Schallimpulsen und dem Empfangen der reflektierten Impulse vergeht, kann der Abstand der Fehlstelle von der Oberfläche berechnet werden. Die Amplitude des reflektierten Impulses beschreibt die Größe der Fehlstelle. Vorteilhaft für alle Ultraschallverfahren ist das Koppelmedium, das die Einleitung des Schalls vom Prüfkopf in das Werkstück begünstigt. In der Regel werden dafür Gele und Öle oder Wasser eingesetzt. Die Ultraschallprüfung unter Wasser wird als Tauchtechnik bezeichnet.

Die Amplituden der Schallauswertung werden mit Falschfarben kodiert. Daraus ergibt sich eine zweidimensionale Darstellung. Diese Darstellungsform wird C-Bild genannt. Dabei wird die gesamte Ultraschalleinheit über die gesamte Untersuchungsfläche geführt. Durch die Auswahl eines Zeitfensters des Echosignals, können Bereiche aus einer bestimmten Tiefe des Bauteils selektiert werden. Daraus ergibt sich eine genaue Abtastschicht, die untersucht wird. Auch hier werden die reflektierten Amplituden zusammen mit der Position des Schallkopfes gespeichert und daraus eine zweidimensionale Darstellung generiert.

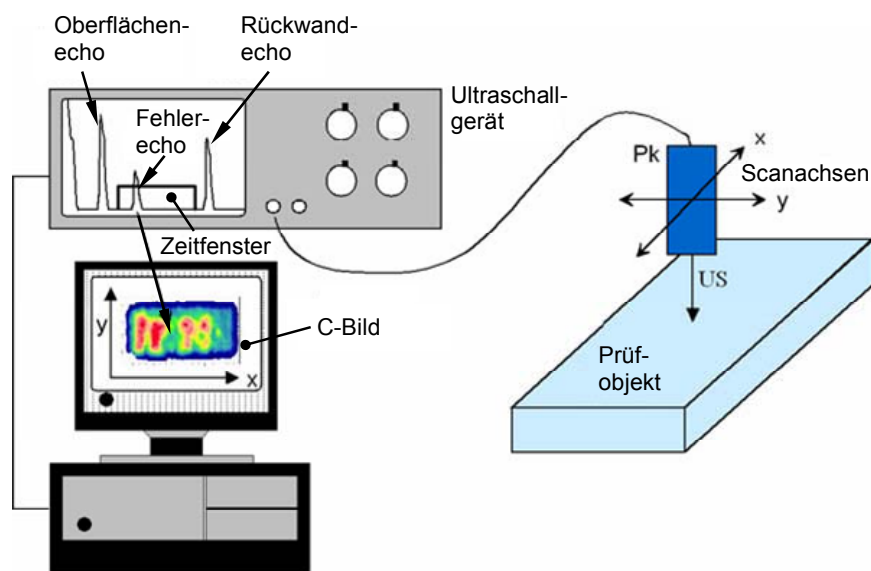


Abbildung 2.26: Schematischer Aufbau einer Ultraschallprüfanlage /Prospekt LQW/



### 2.2.2 Bandagenablösung bei Schwerlasträdern

Eine intakte Metall-Elastomerbindung muss der bei der Krafteinwirkung hervorgerufenen Spannungskonzentration, wie in Kapitel 2.1.3.3 beschrieben, an der Teilfuge widerstehen. Diese Spannungsspitzen sind vermutlich dafür verantwortlich, dass sich die Bandagen bei ungünstigen äußeren Bedingungen manchmal von der Nabe lösen (**Abbildung 2.27**).



*Abbildung 2.27: Ablösung einer Bandage von der Nabe eines Schwerlastrades,  $D = 270 \text{ mm}$ ,  $B = 100 \text{ mm}$*

In der Literatur gibt es keine Untersuchungen, die die Thematik der Ablösung der Polyurethanbandage von der metallischen Nabe bei Schwerlasträdern behandelten. Lediglich der Beanspruchungszustand in der Teilfuge zwischen einer Kunststoffbandage und einer Stahlnabe rollender Räder wurde von *Severin /sev02/* in einem von der DFG geförderten Projekt theoretisch und experimentell untersucht. Für diese Untersuchung wurde ein FE-Modell für die zylinderförmige Teilfuge erstellt, das die Eigenerwärmung und die dadurch temperaturabhängigen Werkstoffkennwerte nach Erreichen des Temperaturbeharrungszustands mit berücksichtigt. Die Ergebnisse wurden in einem weiteren Schritt mittels Kraftsensoren experimentell verifiziert. Der Schwerpunkt der Untersuchung bezog sich auf hartelastische Kunststoffe als Bandagenwerkstoff, die auf die Naben aufgedrückt wurden. Untersucht wurden von Severin auch unterschiedliche formschlüssige Verbindungsgeometrien wie z. B. Keilwellenverbindungen und Passfederverbindungen etc.

## 3 Problemstellung, Zielsetzung und Vorgehen

### 3.1 Problemstellung

Die heutigen Aufgaben in der Logistik benötigen Fördersysteme, die immer größere und schwerere Lasten immer schneller bewegen können. Insbesondere die moderne „just-in-time“ Produktion benötigt logistische Anlagen mit höchster Verfügbarkeit, da Ausfälle die sensible Versorgungs- bzw. Produktionskette unterbricht, was große wirtschaftliche Schäden zur Folge haben kann. Das Schwerlastrad stellt in solch einer logistischen Anlage ein zentrales Element dar, dessen Ausfall ein System vollständig zum Stillstand bringen kann.

Grundsätzlich kann ein Rad, wie auch andere Verschleißteile, kontinuierlich verschleifen, bis die Funktion nicht mehr gewährleistet ist, oder sie versagen unvorhergesehen, unabhängig von äußeren vorher zu beobachtenden warnenden Kennzeichen.

Im Einsatz von Schwerlasträdern in logistischen Anlagen wird gelegentlich eine unvorhergesehene Ablösung des Elastomerbelages von der metallischen Nabe beobachtet. Dieser Schaden führt zu einem vollständigen Versagen des Schwerlastrades und somit zum Stillstand eines Systems. Gerade dieser plötzliche Ausfall kann ein Versorgungssystem empfindlich stören. Bei den am Fachgebiet Maschinenelemente der Universität Dortmund zuvor erstellten Forschungsarbeiten im Bereich von Schwerlasträdern wurde beobachtet, dass etwa 5% der in einem Zeitraum von 24 h unter Nennlast beanspruchten Schwerlasträder durch die Ablösung der Polyurethanbandage ausfielen.

Als Ursache für diese Schädigungsart in der Teilfuge zwischen Belag und Nabe ist die Konzentration der Spannungen, verursacht durch den Steifigkeitssprung der unterschiedlichen Materialien in einer Kombination mit fertigungsbedingten Fehlern in der Produktion, anzunehmen. Wie in Kapitel 2.1.3 beschrieben, könnte eine Erhöhung der Bandagendicke die Spannungen in der Teilfuge reduzieren. Dies würde allerdings die sicherheitstechnisch geforderte Stabilität z. B. eines Gabelstaplers negativ beeinflussen. Des Weiteren führen große Bandagenstärken zu großer Walkarbeit in der Bandage, was wiederum, insbesondere in schnell laufenden Systemen, zu einer thermischen Überbeanspruchung der Radbandage führen kann.

Für die Hersteller und Anwender von Fördersystemen besteht der Bedarf, Schwerlasträder für den jeweiligen Einsatzfall belastungsgerecht auszulegen. Untersuchungen, die für den Einsatzfall wichtige Hinweise geben, sind derzeit noch unvollständig. Während die Schadensmechanismen, wie die thermische Überbelastung oder der Verschleiß, die zum Versagen der Räder führen, bereits in zahlreichen Forschungsprojekten untersucht worden sind (z. B. /kün04b/, /meh03/, /qia97/, /sev91/), liegen bisher keine Untersuchungen zum Versagen der Fügezone vor. Anhaltspunkte, welche Faktoren maßgeblich zu einer Ablösung und einem Fortschreiten der Polyurethanbandage von der metallischen Nabe führen, fehlen völlig. Für die Anwender im Einsatzfall solcher Anlagen mit Schwerlasträdern wäre es weiter wünschenswert, ein Hilfsmittel zu bekommen, das es ermöglicht, bei einer durch Inspektionsintervalle erkannten Vorschädigung in der Radbandage eine Aussage über die Restlebensdauer des Maschinenelements machen zu können. Aus den genannten Gründen ergibt sich gerade für den Anwender der Bedarf, die Einsatzbedingungen, die zu einer Bandagenablösung führen und das Fortschreiten einer Ablösung begünstigen, genauer zu kennen.

Aus dem Stand der Technik wird klar, dass es kaum Untersuchungen über die Haftung von massiven Polyurethanelastomeren an starren Körpern gibt. Fast ausschließlich beruhen die Untersuchungen auf den Haftungsproblematiken von Gummi auf Metallen. Diese Erkenntnisse sind nicht ohne Weiteres auf den Werkstoffverbund von Polyurethan an Metallen übertragbar. Der Versuch von Schürmann /sür86/, die Betriebsbedingungen von Walzen und Rollen zu simulieren, indem die Schälversuche der Verbundkörper bei 100 °C durchgeführt wurden, erscheint nicht praxisnah, weil der komplexe dynamische Belastungszustand eines belasteten Rades nicht nachgebildet wird.

Zur Prüfung der Haftungsfestigkeit von Elastomer-Metallverbunden existieren unterschiedliche genormte Prüfverfahren. Alle diese Prüfverfahren sind zerstörende Prüfmethoden. Die in ISO 813, DIN 53531 und DIN ISO 1827 vorgeschriebenen Belastungsarten verursachen in der Fügezone des Materialverbundes in erster Linie Schäl- und Zugbeanspruchungen. Diese quasi statischen Spannungszustände sind mit den komplexen dynamischen Beanspruchungen in der Teilfuge von Schwerlasträdern nicht vergleichbar und können somit keinen Aufschluss über die Teilfugenproblematik geben.

Zur Erkennung des Ist-Zustandes der Teilfuge eines in Betrieb stehenden Schwerlastrades, aber auch die Beobachtung eines Schädigungsprozesses durch Delamination bedarf einer zerstörungsfreien Prüfung. Auch hier beruhen die Erkenntnisse vornehmlich auf Untersuchungen

von Gummi auf Metallen. Für die Anwendung von Polyurethanenverbunden sind die zerstörungsfreien Prüfmethode unzureichend untersucht.

### 3.2 Zielsetzung und Vorgehen

Ausgehend von der aufgezeigten Problemstellung ist es die Zielsetzung im Rahmen dieser Arbeit, auf experimenteller Grundlage ein Schädigungsmodell zu entwickeln, das unter bestimmten Belastungsparametern und Randbedingungen den Schädigungsverlauf des Ablösungsvorganges des Polyurethanbelages von der metallischen Nabe beschreiben kann.

Um für die experimentellen Untersuchungen, ggf. auch im praktischen Einsatzfall, den Ist-Zustand einer Polyurethan-Metall-Verbindung erkennen zu können, ist es ein Teilziel, ein zerstörungsfreies Prüfverfahren zu finden, das solche Delaminationen detektieren kann.

Um Anwendern in der Praxis eine Orientierung zu geben, in welcher Höhe und in welcher Form bestimmte Parameter Auswirkungen auf den Schädigungsverlauf haben, ist es ein Ziel, das Modell in überschaubaren Diagrammen darzustellen, aus denen ein Schädigungsverlauf vorhersehbar ist.

Zur Bearbeitung der genannten Thematik müssen zunächst alle möglichen Größen, die einen Einfluss auf den Ablösungsprozess haben könnten, gesammelt und systematisiert werden. Im Anschluss daran müssen diese möglichen Einflussgrößen in Faktoren, die bei der Versuchsdurchführung zu Untersuchungszwecken bewusst variiert werden, und in Einflussgrößen, die während der Versuchsdurchführung möglichst konstant gehalten werden müssen, eingeteilt werden. Schwanken Einflussgrößen, die konstant gehalten werden sollten, werden sie Störgrößen genannt.

Die Randbedingungen für die Versuchsdurchführung müssen im nächsten Schritt festgehalten werden, um die Grundlagen für eine experimentelle Untersuchung zu schaffen. Dazu steht zunächst die Entwicklung eines geeigneten Versuchsstands im Vordergrund. Der Versuchsstand soll so konzipiert sein, dass möglichst mehrere Räder gleichzeitig belastet werden können. Dies kann durch einen modularen Aufbau mit vier gleichartigen Prüfmodulen realisiert werden. Der Versuchsstand soll zur Überwachung der Versuche mit einer geeigneten Messtechnik ausgestattet sein. Die gesamte Versuchseinrichtung soll computergestützt gesteuert und die messtechnisch relevanten Daten sollen permanent in digitaler Form aufgezeichnet werden.

Wie zuvor beschrieben, fallen nach den Ergebnissen von Vorversuchen nur etwa fünf Prozent der unter Nennlast eingesetzten Räder durch eine Bandagenablösung aus. Würde dieser Effekt mit gleicher Wahrscheinlichkeit bei den jetzigen Untersuchungen auftreten, wäre die Anzahl der Beobachtungen zu gering, um aussagekräftige Ergebnisse zu erzielen. Aus diesem Grund erscheint es nicht sinnvoll, für die Untersuchungen von Delaminationen von Bandagen Räder aus der Serienfertigung zu nutzen. Stattdessen müssen die Prüfräder für die experimentellen Untersuchungen bei der Fertigung mit definierten Fehlstellen als Fehlerkeime präpariert werden, um den Prozess des Fortschritts der Delamination untersuchen zu können. Dazu soll ein Trennmittel verwendet werden, mit dem gezielt in bestimmten Bereichen der Teilfuge Fehlstellen erzeugt werden können.

Um den Ablösungsfortschritt beobachten zu können, müssen die Prüfräder jeweils vor und nach der Belastung auf die Fehlergröße hin untersucht werden. Dazu ist ein zerstörungsfreies Prüfverfahren notwendig, das die Größe der abgelösten Fläche messen kann. Hier werden unterschiedliche Verfahren in Erwägung gezogen, die auf ihre Eignung hin getestet werden müssen.

Für die experimentellen Untersuchungen bietet sich die Methode der statistischen Versuchsplanung an, die das Ziel hat, aus einer Anzahl von durchgeführten Versuchen die maximalen Erkenntnisse zu erlangen. Zur Ermittlung der Signifikanz der zuvor ausgewählten, zu untersuchenden Faktoren müssen zunächst so genannte „Screening-Versuche“ durchgeführt werden. Bei diesen Untersuchungen werden die Faktoren lediglich um zwei Stufen variiert. Aus diesen Vorversuchen ergibt sich aus einer neuen Versuchsplanung die Hauptversuchsreihe. Dabei werden ausgewählte Faktoren um fünf Stufen variiert, so dass hier auch nichtlineare Einflussgrößen auf die Zielgröße, den Ablösungsvorgang, erkannt werden können.

Abschließend soll aus den gewonnenen experimentellen Ergebnissen ein Schädigungsmodell erstellt werden, das unter den zuvor bestimmten Randbedingungen den Ablösungszuwachs beschreiben kann. Dazu muss eine Regressionsanalyse durchgeführt werden, mit deren Hilfe Modelle erzeugt werden können, die an die Ergebnisse der experimentellen Untersuchung angepasst sind. Im weiteren Verlauf muss die Qualität dieser auf verschiedene Weise erzeugten Modelle mit Hilfe von unterschiedlichen Bewertungskriterien geprüft werden. Die Modelle können dann bewertet und miteinander verglichen werden. In einem weiteren Schritt müssen die Modelle auf ihre Gültigkeit hin geprüft werden, da bei der Durchführung einer Reg-

ressionsanalyse bestimmte Annahmen, z. B. eine Normalverteilung der Fehler, vorausgesetzt werden, die nachträglich überprüft werden müssen.

Um das ermittelte Schädigungsmodell interpretieren zu können, sollen aus der ermittelten Funktion Diagramme abgeleitet werden, die den Verlauf der Schädigung abhängig von den Einflussfaktoren darstellen. Dabei soll die Einflusshöhe der unterschiedlichen Faktoren sichtbar werden.

## 4 Experimentelle Untersuchung

Für die Durchführung und Auswertung der Versuche wird die statistische Versuchsplanung, auch *Design of Experiments* genannt, als Hilfsmittel herangezogen. Das Hauptziel für die Anwendung statistischer Verfahren ist die Steigerung der Erkenntnisgewinnung bei einem gewissen Versuchsaufwand. Des Weiteren werden die Untersuchungen und Auswertungen mit diesen statistischen Methoden nach bewährten und anerkannten Verfahren durchgeführt.

Allgemein sind vor der Durchführung experimenteller Untersuchungen zunächst die Wirkzusammenhänge der Faktoren, die die Zielgröße beeinflussen, weitgehend unbekannt. Als Zielgröße wird in dem Zusammenhang die Größe bezeichnet, die das Versuchsergebnis, hier den Fortschritt der Delamination, beschreibt. Durch Variation von Faktoren, die bewusst für einen Versuchsplan ausgewählt und variiert werden, wird versucht, deren Zusammenhänge zu bestimmen. Generell teilen sich Einflussgrößen in Steuergrößen und Störgrößen auf. Steuergrößen können für den Versuch eingestellt und konstant gehalten werden, wohingegen die Störgrößen für den Versuch nicht beeinflusst werden können (z. B. Umgebungstemperatur, Schwankungen im Druckluftnetz etc.). Die vermutlich einflussreichsten Einflussgrößen auf einen Prozess bzw. eine Versuchsdurchführung werden für den Versuchsplan ausgewählt und dann als Faktoren bezeichnet. Deren Werte, die während des Versuchs eingestellt werden, bezeichnet man als Faktorstufen /kle03/.

Da dies auf einfache Art und Weise - jeder Faktor wird mit jedem Faktor kombiniert (vollfaktoriell) - mit steigender Anzahl der Faktoren eine sehr große Anzahl an Versuchen nach sich ziehen würde und somit auch sehr aufwendig würde, wurde die statistische Versuchsplanung entwickelt. Diese sieht durch Veränderung bestimmter Einflussgrößen nach zuvor festgelegten statistischen Gesetzmäßigkeiten eine Reduzierung der erforderlichen Versuchsanzahl vor.

Die Auswertung erfolgt dann mit einem Verfahren, das an den erstellten Versuchsplan angepasst ist. Aufgrund der Komplexität dieser Berechnungen ist der PC ein wichtiges Hilfsmittel, ohne das viele Untersuchungsschritte entweder nicht möglich oder mit sehr viel Zeitaufwand verbunden wären. Wenn sehr spezielle statistische Größen berechnet werden müssen, ist ein eigenes Statistikprogramm notwendig. Von diesem Softwaretyp sind viele verschiedene Programme verfügbar. In dieser Arbeit wird die Software JMP IN, Release 5.1 von SAS Institute Inc. verwendet, da diese ein sehr umfangreiches Anwendungsspektrum bietet.

## 4.1 Randbedingungen

### 4.1.1 Auswahl der zu untersuchenden Parameter

Die Parameter, die Einfluss auf die Haftung bzw. auf den Ablösungsvorgang der Bandage von der Nabe haben, werden systematisch ausgewählt und abgegrenzt. Zunächst werden alle denkbaren Einflussgrößen gesammelt und in einstellbare Steuergrößen und in nicht einstellbare Größen, die, wie zuvor erwähnt, während der Versuche möglichst konstant gehalten werden sollten, unterteilt.

*Tabelle 4.1: mögliche Einflussgrößen auf den Delaminationsprozess*

Fehlerart	(fehlerhafter) Haftvermittler, Einschlüsse von Fremdkörpern, verminderte Oberflächengüte der Nabe, Lufteinschlüsse im Kunststoff, Verunreinigungen (z. B. Fette, Silikone, Fingerabdrücke, Trennmittel o.Ä.)
Fehlerausprägung	Größe, Form, Lage, Anzahl der Fehler
Belastungsart	Normalkraft, Geschwindigkeit, Sturz, Spur
Beschaffenheit der Teilfuge	Bandage: Werkstoff, Härte, Geometrie Grundkörper: Werkstoff, Rautiefe,
Äußere Einflüsse	Temperatur, Luftfeuchtigkeit, Zwischenstoffe

Alle möglichen Größen, die einen Einfluss auf das Fortschreiten des Ablösungsprozesses der Polyurethanbandage von der metallischen Nabe haben können, sind in **Tabelle 4.1** dargestellt. Diese Einflussgrößen sind in unterschiedliche Kategorien eingeteilt. Die Fehlerart führt alle möglichen Vorschädigungen in der Teilfuge auf, die einen Ablösungsprozess auslösen können. Diese Vorschädigung kann eine gewisse geometrische Ausprägung haben. Mit großer Wahrscheinlichkeit haben die Belastungsgrößen eines Schwerlastrades sowie die Beschaffen-

heit der Bandage und der Nabe eine große Auswirkung auf den Delaminationsprozess, da diese maßgeblich den Spannungs- und Temperaturzustand in der Teilfuge bestimmen (vgl. Kapitel 2.1.3). Aber auch äußere Einflüsse wie die klimatischen Bedingungen können ggf. den Prozess der Delamination beeinflussen.

Die gefundenen Größen beeinflussen die Zielgrößen unterschiedlich stark. Für die Untersuchungen ist die Anzahl aller vorhandenen Faktoren zu groß. Benutzt man für weitere Untersuchungen alle 21 Faktoren, so würde sich bei einem vollfaktoriellen Versuchsplan eine Versuchsanzahl von  $2^{21}$  ergeben. Aus diesem Grunde werden im Folgenden die einzelnen Einflussfaktoren näher analysiert und zunächst nach subjektiven Kriterien hinsichtlich der Eignung für die Versuchsdurchführung bewertet:

Der **Haftvermittler** setzt sich aus verschiedenen chemischen Komponenten zusammen. Er bildet die Grundlage für die Verbindung zwischen der Nabe und der Bandage. Die Zusammensetzungen der im Handel verfügbaren Haftvermittler sind von den Herstellern geschützt, nicht ohne Weiteres verfügbar und somit schlecht zu untersuchen. Der Haftvermittler wird von den Herstellern stichprobenweise mit Hilfe von Schältests (vgl. Kapitel 2.2.1.1) überprüft. Für die Untersuchung der Qualität der unterschiedlichen Haftvermittler untereinander bietet sich eine eigene Versuchsreihe unter chemischen Gesichtspunkten an. Der Einfluss der Schichtdicke des Haftvermittlers auf die Qualität der Bindung ist bereits untersucht worden (vgl. Kapitel 2.2). Nach diesen Untersuchungen werden bestimmte Schichtdicken empfohlen.

Ein **Einschluss von Fremdkörpern** wie z. B. Metallspänen in der Teilfuge ist eher unwahrscheinlich. Von einem Einfluss durch Fremdkörper auf die Bindung in der Teilfuge wird daher nicht ausgegangen.

Um die **Oberflächengüte** zu erhöhen, werden die Naben üblicherweise gesandstrahlt. Hierbei werden Verunreinigungen, die bei der Herstellung der Nabe entstanden sind, beseitigt. Bei dem Sandstrahlprozess können mehrere Faktoren variiert werden, die die Qualität der Oberfläche beeinflussen. So kann die Strahlzeit oder die Körnung des Strahlgutes verändert werden. Untersuchungen des Einflusses von unterschiedlichen Oberflächenbeschaffenheiten auf die Bindung von Elastomeren an Metallen sind bereits durchgeführt worden (vgl. Kapitel 2.2)

Beim Gießen der Räder können **Lufteinschlüsse im Kunststoff** entstehen. Für das vorhandene Untersuchungsziel wären nur direkt auf der Nabe befindliche Luftblasen von Bedeutung. Die Genauigkeit und Reproduzierbarkeit im Hinblick auf die Lage, Größe und Anzahl ist je-



doch sehr schwierig. Dieser mögliche ungewollte Faktor wird daher in die Versuchsreihe nicht aufgenommen.

**Verunreinigungen** auf der Nabe durch Fingerabdrücke, Silikone, Trennmittel usw. können die Haftung in der Teilfuge mindern. Sie können bei der Übergabe der Naben zum nächsten Arbeitsschritt oder beim Einstreichen der Form mit Trennmittel entstehen. Die Verunreinigungen können in unterschiedlicher **Form, Größe, Lage und Anzahl** auftreten. Für die Haftung der Bandage können diese von Bedeutung sein. Bei der Anzahl der Fehlstellen ist die Entfernung zueinander entscheidend. Liegen diese sehr dicht beieinander, so könnten sich die Fehler gegenseitig beeinflussen.

Unterschiedliche **Belastungen** auf das Rad und somit auf die Teilfuge können durch Variation der Geschwindigkeit, der Normalkraft, der Spur und des Sturzes erfolgen. Hohe Belastungen führen zur Erwärmung der Bandage und können im Extremfall die Bandage thermisch zersetzen. Für die unterschiedlichen Radabmessungen werden bestimmte Belastungsgrenzen empfohlen. Diese sollten bei der Auswahl der Faktorstufen berücksichtigt werden. Für die Sturz- und Spureinstellungen gibt es allerdings keine vorgegebenen Werte, da dies noch nicht genauer untersucht worden ist. Die Größe dieser Parametereinstellungen müssten in Vorversuchen ermittelt werden.

Übliche Werte für die **Härte** liegen im Bereich zwischen 80 und 95 Shore-A. Je nach Einsatzfall wird vom Hersteller ein bestimmter Härtegrad empfohlen. Die Härte hat einen wesentlichen Einfluss auf die Spannungsverteilung in der Teilfuge (vgl. Kapitel 2.1.3). Je härter und dünner die Bandage ist, desto höhere Spannungen sind zu erwarten.

Es kommen bei Schwerlastträdern mit Polyurethanbandage hauptsächlich zwei **Werkstofftypen** zum Einsatz. Für hoch belastete Anwendungen ist der Werkstoff NDI (Vulkollan<sup>®</sup>) am meisten verbreitet, der Werkstoff MDI wird für weniger beanspruchte Systeme verwendet. Beide Werkstoffe werden in den folgenden Untersuchungen eingesetzt.

Die **Geometrie der Bandage** umfasst alle Abmessungen des Rades wie Form, Größe, Bandagenbreite und Bandagenhöhe. Auf Grund der Vielzahl von Rädern ist es nötig, sinnvolle Parameter auszuwählen.

Als **Material für den Grundkörper** werden Stahl, Aluminium oder Stahlgussnaben verwendet. Bei der richtigen Auswahl des Nabenmaterials ist die unterschiedliche Wärmeleitfähigkeit von entscheidender Bedeutung.

Die **äußeren Einflüsse**, wie Temperatur und Luftfeuchtigkeit, spielen insbesondere für die Alterung des Werkstoffes Polyurethan eine wichtige Rolle. Die Durchführung der Versuche in einer Klimakammer ist nicht möglich und entspricht nicht den realen Einsatzbedingungen von Schwerlastträdern. Diese Einflussgrößen unterliegen Schwankungen und werden deshalb als Störgrößen betrachtet.

Der Einfluss von **Zwischenstoffen** wurde hinsichtlich des Verschleißes bereits in einem anderen Projekt am Fachgebiet Maschinenelemente der Universität Dortmund untersucht. Der Einfluss auf den Ablösungsprozess wird wahrscheinlich gering sein. Er wird deswegen hier nicht weiter beachtet. Der Einfluss einer möglichen chemischen Zersetzung des Bindemittels durch äußere Stoffe soll nicht Gegenstand dieser Untersuchungen sein.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass folgende Einflussgrößen nicht untersucht werden:

- Geometrie der Bandage
- Werkstoff der Bandage
- Material des Grundkörpers
- Sturzeinstellung
- Oberflächengüte der Nabe
- Anzahl und Form der Fehlstellen
- Äußere Einflüsse / Umgebungseinflüsse
- Zwischenstoffe
- Härte der Bandage

Einflussgrößen, die nicht untersucht werden, sollten möglichst konstant gehalten werden, um die Zufallsstreuung klein zu halten. Je kleiner die Zufallsstreuung ist, desto kleinere Effekte der Faktoren können noch erkannt werden. Des Weiteren sind bei einer kleinen Zufallsstreuung für statistisch abgesicherte Versuche weniger Einzelversuche erforderlich. Eine Halbierung der Zufallsstreuung bedeutet, dass ein Viertel der Einzelversuche ausreichen, um dasselbe Ergebnis zu erhalten.

#### 4.1.2 Auswahl der Radkörper

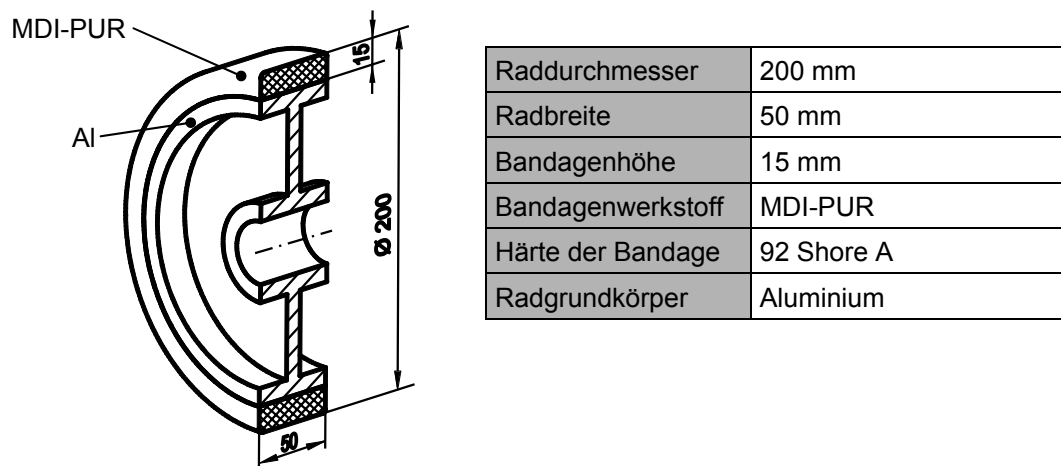
Bei der Auswahl von Radkörpern, die zu Untersuchungszwecken präpariert werden sollen, werden die Größen handelsüblicher Räder berücksichtigt. Üblicherweise werden Schwerlast-

räder von 100 bis 300 mm Durchmesser eingesetzt. Für die verwendeten Räder wird ein mittlerer Gesamtdurchmesser von  $D = 200$  mm mit einer Breite von  $B = 50$  mm gewählt. Die Bandagenhöhe beträgt  $H = 15$  mm. Dies entspricht einem Verhältnis von Bandagenhöhe zu Gesamtdurchmesser von 7,5 %, was einem mittleren Wert von den Herstellern empfohlenen Verhältnis von 5-10 % entspricht /bay98/.

Die Grundkörper, die Radnaben, bestehen in allen Versuchen aus Aluminium.

Als Bandagenwerkstoff wird zunächst das fertigungstechnisch einfacher zu produzierende Polyurethan auf Basis von MDI verwendet. Später wird der Bandagenwerkstoff gewechselt (Erläuterungen dazu in Kapitel 4.3.2). Die Härte der Bandage beträgt 92 Shore-A.

In **Abbildung 4.1** sind die Parameter der Prüfkörper noch einmal dargestellt:



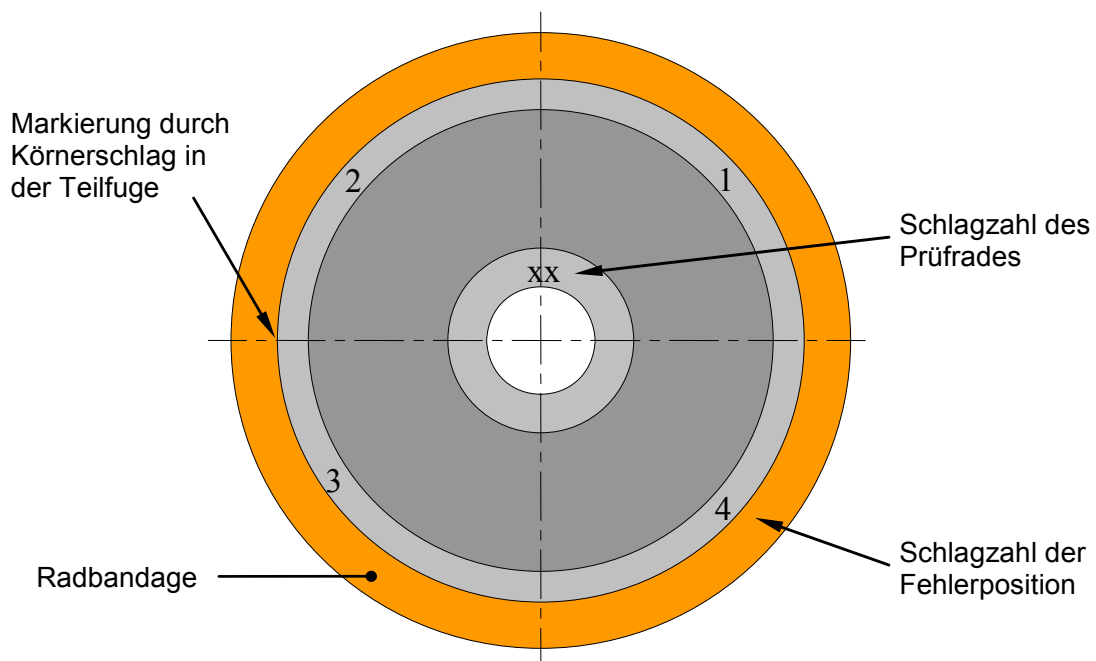
**Abbildung 4.1:** Kennwerte der Prüfkörper

Als Haftvermittler wird Morton Thixon 406<sup>®</sup> der Firma Nordmann Rassmann verwendet. Dieser Haftvermittler wird bei führenden Herstellern von Schwerlastträgern gewöhnlich eingesetzt.

### 4.1.3 Erstellung der Proberäder

Für die Erstellung der Musterfehler in der Teilfuge zwischen Polyurethanbandage und Metallnabe muss ein möglichst reproduzierbares und genau bestimmtes Verfahren angewendet werden. Wie bereits im Kapitel 2.1.2 beschrieben, wird bei dem Herstellungsprozess der Schwerlastträger zunächst die metallische Oberfläche der Nabe aus Aluminium durch Sandstrahlen vorbehandelt, gewaschen und danach mit einem Haftvermittler besprüht. Um an den zuvor definierten Stellen Delaminationen zu provozieren, wird an den bestimmten Stellen ein

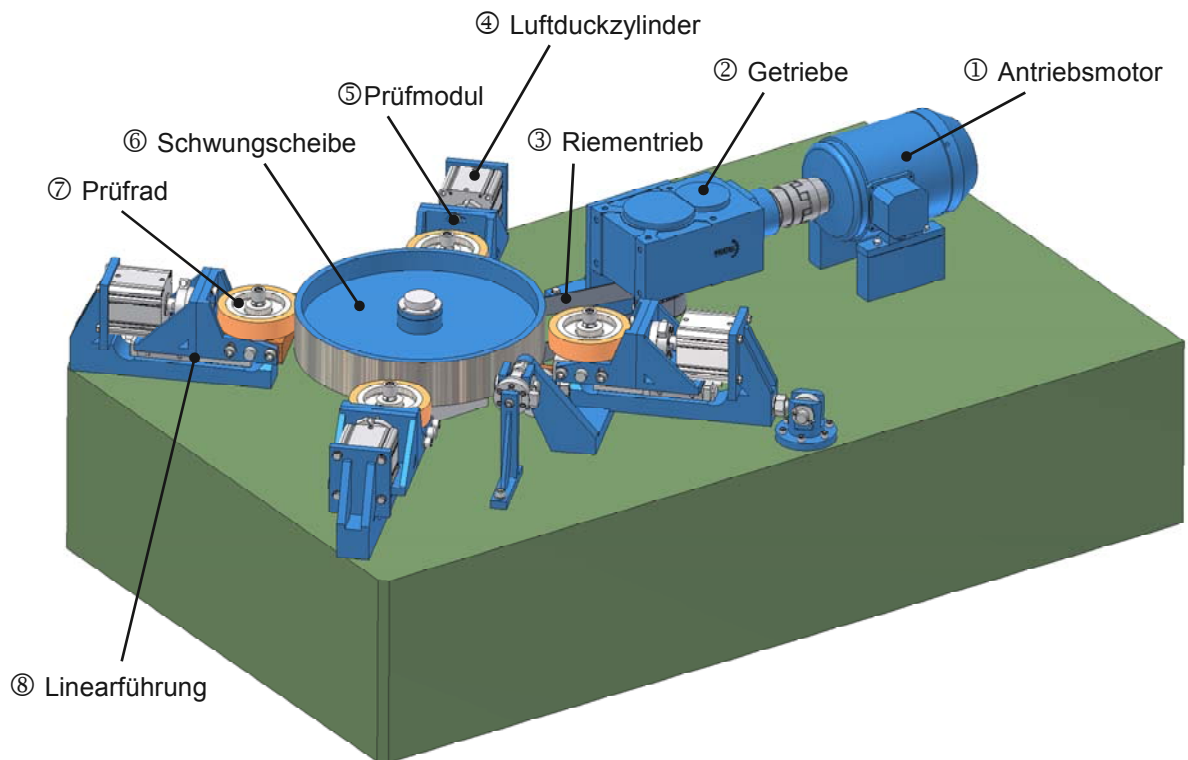
Trennmittel aufgetragen. Dabei muss auf der einen Seite gewährleistet sein, dass genügend Trennmittel aufgetragen wird, so dass im definierten Bereich eine gewollte Ablösung tatsächlich vorhanden ist, und auf der anderen Seite darf der Auftrag von zu viel Trennmittel nicht dazu führen, dass dieser verläuft und die gewünschte Geometrie des Fehlers beeinträchtigt. Als Trennmittel wird das handelsübliche Silikonöl Indosil 2000 der Firma Indroma Chemikalien verwendet. Es hat sich gezeigt, dass das Auftragen mit speziell angefertigten „Stempeln“ das beste Resultat erzielen ließ. Das Auftragen durch Sprühen durch eine Schablone ist wesentlich schlechter zu dosieren und erzeugt Nebel im Randbereich, der zu unscharfen Abgrenzungen führt. Das Trennmittel wird nach dem Auftrag des Haftvermittlers und vor dem Gießen des Polyurethanbelages aufgetragen. Die provozierten Fehlerstellen befinden sich somit in der RC-Schicht (vgl. **Abbildung 2.23**) des Materialverbundes. Je Proberad werden vier am Radumfang verteilte und durch Schlagzahlen gekennzeichnete Fehlerstellen mit definierter Größe und Lage in die Teilfuge eingebracht. Um die Fehlerstellen auch nach der Ultraschalldiagnose identifizieren zu können, wird vor der Präparierung zwischen Fehlerstelle 2 und 3 ein Körnerschlag auf der Nabenoberfläche der Teilfuge eingebracht. Zur Kontrolle der Größe und Position der Fehlerstellen werden die Räder auch schon vor der Belastung mit dem Ultraschallverfahren geprüft.



**Abbildung 4.2:** Anordnung der Fehlerstellen in den präparierten Rädern

#### 4.1.4 Versuchsaufbau

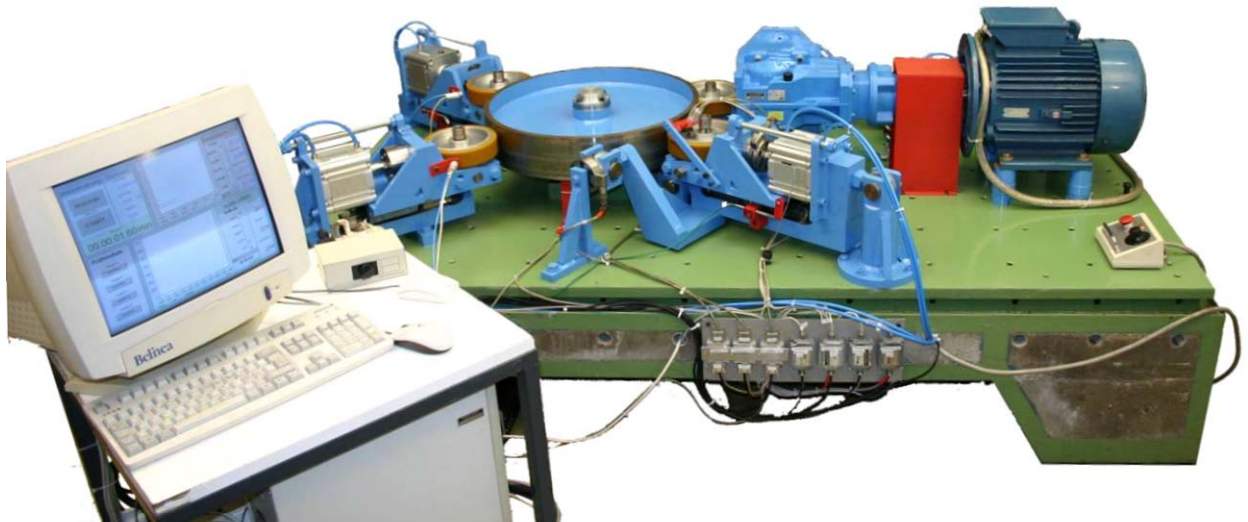
Für die Durchführung der experimentellen Untersuchungen ist ein geeigneter Versuchsstand zu entwickeln. Um eine möglichst große statistische Absicherung zu erreichen, ist der Versuchsstand für vier gleichzeitig zu belastende Probenräder ausgelegt (vgl. **Abbildung 4.3** und **Abbildung 4.4**). Die Belastungen des Probekörpers werden rechnergestützt gesteuert, und alle Messwerte werden digital von einem PC als Steuerungs- und Messrechner erfasst. Als Schnittstelle sowohl für die Sensordaten als auch für die Steuerungsdaten dient eine Multifunktions-Messkarte (PCI 9112), die eine Auflösung von 12 Bit besitzt und über 32 Eingänge (16 digital) und 18 Ausgänge (16 digital) verfügt. Die Taktrate der Karte beträgt 110 kHz.



**Abbildung 4.3:** Schematischer Aufbau des Rollenversuchsstands zur Belastung der Probenräder

Angetrieben wird der Versuchsstand durch einen Asynchronmotor ① mit einer Nennleistung von  $P_N = 14 \text{ kW}$ , der über ein zweistufiges Getriebe ② und einen Zahnriementrieb ③ eine Schwungscheibe ⑥ als Gegenrad der Prüfräder ⑦ antreibt. Im Rahmen dieser Arbeit werden so die Proberäder nicht als angetriebene Räder, sondern als mitlaufende Räder untersucht. Zur Variierung der Geschwindigkeiten können die Zahnriemenscheiben ausgetauscht werden. Die Antriebseinheiten sind, wie die vier Prüfmodule ⑤, auf ein gemeinsames Maschinenbett montiert. Ein Prüfmodul besteht aus einer Kugelumlauflführung ⑧ in radialer Richtung der Pro-

benräder als reibungsarme Linearführung und einem Luftdruckzylinder ④, der eine möglichst genaue Steuerung der Anpresskraft über einen elektronisch gesteuerten Druckminderer gewährleistet. Die Räder werden über einen Spannsatz fliegend gelagert und am Kopf des Prüfmoduls gespannt. Als eine weitere Option sind der Sturz und die Spur der Prüfräder stufenlos einstellbar.



**Abbildung 4.4:** Realer Rollenversuchsstands zur Belastung der Probenräder

Im Bereich der Messdatenerfassung werden die digitalen und analogen Daten der Sensoren der Versuchseinrichtung erfasst, visualisiert und für die Datenspeicherung verarbeitet.

Als Messdatenaufnahme- und Steuerungssoftware wird für den Versuchsstand das Programm *Data Acquisition System Laboratory* (DASYLab) der Firma National Instruments verwendet, das eine visuelle Programmierung ermöglicht. Funktionsblöcke repräsentieren Ein- oder Ausgänge, Operationsmodule bzw. Anzeigeeinstrumente, die über Signalflussstränge miteinander verbunden werden (**Abbildung 4.5**).

**Abbildung 4.6** zeigt exemplarisch die Visualisierung der Messdaten in Echtzeit während der Versuche auf dem Monitor der Messeinrichtung.

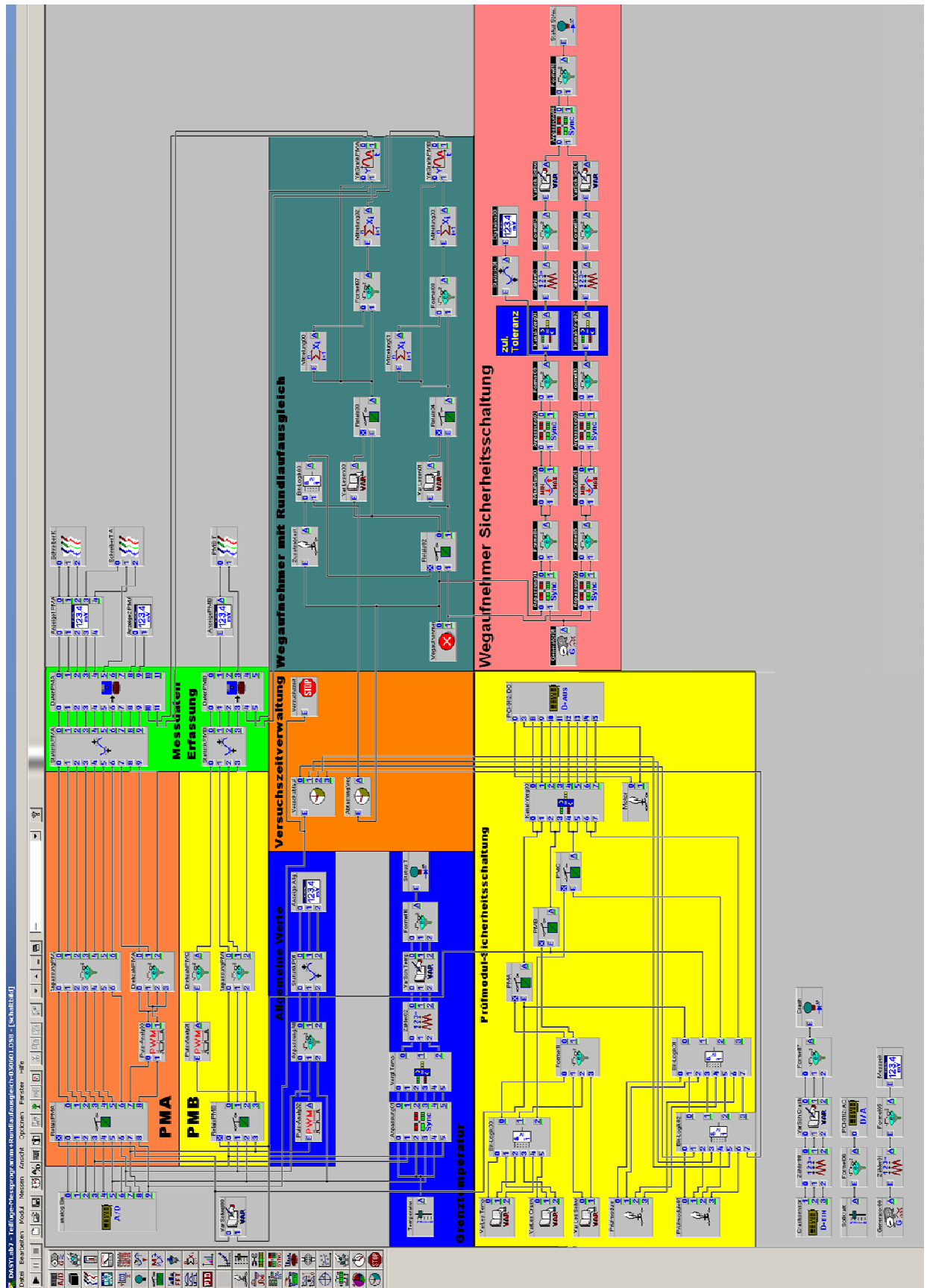


Abbildung 4.5: Schaltplan zur Steuerung der Versuchseinrichtung und zur Aufnahme der Messdaten

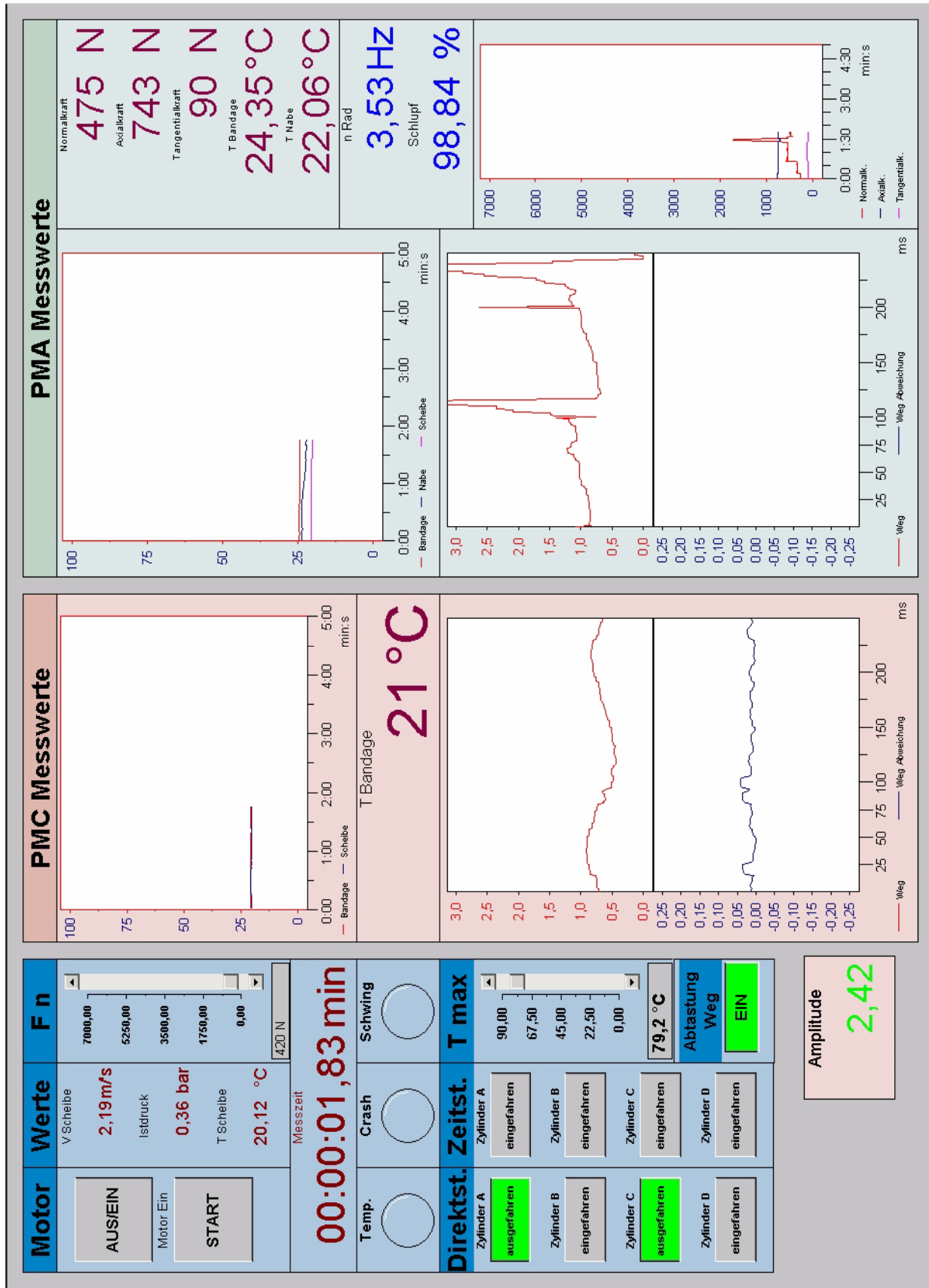


Abbildung 4.6: Layout der Steuerungsoberfläche der Versuchseinrichtung



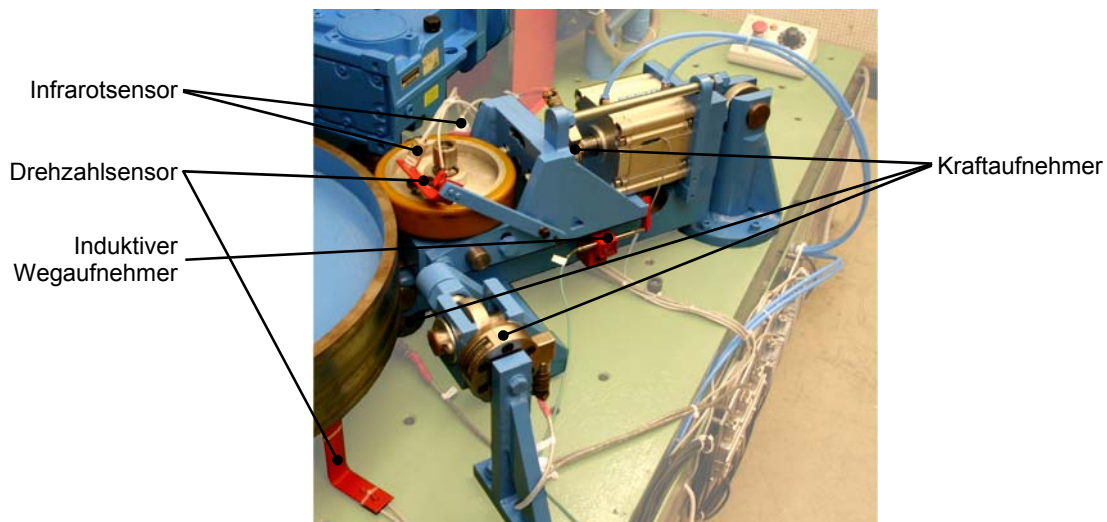
Zur Überwachung der Versuche werden permanent die Messdaten über die an den Prüfmodulen installierte Messtechnik erfasst (vgl. **Abbildung 4.7**). Die Temperaturen der Bandage sowie der Nabe und der Schwungscheibe werden durch berührungslose Temperatursensoren gemessen und aufgezeichnet. Dabei handelt es sich um Infrarotsensoren der Firma Raytek (Modell: MID). Diese Art von Sensoren werden auch als Pyrometer bezeichnet. Das Messprinzip beruht auf der Aufnahme der vom Körper ausgesendeten infraroten Strahlung (so genannte Eigenstrahlung), ausgelöst durch die innere mechanische Molekülbewegung. Der Emissionsgrad  $\varepsilon$  muss jeweils für das entsprechende Messobjekt eingestellt werden, um auf die Temperatur des Objekts rückschließen zu können.

Die Anpresskraft durch die Luftdruckzylinder, die tangentielle Kraft durch die Rollwiderstände und die axiale Kraft werden durch Kraftsensoren aufgenommen. Bei den verwendeten Kraftmessdosen handelt es sich um Präzisions-Kraftsensoren der Firma Burster Präzisionsmeßtechnik vom Typ 85041-10. Dieser Sensor eignet sich sowohl für statische als auch für dynamische Einsatzfälle. Er arbeitet mit einem speziellen Biegebalken, auf dem vier Dehnungsmessstreifen appliziert sind. Diese sind mittels einer *Wheatstoneschen* Messbrücke (Vollbrücke) miteinander verschaltet. Der Messbereich beträgt 0 bis 10 kN, woraus sich für den eingesetzten Sensortyp eine relative Linearitätsabweichung von weniger als  $\pm 0,2\%$  vom Endwert ergibt.

Die durch den Fehler im Rad verursachten Rundlaufabweichungen in radialer Richtung, die ggf. durch das Weiterschreiten der Delamination entstehen können, werden durch präzise Wegaufnehmer erfasst. Dazu werden die Schwingungen, die ggf. durch Exzentrizitäten der Fertigungstoleranzen entstehen, durch die Messsoftware eliminiert, indem der Aufzeichnung des Rundlaufes eine Sinusschwingung entsprechend der Rotationsfrequenz des Rades überlagert wird. Der eingesetzte Wegsensor der Firma Burster Präzisionsmeßtechnik vom Typ 8741 arbeitet nach dem Prinzip des induktiven Wegaufnehmers. Die analoge Speisespannung wird mit Hilfe eines Oszillators in eine frequente Spannung gewandelt, die an der Primärwicklung anliegt. Symmetrisch zu der Primärwicklung sind die Sekundärwicklungen positioniert. Durch die Verlagerung des zwischen den Spulen befindlichen stabförmigen Kerns variieren die Induktivitäten innerhalb des Sensors, und es liegt folglich eine veränderte Messspannung an. Diese frequente Sekundärspannung wird in einem Demodulator wieder in eine analoge, wegproportionale Gleichspannung gewandelt, die durch das Messsystem aufgenommen wird.

Die Erfassung der Drehzahl erfolgt mit Hilfe eines Reed-Relais. Dieses magnetisch schaltbare Relais wird für die Messung der Radfrequenz und der Schwungscheibenfrequenz eingesetzt. Ein am Rad bzw. an der Schwungscheibe befestigter Magnet schließt bei Vorbeifahrt am Sensor einen Stromkreis, so dass ein Impuls auf die Leitung zur Messkarte gegeben wird. Diese Impulse werden vom Messrechner über den Radius des Rades in eine Frequenz bzw. Umfangsgeschwindigkeit umgerechnet.

Um sicherzustellen, dass die Räder während der Versuche nicht vollständig zerstört werden und hierdurch der Versuchsstand beschädigt wird, werden die zulässigen Temperaturen und Schwingungen so begrenzt, dass der Versuch bei dem Überschreiten von kritischen Werten automatisch abgebrochen wird.



**Abbildung 4.7:** Aufbau und Sensorik des Prüfmoduls A (PMA) des Versuchsstandes

Zusammenfassend sind alle messtechnisch relevanten Daten noch einmal tabellarisch zusammengefasst.

**Tabelle 4.2:** Messtechnisch relevante Daten:

Sensoren:

	Messbereich	Ausgang	Genauigkeitsangaben
Pyromter MID 10 LT	-40...600 °C	0...5 V oder 0...20 mA	1 % / 1 K (größerer Wert gilt)
Kraftsensor	0...10 kN	0...10 V	0,2 % v.E.
Wegaufnehmer	0...10 mm	0...5 V	≤ 0,25 % v.E.

Messkarte:

Eingang	$\pm 10/ \pm 5 \text{ V}, \pm 2,5 \text{ V}, 1,25 \text{ V}, \pm 0,625 \text{ V}$ $0..10 \text{ V}, 0..5 \text{ V}, 0..2,5 \text{ V}, 0..1,25 \text{ V}$
Ausgang	0...5 oder 0...10 V
Auflösung	12 Bit
Taktfrequenz	Summenabtastrate: 110 kHz
Genauigkeit	max. 0,04 % FSR* $\pm 1$ LSB**1 bei Verstärkung 8

\*FSR: full scale range: Aussteuerbereich des A/D-Wandlers der Karte, \*\*LSB: least significant bit

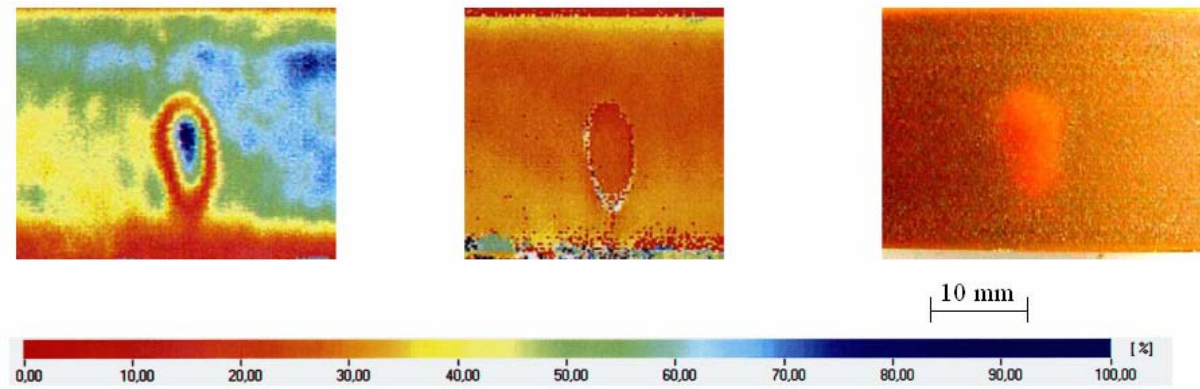
#### 4.1.5 Prüfen und Auswerten mittels Ultraschallprüftechnik

Im Rahmen der Untersuchung der Polyurethan-Metallverbindungen ist es notwendig, ein zerstörungsfreies Prüfverfahren zu verwenden, da die Räder vor und nach der Belastung untersucht werden sollen, um somit das Fehlstellenwachstum beobachten zu können. Eine Prüfung der Räder nach der Präparation und vor der Versuchsdurchführung ist erforderlich, um die Genauigkeit der künstlich eingebrachten Fehlstellen zu kontrollieren und weitere Fehlstellen auszuschließen.

Das im Kapitel 2.2.1.2 beschriebene Verfahren der Ultraschallprüftechnik und der Erstellung des C-Bildes ist für die Untersuchung der Teilfuge von Schwerlastträgern das brauchbarste Verfahren. Da ausschließlich die Fügezone zwischen Metall und dem Bandagenwerkstoff von Interesse ist, kann mit diesem Verfahren die Abtastschicht genau auf die Umfangsoberfläche der Radnabe gelegt werden. Trifft ein Schallimpuls auf einen abgelösten Bereich, wird sich das Reflektionsverhalten des Schalls von dem Verhalten an einer intakten, also haftenden, Fugestelle unterscheiden.

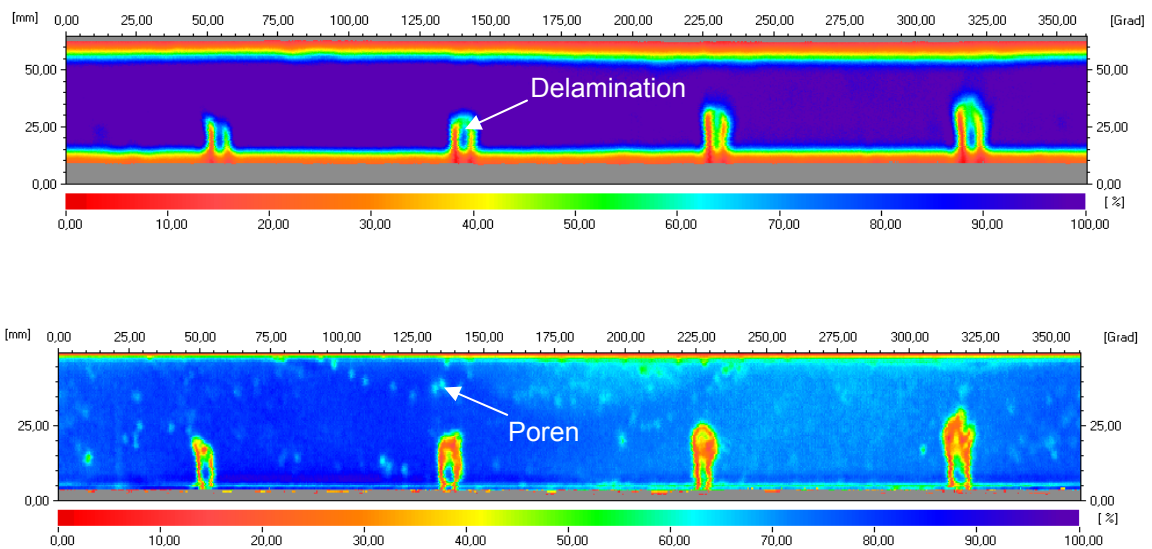
Durch eine freundliche Unterstützung des Lehrstuhls für Qualitätswesen (LQW) der Universität Dortmund können die Schwerlastträger jeweils vor und nach der Belastung einer Untersuchung mittels der Ultraschalltauchtechnik unterzogen werden, um so die künstlich eingebrachten Fehlstellen bzw. deren Zuwachs sichtbar zu machen.

Um zu überprüfen, inwieweit das Ultraschallverfahren für die Detektierung der Delaminationen tatsächlich geeignet ist, wird nach einer Ultraschalluntersuchung die Polyurethanschicht einer Probe auf ca. 1 mm abgetragen, um die Bindefehler auch optisch sichtbar zu machen (**Abbildung 4.8** rechts). Der Vergleich mit den Ergebnissen der Ultraschalluntersuchungen zeigt, dass die reale Fehlerform gut mit der Ultraschalltechnik abgebildet wird.



**Abbildung 4.8:** Ultraschallscan. C-Bild (links), B-Bild (Mitte) und optische Ablichtung (rechts)

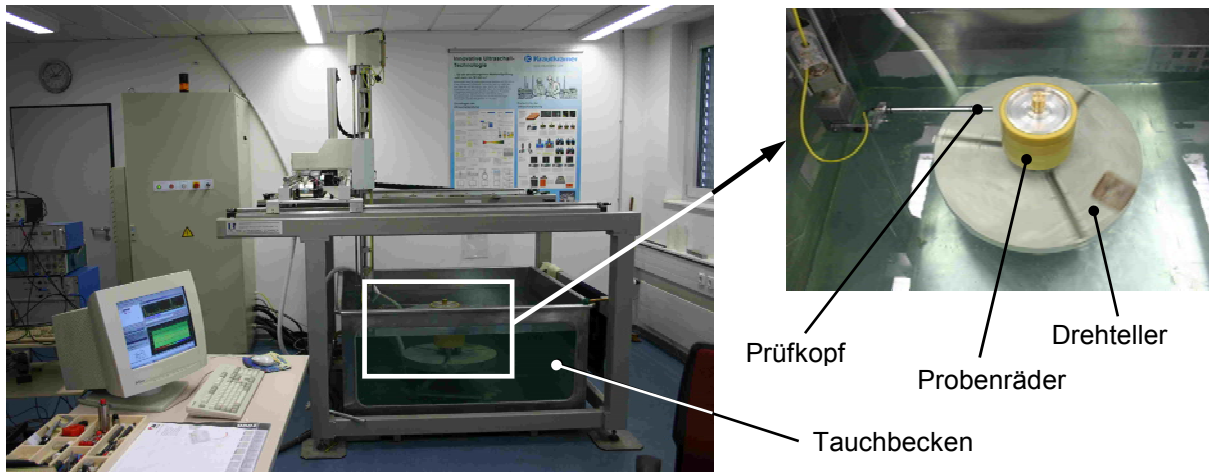
In weiteren Untersuchungen wird überprüft, inwiefern die Ultraschallparameter die Genauigkeit der Fehlerabbildung beeinflussen. Eine Frequenzvariation im Bereich von 1 bis 3 MHz zeigt z. B., dass durch eine Frequenzerhöhung (Verringerung der Wellenlänge) eine Verbesserung der Abbildungsschärfe erreicht wird (vgl. **Abbildung 4.9** unten). Dabei kommt es jedoch verstärkt zu Fehleranzeigen, die durch die im Polyurethan liegenden Poren verursacht werden.



**Abbildung 4.9:** Vergleich der C-Bilder mit unterschiedlichen Frequenzen, 1 MHz (oben) und 3 MHz (unten)

Die **Abbildung 4.10** zeigt die gesamte Ultraschall-Prüfanlage im Labor des Lehrstuhls für Qualitätswesen der Universität Dortmund. Die zu prüfenden Probenräder werden in einem Tauchbecken auf einem Drehteller in Position gebracht und in einem Wassertank liegend mäanderförmig abgescannt. Das Wasser dient hier als Koppelmedium. Der eigentliche Ultraschallprüfkopf befindet sich an einem computergesteuerten Manipulator. Da es sich bei der verwendeten Technik um ein berührungsfreies Prüfverfahren handelt, besitzt der Prüfkopf nie

direkten Kontakt zu dem zu prüfenden Objekt. Der Prüfkopf wird vor die Bandagenoberfläche gefahren. So wird schrittweise eine grafische Darstellung der Abwicklung der Fügestelle generiert. Auf diese beschriebene Art und Weise werden alle Schwerlasträder untersucht.



**Abbildung 4.10:** Prüfung der Radbandage durch Ultraschall auf einem Drehteller (Labor LQW)

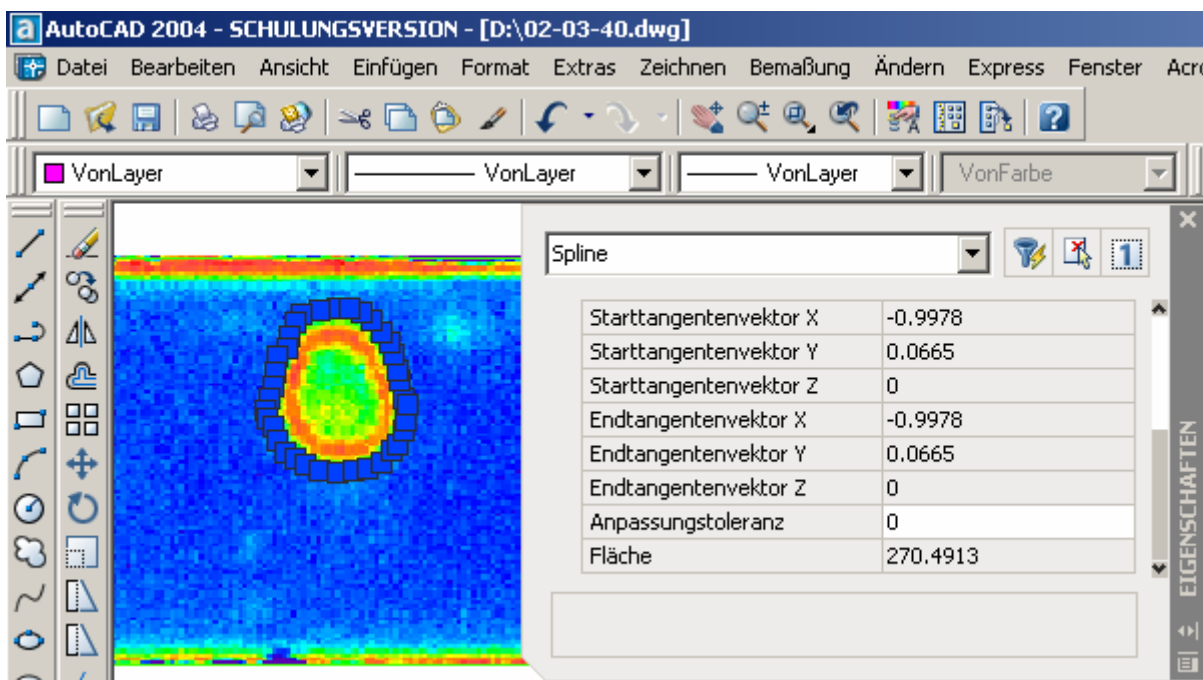
Die folgenden technis

chen Daten kennzeichnen die Prüfanlage:

- Scanbereich: 1100 x 900 x 600 mm<sup>3</sup>
- max. Scangeschwindigkeit: 200 mm/s
- Prüffrequenzen: 1 – 70 MHz
- Digitale Samplingrate: 200 MHz
- mechanische Auflösung: 10 µm
- 6-Achsen-System

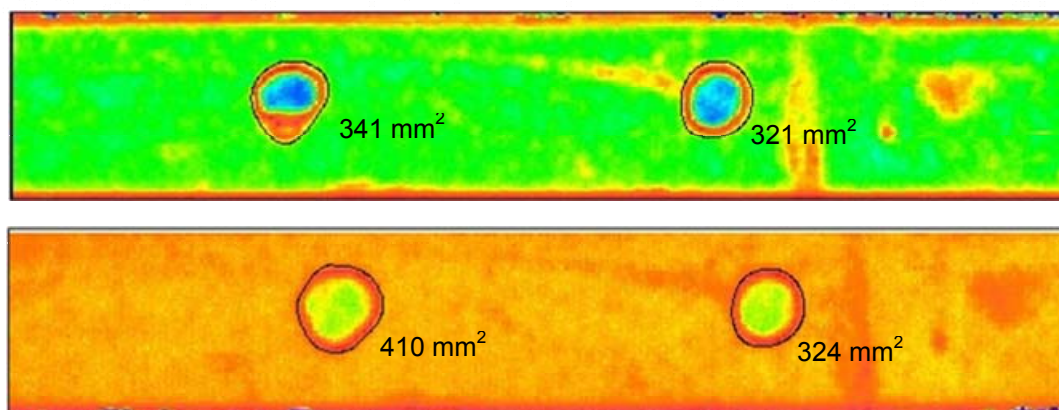
Für die weitergehende Untersuchung des Fehlstellenzuwachses stellt das Ultraschallmessprogramm die Messdaten als BMP-Grafikdatei bereit. Da die Auflösungen des Ultraschallprüfverfahrens in axialer Richtung sowie in Umfangsrichtung nicht gleich sind, müssen die Grafikdateien vor der Ausmessung der Fehlstellengröße erst noch skaliert werden. Dazu werden die Grafiken einzeln in das CAD-Programm AutoCAD eingefügt und so skaliert, dass die bekannte Breite des Rades ( $B = 50 \text{ mm}$ ) für die Höhe der Grafik und die Länge der Abwicklung  $[(D - 2H) \cdot \pi = 534,07 \text{ mm}]$  als Breite der Grafik eingestellt sind. Somit ist sichergestellt, dass die Fehlstellen für alle Räder die gleiche Skalierung besitzen und vergleichbar

sind. Im Anschluss daran erfolgt das eigentliche Ausmessen der Größe einer Fehlstelle. Mittels des AutoCAD-Werkzeugs Spline wird die Kontur einer Fehlstelle umrandet (Beispiel siehe **Abbildung 4.11**). Das CAD - Programm bietet die Möglichkeit, bei einer geschlossenen Spline-Kurve den Flächeninhalt zu berechnen. Somit kann sehr genau die Fläche einer Fehlstelle bestimmt werden.



**Abbildung 4.11:** Auswertung einer Fehlstellengröße mittels AutoCAD

Um einen möglichen Fehlereinfluss durch das manuelle Ausmessen zu minimieren, werden die Linienzüge untereinander ständig verglichen. Durch den Vergleich der Fehlstellengröße vor und nach den Belastungen kann der Zuwachs nach der Belastung errechnet werden (**Abbildung 4.12**).



**Abbildung 4.12:** Fehlstellengröße vor (oben) und nach der Belastung (unten)

## 4.2 Ermittlung signifikanter Einflussfaktoren durch Screening-Versuche

Ziel der Screening-Versuche ist es, den möglichen Einfluss vieler Faktoren auf die Zielgröße herauszufinden. Dies bedeutet im statistischen Sinne, die Wahrscheinlichkeit so zu errechnen, dass der beobachtete Effekt kein Zufall ist, sondern direkt durch Einflussfaktoren bzw. durch Faktorwechselwirkungen verursacht wird. Im konkreten Fall ist es die Ermittlung der Einflussgrößen, die eine signifikante Auswirkung auf den Fortschritt der Delamination des Elastomerbelages vom Grundkörper haben.

Da der verwendete Versuchsplan relativ grobmaschig gestaltet ist, kann im übertragenen Sinne auch von einem Aussieben signifikanter Einflussfaktoren gesprochen werden, weswegen diese Methode der Versuchsplanung auch den Namen „Screening“ (= Aussieben) hat. Auch die evtl. vorhandenen Wechselwirkungen können erkannt werden. Es steht hier die Ermittlung von Effekten im Vordergrund. Es findet also noch keine Modellbildung im Sinne der Regressionsanalyse, d. h. hier keine Bestimmung einer Funktion die den Ablöseprozess beschreibt, statt.

Bei der Festlegung der Faktoren werden gleichzeitig deren Stufen ausgewählt. Da in einer größeren Untersuchung meist zuerst eine Relevanz, die sog. Signifikanz, von Faktoren bestimmt wird und die Anzahl der Faktoren sehr groß ist, werden erst zwei Stufen (Bezeichnung mit „+“ und „-“) für jeden Faktor vorgesehen. Möglich ist dann nur die Ermittlung einer linearen Abhängigkeit, die später bei Erkennen einer Signifikanz durch weitere Versuchsreihen näher untersucht werden kann. Bei der Auswahl der Stufen ist zu beachten, dass auch hier eine sinnvolle Einteilung erfolgen muss. Kriterien hierfür sind beispielsweise der übliche Bereich der Faktoren für die Anordnung oder physikalische Grenzen (z. B. für einen Werkstoff). Der Abstand sollte nicht zu klein hinsichtlich der Faktorenstufung sein, da sonst der Effekt durch die Zufallsstreuung verdeckt wird. Der Abstand kann ggf. bei der Existenz eines lokalen Maximums auch zu groß sein, da so keine Auswirkung zu beobachten sein wird (vgl. **Abbildung 4.13**).

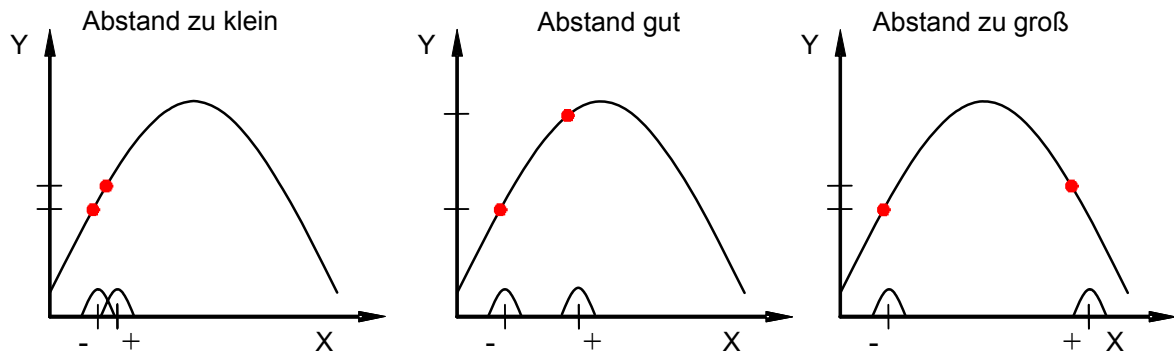


Abbildung 4.13: Verschiedene Abstufungen von Faktoren /kle03/

Bei einem klassischen vollfaktoriellen Versuchsplan steigt die Anzahl der Faktorstufenkombinationen  $m$ , wie bereits in Kapitel 4.1.1 erwähnt, mit der Anzahl der Einflussfaktoren  $k$  sehr stark an. Jede Stufe jedes Faktors wird mit jeder Stufe eines anderen Faktors kombiniert. Die Anzahl der Faktorstufenkombinationen mit jeweils zwei Stufen pro Faktor kann wie folgt berechnet werden:

$$m = 2^k \quad (4.1)$$

Aus den  $m$  Faktorstufenkombinationen lassen sich  $m-1$  Effekte berechnen. Ein Effekt kann der direkte Einfluss eines Faktors auf die beobachtete Zielgröße sein oder auch der Einfluss einer Wechselwirkung von zwei oder mehreren Faktoren. In diesem Zusammenhang wird von Faktorwechselwirkungen (Abk. FWW) gesprochen.

### 4.2.1 Festlegung der Faktorstufen

Bei der Planung der Screening-Versuche ist es wichtig, die richtige Wahl an möglichen Einflussfaktoren zu treffen. Mit steigender Faktorzahl steigt auch die Anzahl der durchzuführenden Versuche, was bei Auswahl zu vieler Faktoren zu Unübersichtlichkeit führt. Auf der anderen Seite können zu wenige Einflussfaktoren kein befriedigendes Ergebnis liefern, da eventuell wichtige Faktoren gar nicht berücksichtigt werden.

Im Vorfeld muss entschieden werden, welche Faktoren überhaupt einstellbar sind und inwiefern dieses Verfahren reproduzierbar und exakt ist. In diesem Zusammenhang wird auch von Störgrößen gesprochen, die in Kapitel 4.1.1 erläutert wurden.



Der vorhandene Versuchsstand lässt aufgrund seiner Freiheitsgrade folgende Stellgrößen zu, die auch zur Untersuchung möglicher Einflussfaktoren für den Screening-Versuche verwendet werden:

- Versuchsdauer  $t$  in [h]
- Normalkraft  $F_N$  in [N]
- Drehzahl  $n$  in [1/min]
- Spur  $S$  in [°]
- Lage der Fehlstelle auf dem Rad  $L$

Zunächst sollte die Größe der Fehlstelle vor der Belastung als weiterer Einflussfaktor berücksichtigt werden. Jedoch hat sich im Verlauf der Versuchsvorbereitung und -auswertung des Screenings bei der Untersuchung der Schwerlasträder mit Ultraschall herausgestellt, dass die Fehlstelle in ihrer Größe nicht zuverlässig reproduzierbar ist. Das Verfahren bei der Einbringung der Fehlstellen in die Prüfräder durch Sprühen mittels einer Schablone (vgl. Kapitel 4.1.3) ist nicht präzise genug, um eine signifikante Differenzierung der Fehlergrößen erzielen zu können. Bei der Verwendung von statistischen Untersuchungsmethoden ist es jedoch notwendig, dass die möglichen Einflussfaktoren zuverlässig einstellbar sind. Somit entfällt für das Screening der Faktor Anfangsgröße der Fehlstelle  $A_{FS}$ .

Die Faktorstufen werden nach technischen Gesichtspunkten festgelegt. Für diese Zwecke sind diverse Vorversuche durchgeführt worden, um die Grenzen der Faktoren und die Faktorstufen auszuloten. Die Belastung ist so gewählt, dass zum Einen in möglichst allen Punkten des Versuchsplans ein zum Auswerten deutlicher Zuwachs des Fehlers erkennbar ist. Auf der anderen Seite darf eine zu hohe Belastung nicht dazu führen, dass durch den Zuwachs der Vorschädigung das Rad vorzeitig ausfällt.

Die zulässige Belastung durch die Normalkraft  $F_N$  kann überschlägig nach /bay98/ mit der Formel für die Radbelastbarkeit bei einer Geschwindigkeit von 7 km/h berechnet werden:

$$F_{N\max} = 800 \text{ N} \cdot \frac{B}{10\text{mm}} \cdot \frac{D}{100\text{mm}} \quad (4.2)$$

Bei einer Radbreite von  $B = 50$  mm und einem Durchmesser von  $D = 200$  mm ergibt sich eine zulässige Kraft  $F_{N\max} = 8000$  N. Die praktischen Erfahrungen zeigen allerdings, dass bei einer Dauerbelastung die Räder mit dieser Normalkraft überbeansprucht werden und versagen. Somit ist als maximale Kraft 5000 N gewählt worden.

Für die Versuchzeit werden 2 und 10 Stunden gewählt, da bei diesen Zeiten zum Einen ein deutlicher Zuwachs des Fehlers zu beobachten ist, zum Anderen aber auch keine vollständige Zerstörung des Rades stattfindet.

Für die Geschwindigkeit ist eine maximale Drehzahl des Rades von 300 U/min gewählt worden. Dies entspricht bei einem Raddurchmesser von  $D = 200$  mm einer Umfangsgeschwindigkeit von 3,1 m/s. Damit wird die in den Normschriften /den99a/ und /den99c/ für Schwerlasträder vorgeschriebene Geschwindigkeit (vgl. Kapitel 2.1.1) etwa abgedeckt

**Tabelle 4.3:** Faktorstufen der Screening-Versuche

Faktor	-	+
Versuchsdauer $t$ [h]	2	10
Normalkraft $F_N$ [N]	3.000	5.000
Drehzahl $n$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	200	300
Spur $S$ [°]	0°	3°
Lage $L$ [-]	Mitte	Außen

#### 4.2.2 Versuchsdurchführung

In festgelegten Intervallen werden die Prüfräder mit den Modellfehlern auf dem Versuchstand belastet. Die Belastungshöhe ist so gewählt, dass das Elastomer nicht seine thermische Beanspruchungsgrenze erreicht.

Die Screening-Versuche werden entsprechend dem Versuchsplan nach **Tabelle 4.4** durchgeführt. Dabei werden die Schwerlasträder mit MDI als Bandagenwerkstoff verwendet. Im Anschluss daran werden die Räder mittels des Ultraschallprüfverfahrens untersucht. Die daraus resultierenden grafischen Darstellungen der Fügezone von Bandage und Radnabe werden wie zuvor beschrieben ausgewertet (vgl. Kapitel 4.1.5).

**Tabelle 4.4:** *Versuchsplan der Screening-Versuche*

Nr.	$t$ [h]	$F$ [N]	$n$ [min <sup>-1</sup> ]	Spur [°]	Lage
1	2	3000	300	3	Mitte
2	2	5000	300	0	Mitte
3	2	5000	200	3	Mitte
4	2	3000	200	0	Mitte
5	2	3000	300	0	Außen
6	2	5000	300	3	Außen
7	2	3000	200	3	Außen
8	2	5000	200	0	Außen
9	2	3000	300	0	Mitte
10	2	5000	200	3	Mitte
11	2	3000	200	3	Mitte
12	2	5000	200	0	Mitte
13	2	5000	300	0	Außen
14	2	3000	300	3	Außen
15	2	5000	200	3	Außen
16	2	3000	200	0	Außen
17	10	3000	300	3	Mitte
18	10	5000	300	0	Mitte
19	10	5000	200	3	Mitte
20	10	3000	200	0	Mitte
21	10	3000	300	0	Außen
22	10	5000	300	3	Außen
23	10	3000	200	3	Außen
24	10	5000	200	0	Außen
25	10	3000	300	0	Mitte
26	10	5000	300	3	Mitte
27	10	3000	200	3	Mitte
28	10	5000	200	0	Mitte
29	10	5000	300	0	Außen
30	10	3000	300	3	Außen
31	10	5000	200	3	Außen
32	10	3000	200	0	Außen

Die Ergebnisse jedes einzelnen Versuches werden in einem Protokoll fixiert, und die ermittelten Werte werden in eine Tabellenkalkulation übertragen, um für weitere Berechnungen verwendet werden zu können. Diese Tabelle dient als Übersicht aller Ergebnisse der Screening-Versuche. Sie enthält zusätzlich Angaben über die einzelnen Versuchparameter und dient somit als Quelle für alle weitergehenden Auswertungen.

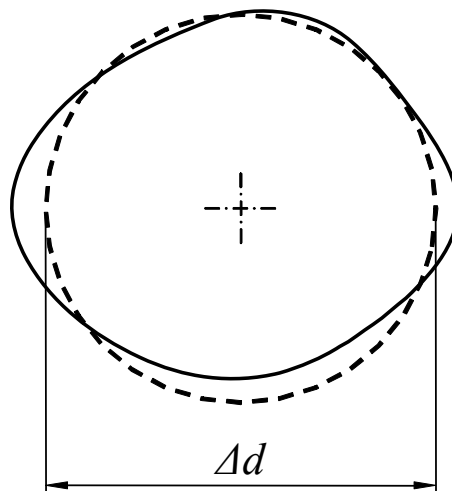
### 4.2.3 Auswertung der Screening-Versuche

Die Zielgröße der Untersuchungen ist der Zuwachs der Fehlstelle in [mm<sup>2</sup>]. Grundsätzlich ist es möglich die Zielgröße auf unterschiedliche Arten darzustellen, obwohl prinzipiell die oben genannte primäre Zielgröße bei den verschiedenen Formen dieselbe ist. Es sind folgende Größen denkbar:

- Der absolute Flächenzuwachs  $Y = \Delta A$
- Der Flächenzuwachs bezogen auf die Versuchsdauer  $Y_{1t} = \frac{\Delta A}{t}$
- Der Flächenzuwachs bezogen auf die Anzahl der Überrollungen  $Y_{1\ddot{u}} = \frac{\Delta A}{\ddot{u}}$
- Der Ersatzdurchmesserzuwachs bezogen auf die Versuchsdauer  $Y_{2t} = \frac{\Delta d}{t}$
- Der Ersatzdurchmesserzuwachs bezogen auf Überrollungen  $Y_{2\ddot{u}} = \frac{\Delta d}{\ddot{u}}$

$$\text{mit } d = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

Bei den letzten beiden Zielgrößen mit dem Index 2 wird der Flächeninhalt einer Fehlstelle einem Kreis mit gleichem Durchmesser zugeordnet, der den so genannten Ersatzdurchmesser  $\Delta d$  besitzt (**Abbildung 4.14**). Diese mögliche Zielgröße ergibt sich dadurch, dass z. B. bei konstantem Fortschreiten der so genannten Ablösefront der Flächeninhalt der Fehlstelle quadratisch anwächst. Für diese Betrachtungsweise werden analog zu den Zielgrößen für den Flächenzuwachs jeweils zwei Zielgrößen, einmal bezogen auf die Versuchsdauer und einmal bezogen auf die Anzahl der Überrollungen, definiert.



**Abbildung 4.14:** Ersatzdurchmesser  $\Delta d$ , dessen Fläche dem Flächeninhalt der Fehlstelle entspricht

Des Weiteren werden die Daten für die statistische Auswertung mittels einer Statistiksoftware aufbereitet. Jedes Prüfrad ist mit vier Fehlstellen versehen, die zusammen mit der Radnummer und den eingestellten Parametern einen Datensatz ergeben. Für die Auswertung wird jedoch jede Fehlstelle, in statistischer Hinsicht, als einzelner Versuch behandelt.

Im Rahmen der statistischen Versuchsauswertung werden für die zuvor gewählten möglichen Einflussfaktoren die Signifikanzen der Effekte mittels der eingesetzten Software berechnet.

Aus der mit „Prob>|t|“ überschriebenen Spalte (**Tabelle 4.5**) wird die Signifikanz abgeleitet. Ein kleiner Prob>|t|-Wert stellt eine große Signifikanz dar. Dabei handelt es sich um das Signifikanzniveau des jeweiligen Effektes mit  $0 < \text{Prob}>|t| < 1$ . Die signifikanten Effekte sind grau hinterlegt. Der Schwellwert für eine Signifikanz ist grundsätzlich nicht festgelegt, sondern kann selbst bestimmt werden. Der Schwellwert als Grundeinstellung in der Statistiksoftware ist allerdings als zu tolerant einzustufen, da auch Faktoren mit einem Wert von  $\text{Prob}>|t| = 0,1096$  (entspricht einer ca. 90%-Wahrscheinlichkeit, dass der Faktor einen signifikanten, d. h. nicht zufälligen Einfluss hat) als signifikant markiert werden. Dies führt dazu, dass viele Effekte markiert werden. Um eine weniger tolerante Bewertung der Signifikanzen durchführen zu können, empfiehlt es sich, andere Stufen für die Signifikanz zu verwenden. In der Literatur /kle03/ wird empfohlen, die Wahrscheinlichkeiten den folgenden Signifikanzstufen zuzuordnen und durch entsprechende Symbole zu kennzeichnen:

- Wahrscheinlichkeiten mit Werten kleiner als 95%: Nicht signifikant (-)
- Wahrscheinlichkeiten mit Werten kleiner als 99%: Signifikanzstufe 1 (+)
- Wahrscheinlichkeiten mit Werten kleiner als 99,9%: Signifikanzstufe 2 (++)
- Wahrscheinlichkeiten mit Werten größer als 99,9%: Signifikanzstufe 3 (+++) hoch signifikant

Daraus ergeben sich die in **Tabelle 4.5** rechts dargestellten Signifikanzstufen.

**Tabelle 4.5:** Screeningauswertung, Signifikanzen (Bsp.: Zielgröße: Flächenzuwachs pro Zeit, nur 2FWW)

	Term	Prob> t	%	Signifikanzstufen
y-Achsabschnitt	<i>Intercept</i>	0,000004	99,9996	+++
Zeit	<i>t</i>	0,000650	99,9350	+++
Kraft	<i>F</i>	0,015951	98,4049	+
Drehzahl	<i>n</i>	0,051437	94,8563	-
Spur	<i>S</i>	0,167229	83,2771	-
Lage	<i>L</i>	0,979031	2,0969	-
FWW Zeit mit Kraft	<i>t·F</i>	0,064308	93,5692	-
FWW Zeit mit Drehzahl	<i>t·n</i>	0,109629	89,0371	-
FWW Zeit mit Drehzahl	<i>t·S</i>	0,340218	65,9782	-
FWW Zeit mit Lage	<i>t·L</i>	0,640098	35,9902	-
FWW Kraft mit Drehzahl	<i>F·n</i>	0,021673	97,8327	+
FWW Kraft mit Spur	<i>F·S</i>	0,004764	99,5236	++
FWW Kraft mit Lage	<i>F·L</i>	0,543667	45,6333	-
FWW Drehzahl mit Spur	<i>n·S</i>	0,003153	99,6847	++
FWW Drehzahl mit Lage	<i>n·L</i>	0,336032	66,3968	-
FWW Spur mit Lage	<i>S·L</i>	0,094745	90,5255	-

Insgesamt werden entsprechend der oben beschriebenen Zielgrößen ( $Y_{1t}$ ,  $Y_{1n}$ ,  $Y_{2t}$ ,  $Y_{2n}$ ) vier Eingabedateien für die Screeningauswertung erstellt. Daraus folgen vier verschiedene Screening-Ergebnisse, die in einem weiteren Schritt miteinander verglichen werden müssen. Im Falle der bereits durchgeführten Screeningauswertungen hat sich herausgestellt, dass der Faktor „Lage“ keine Signifikanz aufweist, (vgl. **Tabelle 4.5**).

Aus diesem Grund wird der Faktor „Lage“ im Weiteren nicht mehr betrachtet. Daraus ergibt sich, dass die folgenden Dreifachfaktorwechselwirkungen (3FWW) zusätzlich auf Signifikanz überprüft werden können:  $t·F·n$ ,  $t·F·S$ ,  $t·n·S$ ,  $F·n·S$ .

Daraus folgen dann wiederum vier weitere Screening-Ergebnisse, die ebenfalls dem anschließenden gegenseitigen Vergleich unterzogen werden. Die Untersuchungen unter Berücksichtigung der 3FWW dienen dazu, die bereits gesammelten Ergebnisse noch zu ergänzen.

In **Tabelle 4.6** sind die Signifikanzstufen aller Screening-Versuche gegenübergestellt. Als Anhaltspunkt für eine Bewertung werden die „+“-Zeichen für den jeweiligen Effekt aller Untersuchungen addiert. Bei den Untersuchungen der Faktorwechselwirkungen werden die Summen den jeweils enthaltenen Faktoren zuaddiert. Je höher die Summe für jeden Einzelfaktor ist, desto wahrscheinlicher ist es, dass er bei der weitergehenden Untersuchung mit einbezogen werden muss.

**Tabelle 4.6:** Vergleich der Signifikanzen der Einflussfaktoren (FWW = Faktorwechselwirkung)

Effekte	Flächenzuwachs pro Zeit nur 2FWW	Flächenzuwachs pro Überrollung nur 2FWW	Ersatzdurchmesserzuwachs pro Zeit nur 2FWW	Ersatzdurchmesserzuwachs pro Überrollung - nur 2FWW	Flächenzuwachs pro Zeit auch 3FWW (Lage weggelassen)	Flächenzuwachs pro Überrollung auch 3FWW (Lage weggelassen)	Ersatzdurchmesserzuwachs pro Zeit auch 3FWW (Lage weggelassen)	Ersatzdurchmesserzuwachs pro Überrollung auch 3FWW (Lage weggelassen)	Summe Einzelfaktoren	plus Faktorwechselwirkungen							Summe Gesamt		
Intercept	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	++	23										23
t	+++	+++	+++	+	+++	+++	+++	+	20	4					3	3	6		36
F	+	-	++	-	++	-	+++	-	8	4	5	13			3	3		7	43
n	-	-	-	-	+	+	-	-	2		5		14		3		6	7	37
S	-	-	-	-	-	-	-	-	0			13	14	1		3	6	7	44
L	-	-	-	-					0					1					1
t·F	-	-	+	-	+	-	++	-	4	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
t·n	-	-	-	-	-	-	-	-	0										
t·S	-	-	-	-	-	-	-	-	0										
t·L	-	-	-	-					0										
F·n	+	+	-	-	+	++	-	-	5	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
F·S	++	++	++	-	++	+++	++	-	13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
F·L	-	-	-	-					0										
n·S	++	++	+++	-	++	++	+++	-	14	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
n·L	-	-	-	-					0										
S·L	-	-	+	-					1	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
t·F·n					+	+	+	-	3	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
t·F·S					+	+	+	-	3	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
t·n·S					++	++	++	-	6	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
F·n·S					++	++	+++	-	7	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	

Abschließend werden die folgenden Einflussgrößen für die weitere Untersuchung vorgestellt. Die Einflussfaktoren gliedern sich in Einzelfaktoren und in Faktorwechselwirkungen. Bei den Faktorwechselwirkungen werden hier nur die Zweifaktorwechselwirkungen berücksichtigt. Im Nachfolgenden werden nun alle signifikanten Einflussfaktoren kurz erläutert:

**Faktor Kraft  $F$ :**

Diesem Faktor wird laut Screeningauswertung eine hohe Wahrscheinlichkeit, dass die Auswirkung kein Zufall ist, zugeteilt. Auch in Wechselwirkungen ist die Kraft mehrmals als signifikant eingestuft. Dementsprechend wird der Faktor Kraft als Einflussfaktor für weitere Versuche berücksichtigt.

**Faktor Zeit  $t$ :**

Laut den Screening-Versuche ist dieser Faktor als signifikant anzusehen. Es ist anzumerken, dass dies nicht dadurch begründet ist, dass der Faktor bereits in der Zielgröße eine Rolle spielt (z. B.  $Y_{1n} - dA/t$ ), in der er durch den Zeitbezug linear eingeht. Vielmehr heißt die Signifikanz, dass bei einer längeren Belastung, laut Screening, der zeitbezogene Zuwachs kleiner wird.

**Faktor Drehzahl  $n$ :**

Der Faktor Drehzahl ist gemäß den Screening-Versuche nicht auf den ersten Blick als signifikanter Einflussfaktor anzusehen. Bei der Untersuchung unter Berücksichtigung der Zweifachfaktorwechselwirkungen ergibt sich für diesen Faktor eine Wahrscheinlichkeit, dass die Auswirkung kein Zufall ist, unter 95% (vgl. **Tabelle 4.5**). Dem entgegen steht die Untersuchung unter Berücksichtigung der Dreifachfaktorwechselwirkungen. In diesem Fall ändert sich für den Faktor Drehzahl die Wahrscheinlichkeit auf einen Wert von 96,4%. Aufgrund dieser Tatsache wird der Faktor in die weiterführenden Untersuchungen mit einbezogen.

**Faktor Spur  $S$ :**

Dieser Faktor ist vor allem aufgrund der mehrfachen Wechselwirkungen ein Faktor, der Auswirkungen auf den Zuwachs der Schädigung hat, da durch die zusätzliche axiale Kraft auf die Radbandage zusätzliche Spannungen in der Teilfuge erzeugt werden.

## 4.3 Hauptversuchsreihe

### 4.3.1 Auswahl eines geeigneten Versuchsplans

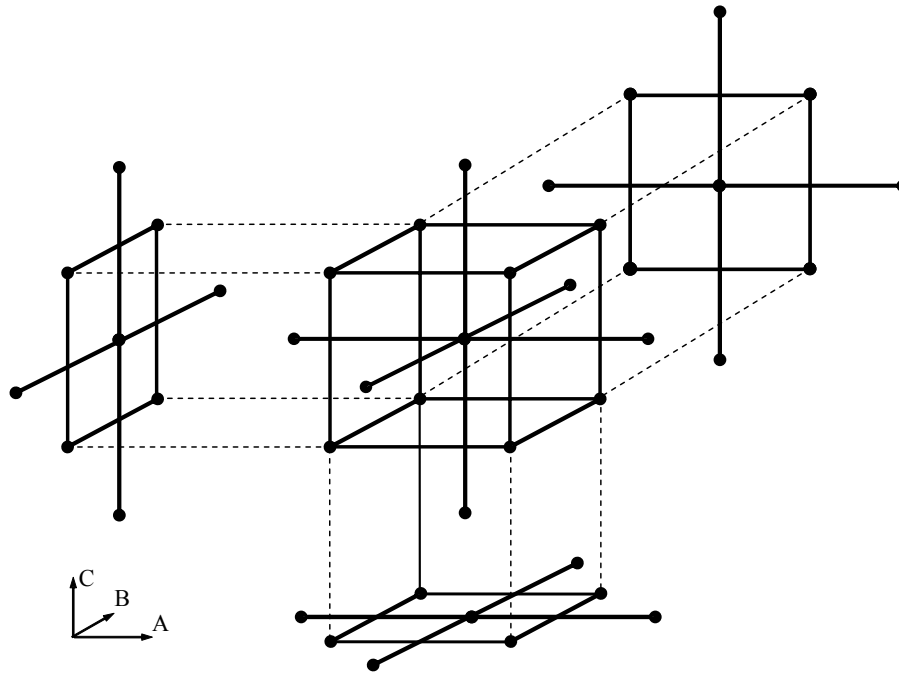
Nach den vorangegangenen Screening-Versuchen werden nun die als signifikant ermittelten Faktoren genauer untersucht. Letztendlich soll ein quantitativ verwertbares Modell generiert werden, das die Einflussfaktoren als Terme beinhaltet. In diesem Schritt werden auch quadratische Zusammenhänge mitberücksichtigt. Unter diesen Annahmen reichen Versuchspläne mit



zwei Stufen pro Faktor nicht mehr aus. In der Literatur /kle03/ werden verschiedene Versuchspläne vorgestellt, die den genannten Annahmen entsprechen.

Um ein möglichst korrektes Versuchsergebnis zu erhalten, wird in der Literatur empfohlen, die Versuchspläne mit der speziell dafür vorgesehenen Routine auszuwerten /kle03/. Die eingesetzte Software JMP enthält neben der Routine für die Erstellung eines zentral zusammengesetzten Versuchsplans ebenfalls die Routine für dessen Auswertung.

Für diese Arbeit wird der zentral zusammengesetzte Versuchsplan gewählt (kurz CCD von „Central Composite Design“). Dieser besteht aus einem vollfaktoriellen Versuchsplan, den man graphisch für drei Faktoren als Würfel darstellen kann, mit zwei Stufen pro Einflussfaktor, einem „Stern“ und einem „Zentrumspunkt“. **Abbildung 4.15** zeigt die grafische Darstellung eines zentral zusammengesetzten Versuchsplans mit drei Faktoren ( $k = 3$ ).



**Abbildung 4.15:** CCD-Plan für drei Faktoren /kle03/

Aus der Kombination der genannten drei Elemente ergeben sich fünf Faktorstufen pro Einflussfaktor. Nach der Festlegung der Faktorstufen werden in einem Versuchsplan den jeweiligen Faktorstufen folgende Symbole zugeordnet, die gleichzeitig den normierten Stufenwerten der jeweiligen Faktoren entsprechen:

- $A/a$ , Sternpunkte, größter Wert / geringster Wert
- $+/-$ , Eckpunkte des Würfels, größter Wert / geringster Wert
- $0$ , Zentrumspunkt

### 4.3.2 Parameterauswahl, Faktorstufenauswahl und Zielgröße

Laut den Ergebnissen der Screeningauswertung aus Kapitel 4.2.3 sind die Faktoren Versuchsdauer  $t$ , Drehzahl  $n$ , Anpresskraft (Normalkraft)  $F_N$  und Spur  $S$  des Rades für die Hauptversuche zunächst weiter zu untersuchen. Dafür werden die Parameter und die Zielgröße erst einmal weiter beurteilt.

Zunächst gibt es eine Änderung der sekundären Zielgröße gegenüber dem Screening. Von nun an wird der Fehlstellenzuwachs nicht mehr auf die Versuchsdauer bezogen, sondern auf die Fehlstellengröße vor der Belastung. Dadurch wird ein relativer Flächenzuwachs berechnet, der in Prozent angegeben wird:

$$\text{Ausbreitung} = \frac{(A_0 - A_B)}{A_0} \cdot 100\% \quad (4.3)$$

$A_0$  kennzeichnet die Ausgangsfläche und  $A_B$  die Fläche nach der Belastung.

Da die Versuchsdauer nun als Einflussfaktor berücksichtigt wird und folglich als einstellbare Größe in der Gleichung auftaucht, kann das ermittelte Regressionsmodell dazu verwendet werden, den prozentualen Flächenzuwachs nach einer gewissen Belastungsdauer vorausszusagen. Um eine Zuwachsrate zu ermitteln, wird die berechnete Zielgröße durch die Versuchsdauer geteilt.

#### Fehlstellengröße und Lage:

Bei den Screening-Versuchen kann die Fehlstellengröße als mögliche Einflussgröße nicht untersucht werden. Die Fehlstellen werden durch Aufsprühen eines Trennmittels erzeugt. Dadurch lässt sich die Fehlstellengröße nicht zuverlässig einstellen. Bei der nachfolgenden Versuchsreihe werden die Fehlstellen durch Auftragen des Trennmittels mittels eines Stempels erzeugt, was als zuverlässiger erachtet wird. Allerdings stellt sich auch hier heraus, dass es trotz einer Verbesserung der Qualität der Fehlstellen nicht möglich ist, diese nach der gewünschten exakten Geometrie und Größe einzubringen, um diese als definierte steuerbare Einflussgröße einzusetzen. Bei der Erstellung eines neuen Versuchsplans kann die Startgröße

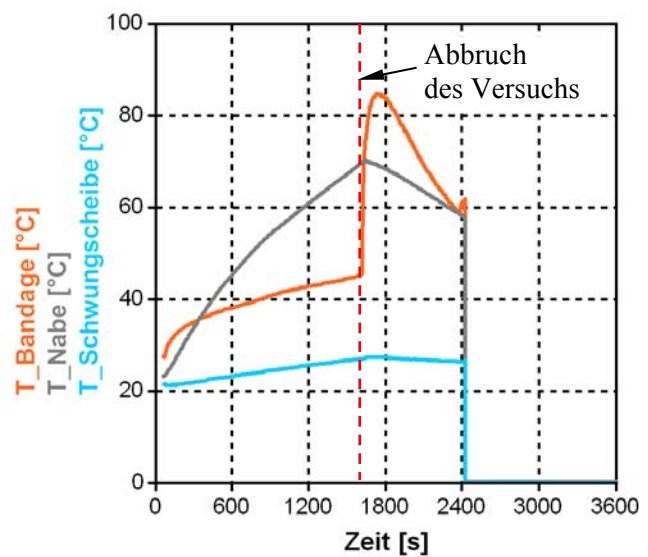
so auch nicht als Faktor betrachtet werden, da die Größe der Fehlstellen nicht mehr die geforderte Staffelung des Versuchsplans aufweist. Die Auswertung mittels statistischer Verfahren würde dann falsche Ergebnisse liefern /kle03/.

### **Bandagenwerkstoff und Belastungen:**

Bei dem Einsatz der Schwerlasträder in den Vorversuchen mit dem Bandagenwerkstoff MDI-Polyurethan wird die mechanische Belastungsgrenze des Werkstoffs häufig überschritten, so dass dieser während der Versuche durch eine Überbeanspruchung zerstört wird. Der eigentliche Effekt, der Ablösung des Elastomerbelages kann dann nicht mehr untersucht werden. Aus diesem Grund wird für die Durchführung der Hauptversuche der Bandagenwerkstoff geändert. Statt des preislich günstigeren MDI wird jetzt der hochwertigere Werkstoff NDI (Vulkollan<sup>®</sup>) (vgl. Kap. 2.1.1.1) eingesetzt. Da dieser Werkstoff insbesondere in hoch belasteten Bereichen eingesetzt wird, sind die weiteren Untersuchungen mit NDI als Bandagenwerkstoff so als sinnvoll zu betrachten. Die Screening-Versuche sind dennoch weiterhin als passende Voruntersuchungen anzusehen, da davon ausgegangen werden kann, dass die inneren Mechanismen des Werkstoffs, wie z. B. Spannungszustände, Temperaturverhalten usw., ähnlich und dementsprechend übertragbar sind. Somit hätte ein Screening mit NDI als Werkstoff für den Radbelag dieselben Faktoren als signifikant ergeben. Da der neue Werkstoff für höhere dynamische Belastungen im Vergleich zum MDI-PUR geeignet ist, muss der Versuchsplan entsprechend angepasst werden. Dabei soll zum Einen möglichst das gesamte Belastungsspektrum untersucht werden, da nach den Regeln der statistischen Gesetzmäßigkeiten die Gültigkeit eines Modells nur in dem untersuchten Spektrum herrscht, d. h. dass dann beispielsweise keine Extrapolation der Parameter zulässig ist. Zum Anderen müssen die Räder den maximalen dynamischen Belastungen während der Versuchsdurchführung standhalten, da sonst - bei einem Ausfall eines Rades - die Auswertung bei fehlenden Messpunkten verfälscht würde und ggf. der gesamte Plan nicht mehr auswertbar wäre. Aus diesem Grund werden für die Ermittlung der Belastungsgrenzen zusätzlich Vorversuche durchgeführt.

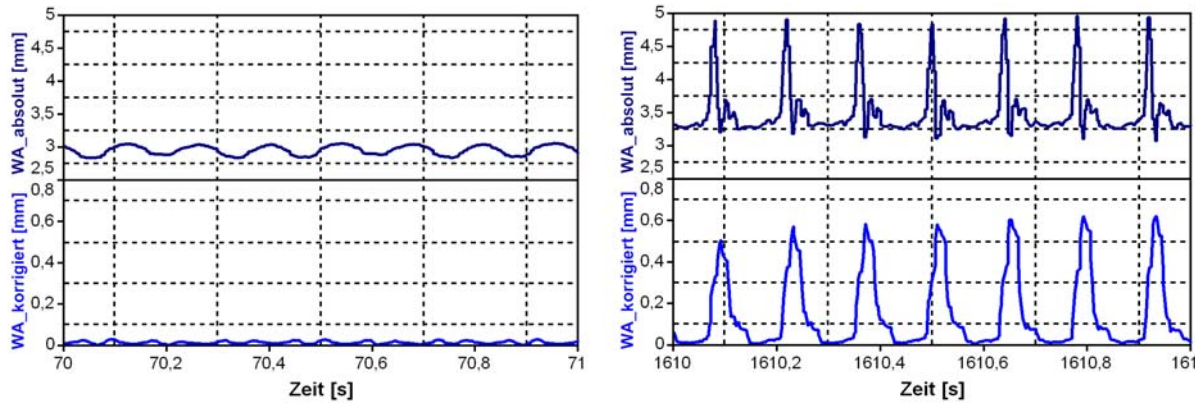
Beim ersten Versuch wird ein Rad mit einer maximalen Kraft von 10.000 N in Kombination mit der maximalen Drehzahl von  $400 \text{ min}^{-1}$  belastet, um zu überprüfen, ob die Belastung für die Räder zulässig ist. Dies ist zwar kein Punkt im beabsichtigten Versuchsplan, stellt aber die extremste mögliche Kombination dar und kann somit auch über die Machbarkeit des gesamten Plans Erkenntnisse liefern, so dass bei Durchlaufen dieses Versuchs der gesamte Plan als durchführbar eingestuft werden kann.

Dieser Versuch wird jedoch vom Mess- und Steuerungsprogramm vorzeitig nach ca. 25 min abgebrochen, da die Sicherheitsabschaltung des Versuchsstandes (vgl. Kapitel 4.1.4) den Versuch stoppt. Das Rad ist durch eine dynamische Überbeanspruchung in Form einer thermischen Zersetzung zerstört. In **Abbildung 4.16** ist der aufgetretene Schaden erkennbar. Die Bandage ist zwecks besserer Betrachtung auf einer Drehmaschine bearbeitet. Im Bild links ist zu erkennen, wie zwischen Nabe und Bandage geschmolzenes Material seitlich austritt. In der **Abbildung 4.16** rechts ist die Aufzeichnung des Temperaturverlaufes dargestellt. Zu erkennen ist der typische zunächst schnelle Anstieg der Bandagenoberflächentemperatur aufgrund der Walkarbeit der Bandage und des Schlupfes in der Kontaktfläche. Die Wärme überträgt sich nach einiger Zeit auf die Nabe, von der sie schlecht abgeführt werden kann. Der Wärmestau lässt, wie in der Abbildung zu sehen, die Nabentemperatur stark ansteigen. Nach dem Auslösen des Sicherheitssystems wird das Rad automatisch von der Schwungscheibe zurückgefahren. Die Wärme der Bandage kann nun nicht mehr von der Oberfläche auf die Schwungscheibe übertragen werden, so dass die Bandagentemperatur sprunghaft ansteigt.



**Abbildung 4.16:** Schaden durch dynamische Überbeanspruchung im Vorversuch (links), Aufzeichnung des Temperaturverlaufs (rechts)

In **Abbildung 4.17** sind die Schwingungsverläufe am Anfang des Versuches (links) und kurz vor dem Versagen (rechts) dargestellt. Dabei sind die absoluten Schwingungen oben und die Schwingungen nach der Datenaufbereitung durch Überlagerung einer Sinusfunktion (vgl. Kap. 4.1.4) dargestellt. Gut zu erkennen sind die alternierenden Stöße aufgrund von lokalen Schädigungen in der Radbandage kurz vor dem vollständigen Versagen des Rades.



**Abbildung 4.17:** Schwingungsverläufe der Wegaufnahme am Beginn (timecode 70 s) und kurz vor Abbruch des Testlaufs (timecode 1610 s)

Bei einem weiteren Vorversuch wird eine Normalkraft von 6000 N und eine Drehzahl von  $400 \text{ min}^{-1}$  eingestellt. Bei diesem Versuch übersteht das Rad die gesamte gewünschte Versuchszeit ohne Schädigungen. In einem weiteren Schritt wird überprüft, ob die neuen Faktoren erkennbare Fehlerzuwächse zur Folge haben. Das ist notwendig, um die Versuche sinnvoll auswerten zu können. Dafür werden die Fehlergrößen vor und nach der Belastung ausgewertet und verglichen. Das Ergebnis zeigt, dass ein deutlicher Zuwachs der Delaminationsfläche zu erkennen ist.

In einem dritten Vorversuch wird ein weiteres Mal die Fragestellung der maximalen Belastbarkeit überprüft, diesmal allerdings mit der Faktorkombination eines Punktes in dem denkbaren Versuchsplan (Faktorkombination A00):  $F_N = 10.000 \text{ N}$  und  $n = 300 \text{ min}^{-1}$ . Dieser Versuch wird - ähnlich wie der erste Vorversuch - nach einer gewissen Zeit (2 h und 45 min) abgebrochen, da die Bandage wiederum versagt. Damit ist klar, dass die maximale Kraft von 10.000 N reduziert werden muss.

Da im Vorversuch 2 kein Ausfall stattgefunden hat, kann davon ausgegangen werden, dass eine leichte Reduzierung der Normalkraft ausreicht, um gefahrlos einen Sternpunkt eines CCD-Plans zu fahren und gleichzeitig erkennbare Fehlerzuwachsrate zu erlangen.

In zwei weiteren Versuchen wird ein möglicher Sternpunkt für die Kraft und auch ein möglicher Eckpunkt des CCD-Würfels überprüft. In beiden Versuchen ist, trotz überlanger Versuchsdauer von 9 h, kein Ausfall zu verzeichnen, so dass 8000 N als Maximalkraft gewählt werden kann.

**Versuchsdauer:**

Das Screening hat ergeben, dass die Versuchsdauer durchaus eine Signifikanz aufweist (vgl. Kapitel 4.2), so dass es sinnvoll erscheint, diese in den Versuchsplan mit aufzunehmen. Die Versuchsdauer sollte in etwa im Rahmen der Screening-Versuche liegen, also zwischen 2 und 10 h.

**Geschwindigkeiten:**

Die Geschwindigkeiten werden im Vergleich zum Screening deutlich erhöht. Im praktischen Einsatz von Schwerlasträdern in modernen logistischen Systemen ist eine deutlich zunehmende Steigerung der Geschwindigkeiten zu beobachten, die weit über die in den Normschriften /den99a/ und /den99c/ empfohlenen Geschwindigkeiten hinausgeht. Aus diesem Anlass wird eine höhere Drehzahl bzw. Umfangsgeschwindigkeit für die folgenden experimentellen Untersuchungen gewählt.

**Spur:**

An dieser Stelle ist anzumerken, dass der Faktor Spur  $S$  trotz seines laut Screening-Versuchen signifikanten Einflusses auf den Fehlerfortschritt nicht für weitere Untersuchungen mit aufgenommen wird. Diese Entscheidung resultiert aus den Überlegungen, dass die Ergebnisse dieser Arbeit für den praktischen Einsatz relevant sein sollen. Schwerlasträder werden in logistischen Anwendungen entweder als Fahrzeugräder oder als Antriebs- und Führungsräder in Anlagen wie z. B. Regalbediengeräten eingesetzt. Im zuerst genannten Fall kann zwar eine axiale Belastung des Rades durch Kurvenfahrten, wie sie durch die Spureinstellung erzeugt wird, auftreten, diese kann in der Praxis aber nicht bewusst als Größe eingestellt werden. Im zuletzt genannten Fall werden die Räder in den Anlagen ausschließlich mit einem parallelen Lauf eingestellt, da eine Abweichung von der  $0^\circ$ -Stellung keinen Sinn ergeben würde.

**4.3.3 Erstellung des Versuchsplans**

Mit den zuvor gewonnenen Erkenntnissen lässt sich mit Hilfe der Statistiksoftware ein neuer Versuchsplan erstellen. Es empfiehlt sich an dieser Stelle wieder einen reduzierten Versuchsplan, wie zum Beispiel einen CCD-Versuchsplan, also einen zentral zusammengesetzten Versuchsplan, zu erstellen, um mit den ausgewählten Versuchen den maximalen Erkenntnisgewinn zu erzielen. Die Faktoren und Faktorstufen für die Hauptversuche sind in **Tabelle 4.7** und der Versuchsplan in **Tabelle 4.8** dargestellt.

**Tabelle 4.7:** Faktoren und Faktorstufen des Versuchsplans der Hauptversuche

Faktorstufe	Normalkraft [N]	Drehzahl [ $\text{min}^{-1}$ ]	Belastungsdauer [h]
a	2000	200	1
-	3500	250	3
0	5000	300	5
+	6500	350	7
A	8000	400	9

**Tabelle 4.8:** Versuchsplan nach den Vorversuchen

Nr.	Faktor-komb.	$F$ [N]	$n$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	$t$ [h]
1	+--	6500	250	3
2	000	5000	300	5
3	000	5000	300	5
4	000	5000	300	5
5	000	5000	300	5
6	a00	2000	300	5
7	A00	8000	300	5
8	0a0	5000	200	5
9	--+	3500	350	7
10	000	5000	300	5
11	++-	6500	350	3
12	0A0	5000	400	5
13	+--	6500	250	7
14	---	3500	250	3
15	000	5000	300	5
16	00a	5000	300	1
17	000	5000	300	5
18	000	5000	300	5
19	00A	5000	300	9
20	--+	3500	250	7
21	+++	6500	350	7
22	-+-	3500	350	3
23	000	5000	300	5

#### 4.3.4 Versuchsdurchführung

Wie bereits zuvor beschrieben, werden die Probenräder entsprechend der Vorgaben des Versuchsplans belastet und geprüft. Alle Versuchsergebnisse und die aufgezeichneten Daten des Versuchsablaufes werden in einem Protokoll dokumentiert. Exemplarisch ist in **Abbildung 4.18** solch ein Protokoll eines Versuchs dargestellt.

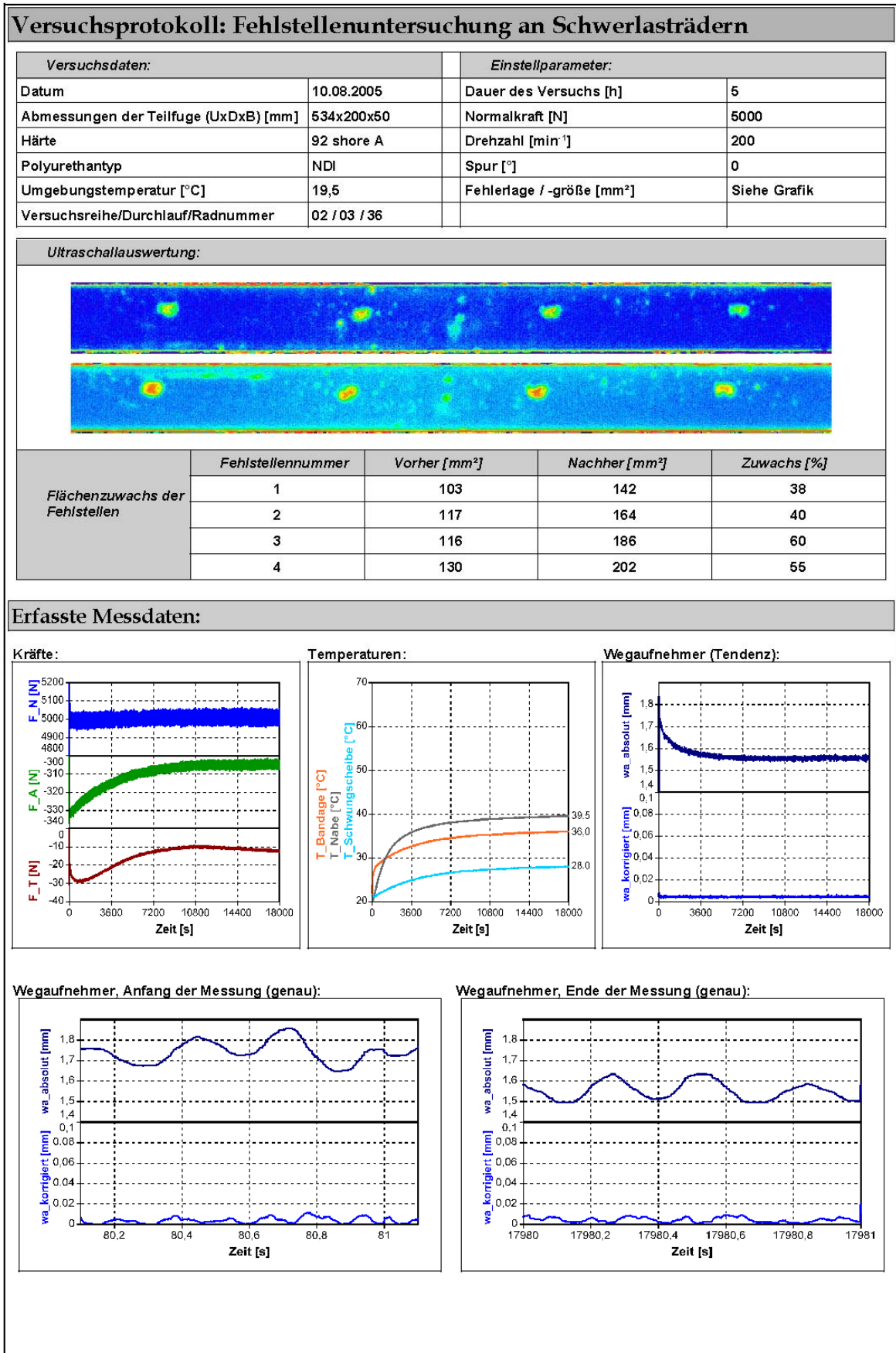
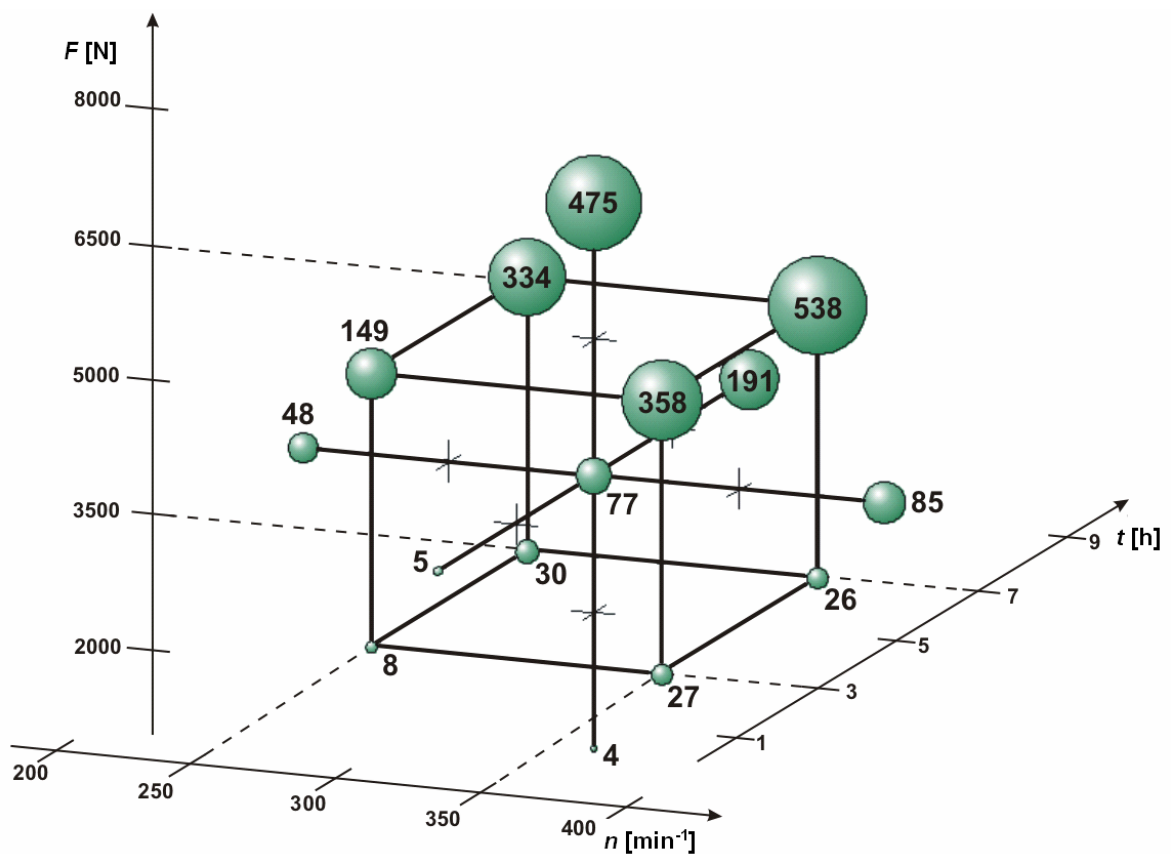


Abbildung 4.18: Exemplarisches Versuchsprotokoll eines Rades



### 4.3.5 Auswertung

Im ersten Schritt werden nach der Belastung die Fehlstellen mittels Ultraschallaufnahmen wie in Kapitel 4.1.5 beschrieben diagnostiziert und ausgemessen. Für eine erste Analyse sind die Durchschnittswerte für die einzelnen Versuchspunkte als eine Darstellung von Tendenzen zu erkennen (**Abbildung 4.19**). Die Flächen der Messpunkte sind im Verhältnis zur durchschnittlichen Zuwachsrate dargestellt. Klar erkennbar ist die generell sehr starke Auswirkung der Normalkraft auf die Zuwachsrate der Fehlstellengröße. Liegt die Zuwachsrate bei einer Belastung von 2000 N bei  $300 \text{ min}^{-1}$  und einer Belastungsdauer von 5 h bei durchschnittlich 4 %, so liegt sie bei der vierfachen Kraft schon bei durchschnittlich 475 %. Auch die Wechselwirkung aller Faktoren (6500 N,  $350 \text{ min}^{-1}$ , 7 h) ist mit einer Zuwachsrate von durchschnittlich 538 % klar erkennbar. Da keine groben Fehltendenzen erkennbar sind, kann nun eine tiefer gehende Analyse im Sinne der Statistik erfolgen.



**Abbildung 4.19:** Durchschnittswerte der Zuwachsraten [%] in die dreidimensionale CCD-Matrix eingetragen

## 5 Entwicklung des Schädigungsmodells

### 5.1 Regressionsanalyse

Mit der Regressionsanalyse kann der Zusammenhang zwischen einer abhängigen und einer oder mehreren unabhängigen Variablen geschätzt werden, d. h. es werden Kausalbeziehungen (Ursache-Wirkungs-Beziehungen) untersucht. Ist die Beziehung und deren Güte bekannt, ist die Schätzung der abhängigen Variable möglich. Somit werden allgemein gesehen die Abhängigkeiten von Faktoren auf eine Zielgröße in einer Regressionsgleichung angepasst. Die Regressionsanalyse gibt also Auskunft über den Grad eines Zusammenhangs.

Mit Hilfe der Regression können vorhandene Daten an ein vorgegebenes Modell angepasst werden. Dies ist aber keine Garantie dafür, dass mit dem Modell die Realität tatsächlich gut abgebildet wird /kle03/. Davon ausgehend ist es wichtig zu beachten, dass ein statistisch signifikanter Zusammenhang nicht bedeutet, dass die mathematische Form des Modells richtig ist. Das heißt im Einzelnen:

- Durch physikalisch-technische Überlegungen, die die Untersuchungen betreffen, sollte von vornherein die mathematische Form des Modells festgelegt werden.
- Nach der Anpassung müssen das Modell und die Residuen (Fehler) graphisch und durch statistische Tests beurteilt werden.
- Das angepasste Modell sollte nicht über den untersuchten Bereich der Einflussgrößen hinaus extrapoliert werden /sta00/.

Vorhersagen sind dann einigermaßen zuverlässig, wenn die  $X^{(j)}$ -Werte für die vorherzusagende Situation im Bereich der  $x_i^{(j)}$ -Werte der Regressionsrechnung liegen. Dies nennt sich statistische Interpolation /sta00/.

Bei quadratischen Modellen kann es laut /kle03/ zu Problemen bei den Modellen kommen. Beispielsweise kann es vorkommen, dass bei Regression durch drei Punkte die Lage des wahren Optimums nicht erkannt wird.

In der beschreibenden Statistik betrachtet man die Situation einer Zielgröße  $Y$  als ungenau beobachtete Funktion einer oder mehrerer Ausgangsgröße(n)  $X_i$ . Es ist zwischen diesen beiden Größen, bei denen es sich um Modellgrößen handelt, und den realen, messbaren Größen

$x_i$  und  $y$  zu unterscheiden. Dabei ist die Ausgangssituation die Zielgröße als Abhängige von einer noch nicht bekannten Funktion  $h_x$ , mit den messbaren Parametern  $x_i$ :

$$y_i \approx \langle x_i \rangle. \quad (5.1)$$

Eine einfache Form eines Wahrscheinlichkeitsmodells lautet:

$$Y_i = h\langle x_i \rangle + E_i \quad (5.2)$$

Wobei der Teil  $h\langle x_i \rangle$  eine deterministische Abhängigkeit zwischen  $x_i$  und  $Y_i$  ausdrückt und der Term  $E_i$  eine zufällige Abweichung darstellt. Wenn die Funktion  $h$  unbekannt bzw. nur zu Teilen bekannt ist, ergibt sich die grundlegende Aufgabe der statistischen Regression: Aus mehreren Beobachtungen  $[x_1, y_1], [x_2, y_2], \dots, [x_n, y_n]$  sollen Rückschlüsse auf  $h$  gezogen werden /sta01/.

Wenn die Funktion  $h$  der Form

$$h\langle x_i \rangle = \alpha + \beta x_i \quad (5.3)$$

(Geradengleichung) entspricht, wird von einer einfachen linearen Regression gesprochen, die bei Wegfall von  $\alpha$  durch den Nullpunkt verläuft. Dies bedeutet, dass die Zielgröße  $Y$  von nur einer Ausgangsgröße  $X$  bestimmt wird. Die Ausgangsgröße wird auch als erklärende Variable bezeichnet, da sie die Zielgröße  $Y$  erklärt.

Existieren für eine Zielgröße  $Y$  mehrere erklärende Variablen  $X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(m)}$ , so lässt sich das Modell der einfachen linearen Regression auf das Modell der multiplen linearen Regression erweitern:

$$Y_i = h\langle x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(m)} \rangle + E_i \quad (5.4)$$

Die einfachste Form für  $h$  ist wieder der lineare Zusammenhang:

$$h\langle x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(m)} \rangle = \alpha + \beta_1 x_i^{(1)} + \beta_2 x_i^{(2)} + \dots + \beta_m x_i^{(m)} \quad (5.5)$$

In der vorliegenden Arbeit wird der Einfluss des Quadrats der Normalkraft zusätzlich zum einfachen Einfluss der Normalkraft auf den Ablösungsfortschritt untersucht und bei Signifikanz mit in das Modell aufgenommen. Zur Vorgehensweise der so genannten *schrittweisen Regression* werden zur Erläuterung einige Aspekte näher betrachtet.

Wenn, wie es bei dieser Arbeit der Fall ist, mehrere Einflussgrößen das Modell erklären sollen, ist eine schrittweise Vorgehensweise sinnvoll, damit das Modell nicht zu kompliziert wird. Es werden nur diejenigen Einflussgrößen in das Modell übernommen, von denen die Zielgröße signifikant abhängt /kle03/.

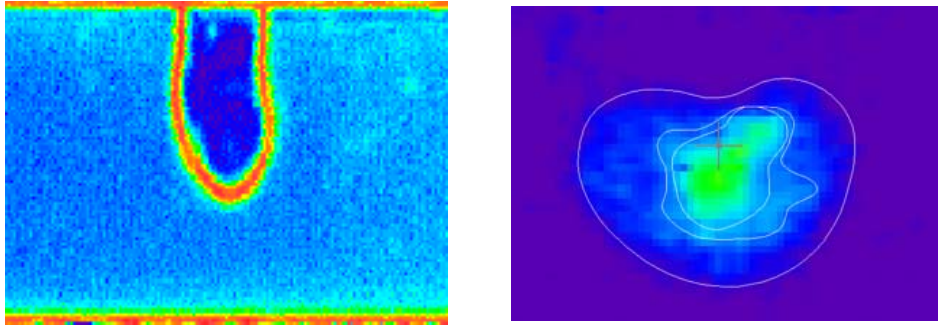
Diese Vorgehensweise läuft folgendermaßen ab: Es wird für alle Einzelgrößen untersucht, welche von ihnen das größte so genannte Bestimmtheitsmaß  $R^2$ , das die Anpassungsgüte eines Modells an die Realität beschreibt, ergibt. Wenn eine signifikante Abhängigkeit des jeweiligen Faktors besteht, wird dieser in das Modell aufgenommen. Alle weiteren Einflussgrößen, die noch nicht in das Regressionsmodell aufgenommen worden sind, werden auf eine Erhöhung des Bestimmtheitsmaßes bei Aufnahme in das Modell untersucht. Ist die Abhängigkeit des Faktors mit der größten Erhöhung von  $R^2$  signifikant, wird auch dieser Faktor in das Modell mit aufgenommen. Dieser Schritt wird solange wiederholt, bis keine Einflussgröße mehr eine signifikante Abhängigkeit zur Folge hat. Auf diese Weise wird das Modell gefunden, das die Daten mit den wenigsten Parametern hinreichend genau beschreibt /kle03/.

Alternativ zur beschriebenen Vorgehensweise der *schrittweisen Aufnahme* (forward selection) könnte ebenso mit einem Modell begonnen werden, das alle Faktoren enthält. Davon werden dann schrittweise diejenigen Faktoren entfernt, die am wenigsten zum Bestimmtheitsmaß  $R^2$  und damit zur Modellgüte beitragen (backward selection).

An dieser Stelle ist zu beachten, dass bei der Durchführung der Versuche je Rad jeweils vier Fehlstellen zur Verfügung stehen, d. h. es existieren neben dem Zentralpunkt des CCD-Plans, der zur statistischen Absicherung mehrfach untersucht wird, auch für die einzelnen Messpunkte mit gleichen Belastungsparametern mehrere Messwerte, die zusätzlich zur Verbesserung der statistischen Absicherung beitragen.

Es ist allerdings anzumerken, dass für einzelne Fehlstellen Auswertungen vorhanden sind, die nicht repräsentativ sind. Es existieren z. B. einzelne Fehlstellen, bei denen während der Präparation der Probenräder das Trennmittel hin zum Rand verlaufen ist. Solch eine Fehlstelle ist somit nicht mehr vollständig mit einer Anbindung des Elastomers an dem Grundkörper umschlossen, sondern die Ablösung verläuft über den Rand der Teilfuge hinaus (vgl. **Abbildung 5.1** links). Dies hat zur Folge, dass bei der Belastung des Rades die elastische Bandage im äußeren Bereich der Teilfuge seitlich entweichen kann. Die Spannungen können sich abbauen, und der Spannungszustand ist somit nicht mehr mit den Spannungen in einer vollständig „umschlossenen“ Fehlstelle vergleichbar. Des Weiteren existieren Fehlstellen, bei denen

der Ultraschallbefund unklare Konturen aufweist (vgl. **Abbildung 5.1** rechts). Dies ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass dort Bereiche existieren, die keine vollständige Ablösung aufweisen. Diese Bereiche haben vermutlich nur eine verminderte Haftung.

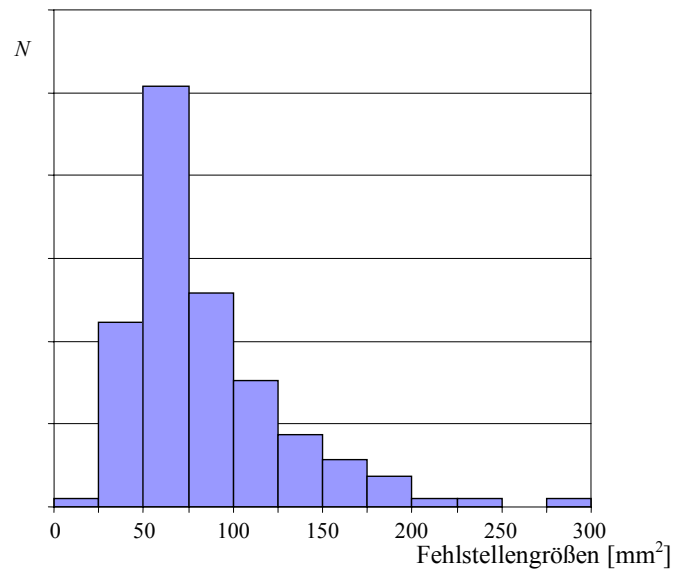


**Abbildung 5.1:** Beispiele für nicht repräsentative Fehlstellen: Fehlstelle mit Randüberschreitung (links); Fehlstelle mit unklarer Kontur (rechts)

Für die Regression wurden diese Punkte nicht mit berücksichtigt, da diese das Schädigungsmodell verfälschen würden. Um die Anzahl der Messpunkte je Belastungsfall konstant zu halten, sind pro Rad je drei Fehlstellen berücksichtigt worden.

Wie zuvor beschrieben gestaltete sich die exakte Einbringung der Größen der Fehlstellen in die Probenräder als schwierig. Das Aufbringen durch Sprühen mit Hilfe einer Schablone erzeugte an den Rändern Sprühnebel, der den Haftungsbereich beeinflusste. Das Einbringen mittels Stempel erwies sich zwar als zuverlässiger, das Resultat war allerdings zur Einhaltung definierter Größen für eine statistische Auswertung noch nicht gut genug.

Da nun eine gewisse Verteilung der Fehlstellengrößen vorliegt, ist an dieser Stelle ein Grundsatz der statistischen Untersuchung, die Gleichhaltung aller nicht untersuchten Einflussfaktoren, verletzt. Eine Verminderung dieser Störgröße kann durch eine geeignete Auswahl der Räder geschehen. Beispielsweise sollten die Räder mit den größten und den kleinsten Fehlstellen absolut gesehen nicht für den Hauptversuch verwendet werden. Aus diesem Grund wird zuerst eine Verteilung bzw. eine Mittelwertbildung der vorhandenen Fehlstellengrößen erstellt. In **Abbildung 5.2** ist erkennbar, dass die meisten der Fehlstellengrößen aller Räder im Bereich von 50 bis 75 mm<sup>2</sup> liegen. Dieser Wert wurde für die Auswahl der Probenräder verwendet. Auf dieser Basis wurden die Räder für die Hauptversuche ausgewählt, so dass die Startgröße aller Fehlstellen zwischen 50 und 100 mm<sup>2</sup> liegt.



**Abbildung 5.2:** Verteilung aller Fehlstellengrößen in den präparierten Prüfrädern

Nach der Versuchsdurchführung und Auswertung der Fehlerstellenzuwächse werden nun mit Hilfe der Statistiksoftware die ermittelten Messwerte ausgewertet. Dabei ist die Zielsetzung, die zuvor beschriebene Regressionsgleichung zu ermitteln. Dazu wird eine Tabelle erzeugt, bei der die Einflussfaktoren, die für den Versuch eingestellt wurden, den Messgrößen, die in den Versuchen durch Ausmessen der Fehlstellen ermittelt wurden, gegenüber stehen. Einen Auszug einer solchen Tabelle stellt **Tabelle 5.1** dar.

**Tabelle 5.1:** Auszug aus der Tabelle der Messergebnisse als Vorbereitung für die Statistiksoftware

$t$	$n[\text{min}^{-1}]$	$t[\text{h}]$	$Y[\%]$
...	...	...	...
5000	300	9	192,31
5000	300	9	112,79
2000	300	5	2,87
2000	300	5	4,83
5000	200	5	55,38
5000	200	5	60,34
5000	300	1	7,59
5000	300	1	4,17
6500	350	7	557,58
6500	350	7	540,71
6500	350	3	226,15
6500	350	3	248,68
6500	250	7	236,00
6500	250	7	164,84
...	...	...	...

Mittels der zuvor erstellten Tabelle wird nun die Regression unter Anwendung der Statistiksoftware durchgeführt. Dabei werden die Spalten ihrer Bestimmung nach Zielgröße und Faktoren zugewiesen. Neben den vorbestimmten Faktoren (Normalkraft  $F$ , Drehzahl  $n$  und Belastungszeit  $t$ ) und deren Quadrate können bei der Vorbereitung der Analyse noch Wechselwirkungen der Faktoren selektiert werden. Beispielsweise kann die Kombination aus Kraft  $F$  und Drehzahl  $n$  explizit ausgewählt werden, so dass diese Kombination dann als Faktor für die Regression mit einbezogen wird. Nach den Einstellvorgängen wird die Regression durchgeführt.

Die **Tabelle 5.2** stellt die wichtigsten Daten der Regression mit der Software JMP als Auszug aus dem Programm dar. Im letzten Abschnitt finden sich Kriterien für die Bestimmung der Modellgüte wieder, die in den nächsten Kapiteln erläutert werden. In der Spalte „Estimate“ sind die Parameter  $\beta_i$  des Regressionsmodells zu finden. Dieses durch die beschriebene Vorgehensweise ermittelte Modell wird im Folgenden als „Modell A“ bezeichnet.

**Tabelle 5.2:** Daten zu Modell A: Bewertungskriterien, Modellparameter und Schrittfolge der Regression (Step History); (Auszug aus JMP)

*Modellparameter*

Entered	Parameter	Estimate	Prob>F
X	<i>Intercept</i> (Achsenabschnitt)	-682,91087	1,0000
X	$F$ [N]	0,09029356	0,0000
X	$n$ [1/min]	0,59039948	0,0003
X	$(F \text{ [N]} - 5000) \cdot (n \text{ [1/min]} - 300)$	0,00067705	0,0000
X	$t$ [h]	24,0359964	0,0000
X	$(F \text{ [N]} - 5000) \cdot (t \text{ [h]} - 5)$	0,02083594	0,0000
X	$(n \text{ [1/min]} - 300) \cdot (t \text{ [h]} - 5)$	0,32455249	0,0042
X	$(F \text{ [N]} - 5000) \cdot (n \text{ [1/min]} - 300) \cdot (t \text{ [h]} - 5)$	0,00019378	0,0097
X	$(F \text{ [N]} - 5000) \cdot (F \text{ [N]} - 5000)$	0,00002368	0,0000
	$(n \text{ [1/min]} - 300) \cdot (n \text{ [1/min]} - 300)$	0	0,5373
	$(t \text{ [h]} - 5) \cdot (t \text{ [h]} - 5)$	0	0,1851

*Schrittfolge der Regression (Step History)*

Step	Parameter	RSquare	Cp	p
1	$F$ [N]	0,5471	206,81	2
2	$(F$ [N]-5000)·(F [N]-5000)	0,6910	125,28	3
3	$t$ [h]	0,7599	87,297	4
4	$(F$ [N]-5000)·(t [h]-5)	0,8182	55,493	5
5	$(F$ [N]-5000)·(n [1/min]-300)	0,8566	35,184	6
6	n [1/min]	0,8826	22,105	7
7	(n [1/min]-300)·(t [h]-5)	0,8983	14,992	8
8	$(F$ [N]-5000)·(n [1/min]-300)·(t [h]-5)	0,9109	9,6823	9

## 5.2 Datentransformation der Messwerte

In der Literatur findet sich der Hinweis, dass eine Transformation der Daten für eine bessere Anpassung durch die Regression an die Messdaten unter Umständen hilfreich sein könnte. Eine Transformation bietet die Chance, bei entsprechender Wahl der Transformationsparameter vorhandene Fehler bei der Anpassung des Modells zu beseitigen. Laut ist beispielsweise eine logarithmische Transformation der Zielgröße oft bei Lebensdauerdaten hilfreich, da sich die Einflüsse in diesen Anwendungen multiplikativ auf den Messwert auswirken.

Da das in dieser Arbeit angestrebte Schädigungsmodell einem Lebensdauermodell ähnelt, wird ein weiteres Modell auf einer logarithmierten Datenbasis erzeugt, welches im Anschluss Untersuchungen bezüglich der Güte der Regression und bezüglich der Gültigkeit unterzogen werden kann und welches mit dem nicht transformierten Modell verglichen werden kann.

Die mathematische Durchführung der Datentransformation geschieht mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms. Dabei wird ein Datensatz „Zuwachs in [%]“ um einen Datensatz „ln (Zuwachs in [%])“ erweitert. Ein Auszug davon ist in **Tabelle 5.3** dargestellt.



**Tabelle 5.3:** Logarithmische Transformation der Zielgröße (Auszug)

$F$ [N]	$n$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	$t$ [h]	Zuwachs [%]			ln (Zuwachs [%])		
...	...	...	...	...	...	...	...	...
8000	300	5	554	496	482	6,316	6,206	6,178
2000	300	5	3	5	2	1,054	1,575	0,416
5000	200	5	55	60	38	4,014	4,100	3,634
5000	300	1	8	4	3	2,027	1,427	1,238
6500	350	7	558	689	541	6,324	6,535	6,293
3500	350	7	18	22	28	2,900	3,112	3,330
6500	250	3	110	163	112	4,702	5,091	4,716
...	...	...	...	...	...	...	...	...

Analog zu Modell A sind auch für das Modell mit den logarithmierten Daten in **Tabelle 5.4** die wichtigsten Auszüge aus dem Statistikprogramm dargestellt. Dieses Modell wird im Folgenden „Modell B“ bezeichnet.

**Tabelle 5.4:** Daten zu Modell B: Bewertungskriterien, Modellparameter und Schrittfolge der Regression (Step History); (Auszug aus JMP)*Modellparameter*

Entered	Parameter	Estimate	Prob>F
X	Intercept (Achsenabschnitt)	-3,6536226	1,0000
X	$F$ [N]	0,0009708	0,0000
X	$n$ [1/min]	0,00486484	0,0030
	$(F \text{ [N]} - 5000) \cdot (n \text{ [1/min]} - 300)$	0	0,4198
X	$t$ [h]	0,25121539	0,0000
X	$(F \text{ [N]} - 5000) \cdot (t \text{ [h]} - 5)$	0,00007766	0,0396
X	$(n \text{ [1/min]} - 300) \cdot (t \text{ [h]} - 5)$	0,00200316	0,0753
	$(F \text{ [N]} - 5000) \cdot (n \text{ [1/min]} - 300) \cdot (t \text{ [h]} - 5)$	0	0,2982
	$(F \text{ [N]} - 5000) \cdot (F \text{ [N]} - 5000)$	0	0,4618
	$(n \text{ [1/min]} - 300) \cdot (n \text{ [1/min]} - 300)$	0	0,2837
X	$(t \text{ [h]} - 5) \cdot (t \text{ [h]} - 5)$	-0,0351243	0,0227

*Schrittfolge der Regression (Step History)*

Step	Parameter	RSquare	Cp	p
1	$F$ [N]	0,7477	59,528	2
2	$t$ [h]	0,8368	20,76	3
3	$n$ [1/min]	0,8576	13,205	4
4	$(t$ [h]-5)·(t [h]-5)	0,8695	9,7857	5
5	$(F$ [N]-5000)·(t [h]-5)	0,8790	7,4023	6
6	$(n$ [1/min]-300)·(t [h]-5)	0,8861	6,1621	7

### 5.3 Bewertung der Regressionsmodelle

Um die Güte der beiden unterschiedlichen Modelle feststellen zu können, werden diese in den folgenden Kapiteln bewertet. Bei der Bestimmung der Güte eines Regressionsmodells auf der Basis von experimentell ermittelten Werten können sich zwei unterschiedliche, gegenläufige Ausprägungen ergeben, die es gilt, gegeneinander abzuwägen: Abhängig von der Anzahl der eingesetzten Parameter entstehen Modelle unterschiedlicher Ausprägung:

1. Ein Regressionsmodell mit weniger Parametern, das die gemessenen Werte nicht ganz korrekt beschreibt, aber dafür eventuell dem tatsächlichen, aber unbekanntem Modell entspricht.
2. Ein Regressionsmodell, das mehr Parameter enthält und nahezu genau die gemessenen Werte beschreibt, allerdings weniger dem tatsächlichen, aber unbekanntem Modell entspricht.

Dies bedeutet, dass ein Modell mit vielen Parametern gut an eine Datenbasis angepasst werden kann, jedoch besteht bei zu vielen Parametern die Gefahr des „Overfittings“ [/jmp02/](#). Das heißt, es wird versucht, möglichst alle Punkte, die in der Datenbasis vorkommen, durch die sich ergebende Funktion darzustellen. Da es sich bei den Werten jedoch um gemessene Werte handelt, kann sich durch den Versuch, jeden Punkt darzustellen, das Modell insofern verfälschen, dass nun auch jeder Ausreißer im Modell fest integriert ist und das Modell nicht die eigentliche Realität darstellt. Stehen jedoch weniger Parameter zur Verfügung, ist es gar nicht möglich, jeden Punkt genau darzustellen und folglich ist die Chance größer, dass das errechnete Modell besser der Wirklichkeit entspricht.

### 5.3.1 Bewertungskriterien für die Güte der Modelle

Um die Güte der ermittelten Modelle bestimmen und vergleichen zu können, gibt es so genannte Bewertungskriterien. In dieser Arbeit werden vier Kriterien verwendet, die die beiden Modelle bewerten und vergleichen. Da an dieser Stelle Modelle mit verschiedenen vielen Termen (entsprechen Parametern) untersucht werden, sind laut /sta00/ bestimmte Kriterien zu verwenden. Im Folgenden werden diese Kriterien vorgestellt und erläutert; daran anschließend wird die Bewertung der einzelnen Modelle vorgenommen.

#### 5.3.1.1 Kriterium angepasstes Bestimmtheitsmaß $R^2_{\text{adj}}$

Das angepasste Bestimmtheitsmaß (en. Adjusted  $R$  Squared)  $R^2_{\text{adj}}$  ist eine verfeinerte Variante des Bestimmtheitsmaßes  $R^2$ . Allgemein ist das Bestimmtheitsmaß  $R^2$  ein Maß für den linearen Zusammenhang zweier (Mess-) Datenreihen bzw. zweier Variablen. Im Falle der Regression sind diese Reihen die gemessenen Werte und die angepassten Werte (fitted values).

Zur Interpretation kann die Beziehung

$$\sum_i R_i^2 = \sum_i (Y_i - \bar{Y})^2 - \hat{\beta}^2 \sum_i (x_i - \bar{x})^2 \quad (5.6)$$

$R_i$  = Residuum

$Y$  = Zielgröße

$\bar{Y}$  = Mittelwert von  $Y$

$\hat{\beta}$  = Regressionskoeffizient

$\bar{x}$  = Mittelwert der erklärenden Variable / Parameter  $x_i$

hergeleitet werden /sta00/.

In anderer, einfacherer Schreibweise kann auch geschrieben werden:

$$SS_E = SS_Y - SS_R \Rightarrow SS_Y = SS_R + SS_E \quad (5.7)$$

Wenn die Quadratsumme von  $Y$  ( $SS_Y$ ) in einen Teil aus Regression ( $SS_R$ ) und einen Teil Residuen, also Fehlern ( $SS_E$ ), aufgeteilt und der Quotient ( $SS_R/SS_Y$ ) gebildet wird, erhält man schließlich das Bestimmtheitsmaß  $R^2$ :

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_Y} = 1 - \frac{SS_E}{SS_Y} \quad (5.8)$$

Da immer  $SS_R \leq SS_Y$  ist, folgt mit optimaler Anpassung  $R^2 = 1$ .

Das Problem hinsichtlich des Vergleichs mit Hilfe dieses Kriteriums ist, dass auch Modelle mit unterschiedlich vielen Termen gegenübergestellt werden. Für das Bestimmtheitsmaß heißt dies, dass das Streichen eines Terms / Parameters aus einem Modell den Wert für  $R^2$  nicht zwangsläufig ändern muss, obwohl sich das Modell vereinfacht hat. Abhilfe schafft das angepasste Bestimmtheitsmaß  $R^2_{\text{adj}}$  (adjusted  $R^2$ ). Dieser Wert berücksichtigt die Anzahl der verwendeten Parameter eines Modells und erhält bei Streichen von Parametern somit geänderte Werte. Es ist definiert als:

$$R^2_{\text{adj}} = 1 - \frac{n-1}{n-p'}(1-R^2) \quad (5.9)$$

$n$  = Anzahl der Beobachtungen (Anzahl der Messwerte)

$p'$  = Anzahl der Terme bzw. Parameter (incl. Achsenabschnitt)

### 5.3.1.2 Kriterium *Mallows* $C_p$

Als nächstes Bewertungskriterium für die Güte eines Modells wurde der  $C_p$ -Wert nach *Mallows* ausgewählt. Dabei kann dieses Kriterium als eine alternative Möglichkeit zur Berechnung der totalen Fehlerquadrate angesehen werden, die wie folgt mathematisch nach /dra98/ definiert ist:

$$C_p = \left( \frac{RSS_p}{s^2} \right) - (n - 2 \cdot p) \quad (5.10)$$

Hierbei ist  $RSS_p$  die Summe der Residuenquadrate eines Modells mit  $p$  Parametern. Der Ausdruck  $s^2$  entspricht der Varianz (Fehlerdurchschnittsquadrat) desjenigen Modells mit der höchst möglichen Anzahl an Parametern, das auf denselben Ausgangsdaten basiert. Die Variable  $n$  steht für die Anzahl der Messwerte, also den ausgemessenen Fehlstellen.

Nach /dra98/ nähert sich  $C_p$  von großen Werten kommend ( $C_p > p$ ) mit steigender Anzahl der Parameter immer mehr der Anzahl  $p$  selbst an. Für das Modell mit der höchst möglichen Anzahl an Parametern entspricht  $C_p$  genau dieser Anzahl. Es lässt sich dann sagen, dass gilt:

$$C_p (\Sigma p_{\text{max}}) = \Sigma p_{\text{max}} \quad (5.11)$$

Folglich wird versucht, ein Regressionsmodell mit einem geringen  $C_p$ -Wert zu finden, der gleichzeitig möglichst gleich der Anzahl der enthaltenen Parameter ist. Dabei ergeben sich die unter Kapitel 5.3 erwähnten gegeneinander abzuwägende Probleme der besten Anpassung der

Regressionsgleichung an die Messwerte durch viele Parameter und des tatsächlichen der Realität entsprechenden, aber unbekanntem Modell mit weniger Parametern.

Aufgrund dieser Widersprüchlichkeit kann der  $C_p$ -Wert nach *Mallow* nicht als einziges Beurteilungskriterium für die Modellfindung benutzt werden, sondern sollte als eines von mehreren Kriterien verwendet werden.

### 5.3.1.3 Informationskriterium AIC nach Akaike

Das Informationskriterium nach *Akaike* ist eine weitere Möglichkeit, mit der die Güte eines Modells bestimmt werden kann. Es handelt sich um ein generelles Kriterium, mit dem es möglich ist, die beste Anzahl an Parametern für das Modell zu bestimmen, ohne die Gefahr des zuvor beschriebenen „Overfittings“ einzugehen.

Mathematisch ist das Informationskriterium nach *Akaike* wie folgt nach /jmp02/ definiert:

$$AIC = n \cdot \ln\left(\frac{SSE}{n}\right) + 2p \quad (5.12)$$

$n$  = Anzahl der Beobachtungen (Anzahl der Messwerte)

$SSE$  = Summe der Fehlerquadrate

$p$  = Anzahl der Parameter incl. Achsenabschnitt

Entsprechend der Definition des Informationskriteriums nach *Akaike* das Modell mit dem geringsten AIC-Wert als das am besten angepasste Modell anzusehen.

### 5.3.1.4 Kriterium Anzahl der Parameter $p$

Bei diesem Kriterium soll qualitativ bewertet werden, wie viele der maximal möglichen Parameter für das Modell verwendet werden. Die maximale Anzahl in dieser Untersuchung beträgt: 3 Einzelfaktoren + 3  $2FWW$  + 1  $3FWW$  + 3 (Einzelfaktoren)<sup>2</sup> + Achsenabschnitt (Intercept) = 11 Parameter.

Wie bereits beim Bewertungskriterium *AIC* dargestellt, müssen bei der Modellfindung wiederum die beiden am Anfang des Kapitels 5.3 erwähnten gegenläufigen Tendenzen gegeneinander abgewogen werden.

### 5.3.2 Auswertung nach den Bewertungskriterien

Eine systematische Auswertung der Kriterien soll eine sinnvolle Grundlage für die Auswahl eines Modells bilden. Dabei werden den Stufungen der Bewertungskriterien, angelehnt an das Vorgehen zur Bewertung von technischen Produkten nach der VDI-Richtlinie 2225 /vdi98/, Punktezahlen zugeordnet.

Danach müssen zur Ermittlung einer Wertigkeit eines Modells für die einzelnen Bewertungskriterien so genannte Erfüllungsgrade  $E$  bestimmt werden. Mit Hilfe der Erfüllungsgrade werden daraufhin Punkte für jedes Bewertungskriterium verteilt, deren Summe dann der technischen Wertigkeit im Vergleich zu dem anderen Modell entspricht. Eine sinnvolle Abstufung der Erfüllungsgrade reicht von 0 Punkten ( $E = 0$ ) für eine sehr schlechte bis hin zur maximalen Punktzahl 4 ( $E = 4$ ) bei optimaler Bewertung.

Für den Faktor  $R^2_{\text{adj}}$  bedeutet ein Wert von  $R^2_{\text{adj}} > 0,95$  eine sehr hohe Anpassungsgüte, so dass ein Modell, für das dieser Wert zutrifft, eine Punktezahl von 4 für dieses Kriterium erhält. Der Faktor stuft sich in Zehnerschritten bis zum Erfüllungsgrad 0 ab.

Der Faktor  $C_p$  nach *Mallows* ist, wie schon erläutert, nur aussagekräftig in Verbindung mit der Anzahl der Parameter. Aus diesem Grund wird eine Punkteverteilung nicht anhand des Werts für  $C_p$  durchgeführt, sondern der Betrag der Differenz von  $C_p$  und Anzahl der Parameter ( $C_p - p$ ) als Grundlage für die Punkteverteilung gewählt. Wenn dieser Betrag sehr gering ausfällt,  $(C_p - p) < 0,1$ , ist eine Punktezahl von 4 zu vergeben. Überschreitet der Wert 2,5, wird die Punktezahl 0.

Die Abstufung der Punkte des Faktors  $p$  „Anzahl der Parameter absolut“ hängt von subjektiven Kriterien ab. Generell ist allerdings eher ein einfaches Modell, d. h. eines mit möglichst wenigen Parametern, anzustreben. Die maximale Anzahl der möglichen Parameter beträt 11 und ergibt somit 0 Punkte. Ein Modell mit 7 Parametern wird als optimal angesehen und erhält dann 4 Punkte.

Für das Bewertungskriterium AIC ist ein niedriger Wert besser als ein hoher. Die Erfüllungsgrade sind dort von kleiner als 50 (gleich 4 Punkte), bis größer als 1000 (gleich 0 Punkte) gestaffelt.

Die so genannte Bewertungstabelle ist in **Tabelle 5.5** dargestellt. In dieser Matrix sind alle zu verwendenden Erfüllungsgrade aufgelistet.

**Tabelle 5.5:** Erfüllungsgrade der Bewertungskriterien für die Regressionsmodelle

	Erfüllungsgrade (Bewertungsstufen)				
	$E = 4$	$E = 3$	$E = 2$	$E = 1$	$E = 0$
$R^2_{adj}$	$\geq 0,95$	$\geq 0,85$	$\geq 0,75$	$\geq 0,65$	$< 0,65$
$ C_p - p $	$\leq 0,1$	$\leq 0,75$	$\leq 1,5$	$\leq 2,5$	$> 2,5$
$p$	7	8	9	10	11
$AIC$	$\leq 50$	$\leq 300$	$\leq 500$	$\leq 1000$	$> 1000$

Wie in VDI 2225 beschrieben, ist oftmals eine Gewichtung der einzelnen Faktoren bzw. Bewertungskriterien sinnvoll. Dies ist auch in dieser Untersuchung der Fall. Für das Ergebnis dieser Untersuchungen ist ein Modell mit einer hohen Anpassungsgüte als wichtiger anzusehen als die Anzahl der Parameter absolut.

Bei einer Gewichtung der Faktoren erfolgt die Verrechnung der Punkte für ein Kriterium mit dem Faktor für die Gewichtung. Die Summe aller Gewichtungsfaktoren ergibt somit den Wert 1 bzw. 100%. Nach einer Abwägung der Faktoren untereinander kommt die Gewichtung  $G$  (**Tabelle 5.6**) zustande.

**Tabelle 5.6:** Gewichtung der ausgewählten Bewertungskriterien

Kriterium	Gewichtung $G$ [%]
$R^2_{adj}$	30
$ C_p - p $	25
$p$	20
$AIC$	25

Nach der Durchführung der Regression mit den unterschiedlichen Modellen ergeben sich für die Bewertungskriterien der Modelle die Werte der **Tabelle 5.7**. Hiernach kann dann eine Bewertung hinsichtlich der Modelle getroffen werden.

**Tabelle 5.7:** Werte der Bewertungskriterien für die verschiedenen Modelle der Regressionsanalysen

	Zielgrößen	$R^2_{Adj}$	$C_p$	$p$	$AIC$
Modell A	normal	0,897	9,68	9	485
Modell B	logarithmiert	0,873	6,16	7	-67,2

Es ist zunächst erkennbar, dass zwar die Anpassung des Modells B verglichen mit dem Modell A nach dem Bestimmtheitsmaß  $R^2_{\text{adj}}$  leicht abnimmt und auch die Differenz zwischen absoluter Faktorenanzahl und *Mallows*  $C_p$  etwas schlechter wird. Jedoch geschieht diese geringe Abnahme der Anpassung durch Reduzierung der Faktoranzahl von 9 auf 7, was ein übersichtlicheres Modell zur Folge hat. Auch das *Akaike*sche Informationskriterium zeigt einen deutlich besseren Wert.

Zur Ermittlung der Wertigkeit  $W$  wird, wie in der VDI Richtlinie beschrieben, der Quotient aus erreichter Punktzahl  $P$  und maximaler Punktzahl  $P_{\text{max}}$  berechnet. Die **Tabelle 5.8** zeigt die Bewertung der Modelle mit den zuvor festgelegten Erfüllungsgraden und Gewichtungsfaktoren. Dabei wird das Modell B mit 80% der zu erreichenden Punkte deutlich besser bewertet als das Modell A mit 64%. Allerdings liegt das Modell A mit einer Wertigkeit von über 60% noch im „brauchbaren Bereich“, so dass beide Modelle in den folgenden Kapiteln auf ihre Gültigkeit untersucht werden.

**Tabelle 5.8:** Bewertung der Modelle A und B

Kriterienplan			Lösungsbewertung			
Einzelkriterien	Kurzzeichen	Gewichtung	Modell A		Modell B	
			$E$	$E \cdot G$	$E$	$E \cdot G$
angepasstes Bestimmtheitsmaß	$R^2_{\text{adj}}$	0,30	3	0,9	3	0,9
$C_p$ -Wert nach <i>Mallows</i> - Parameter	$ C_p - p $	0,25	3	0,75	2	0,5
Anzahl der Parameter	$p$	0,20	2	0,4	4	0,8
Informationskriterium nach <i>Akaike</i>	$AIC$	0,25	2	0,5	4	1,0
	$\Sigma G$	1,0				
Punktesumme $P$ (Nutzwert)				2,55		3,20
$P_{\text{max}} = E_{\text{max}} \cdot \Sigma G = 4$ $\Rightarrow$ Wertigkeit $W = P/P_{\text{max}}$				0,64 = 64%		0,80 = 80%

## 5.4 Überprüfung der Regressionsmodelle auf Gültigkeit

Nach der Regression verschiedener Modelle sollte immer eine Analyse der Modelle hinsichtlich der Gültigkeit durchgeführt werden. Ein wichtiger Teil der Untersuchungen nach der Regression beruht auf der Tatsache, dass bei der Regression bestimmte Annahmen getroffen werden, ohne die eine Regression nicht durchgeführt werden kann. Diese Annahmen werden



bei Regression mit einer Software nicht automatisch überprüft, da sie sehr vielseitig und von Fall zu Fall verschieden sind.

Die Annahmen im Einzelnen sind /sta00/, /sne94/, /kle03/:

1. Die Fehler haben alle die gleiche Varianz („Homoskedastizität“):  $\text{var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$
2. Die Fehler sind annähernd normalverteilt:  $E_i \sim N(0, \sigma^2)$
3. Der Mittelwert der Fehler ist gleich null:  $\varepsilon = \langle E_i \rangle = 0$
4. Die Fehler sind unkorreliert (unabhängig):  $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$  für  $i \neq j$

Bei dieser Überprüfung sind als Fehler des Modells die Residuen, also die Differenzen zwischen Modell und tatsächlichen Messwerten, zu verwenden. Aus diesem Grund spricht man auch von einer Residuenanalyse.

Allgemein ist zu diesem Thema anzumerken, dass bei diesen Analysen viele graphische Verfahren zur Anwendung gelangen. Gleichzeitig gibt es für die Überprüfung jeder Annahme nicht ein sinnvolles Verfahren, sondern meist mehrere, so dass mit steigender Anzahl verschiedener Einzelanalysen die Qualität der Untersuchung und somit des Modells steigt.

Eine weitere wichtige Überprüfung in statistischen Untersuchungen ist oft ein Test auf einen Trend der Zielgröße über die Versuchsnummer /kle03/. Dabei wird darauf abgezielt, dass sich – meist verursacht durch den Faktor Mensch – Fehler bei der Versuchsdurchführung langsam etablieren und somit die Versuchsreihe verfälschen. Bei den Untersuchungen in dieser Arbeit ist diese Gefahr allerdings als gering einzuschätzen, da zum Einen die eingestellten Faktoren vom Steuerungsprogramm des Versuchsstandes überwacht und geregelt werden; zum Anderen wurden die Probenkörper bei ihrer Erstellung bewusst nach einer zufälligen Reihenfolge präpariert.

Bei Korrelation der Einflussfaktoren, also wenn beispielsweise Faktoren linear kombinierbar sind, verändert sich der Vertrauensbereich, was aber nicht unbedingt zu falschen Ergebnissen führen muss. Trotzdem sollte diese Tatsache überprüft werden.

Eine letzte, sehr wichtige Überprüfung ist die Untersuchung auf einflussreiche Beobachtungen, auch Ausreißer genannt. Ausreißer können auf verschiedenem Wege, wie z. B. durch eine fehlerhafte Versuchsdurchführung, entstehen. Wichtig in Bezug auf Ausreißer ist vor allen Dingen ihre Behandlung, da sie zu einer Verfälschung des gesamten Ergebnisses führen

können. Nach Erkennen von potentiellen Ausreißern steht die Frage im Zentrum, inwieweit diese Ausreißer das Modell beeinflussen /sta00/.

### 5.4.1 Konstante Varianz der Residuen

Eine der wichtigsten Kontrollen ist die Überprüfung auf konstante Varianz, die für die Residuen des Modells vorausgesetzt wird. Wie unter 1. in Kapitel 5.4 erläutert, lautet die Forderung:  $\text{var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$ . Die Varianz soll gleich der Standardabweichung sein und für alle  $i$  konstant bleiben. Die Standardabweichung soll unabhängig vom  $y$ -Wert, also der Zielgröße, sein, wie in /kle03/ aufgeführt.

Für die Überprüfung dieser Voraussetzung werden die berechneten Werte für die Zielgröße (*predicted values*) benötigt. Diese Werte sind in der verwendeten Software nach der Regression eines Modells der vorhandenen Tabelle hinzuzufügen und stehen somit zu weiteren Untersuchungen zur Verfügung.

An dieser Stelle wird ein einfacher **bivariater Scatterplot** mit der Auftragung der Residuen über die vorhergesagten Werte erstellt. Dieses Diagramm wird auch *Tukey-Anscombe-Plot* genannt /sta00/. In der **Abbildung 5.3** und **Abbildung 5.4** sind die Plots zur Überprüfung der konstanten Varianz der Modelle dargestellt. In diesen Diagrammen ist zur Orientierung immer das arithmetische Mittel (mean) als Waagerechte bei  $R = 0$  und ein Glätter in Form eines Spline eingetragen, um eventuelle Trends zu erkennen /sne94/.

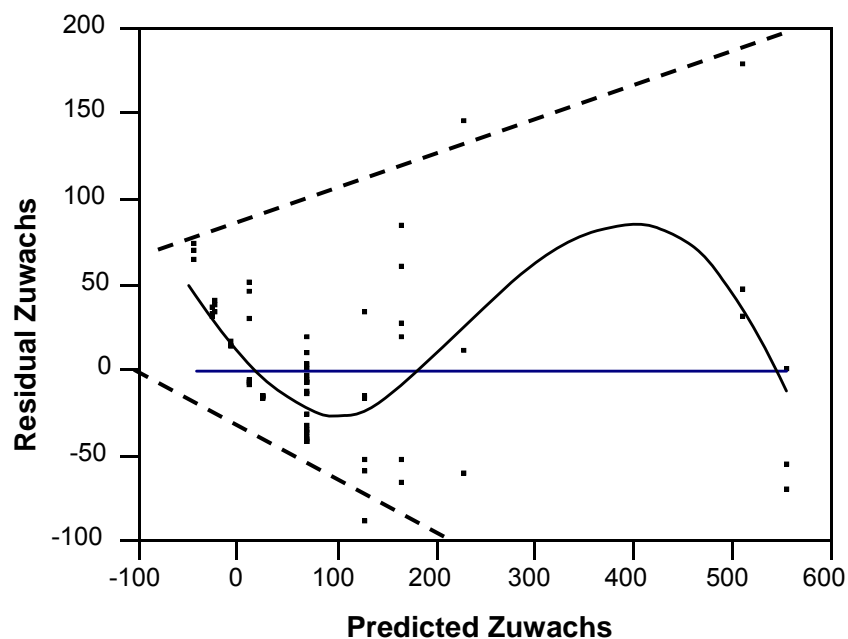
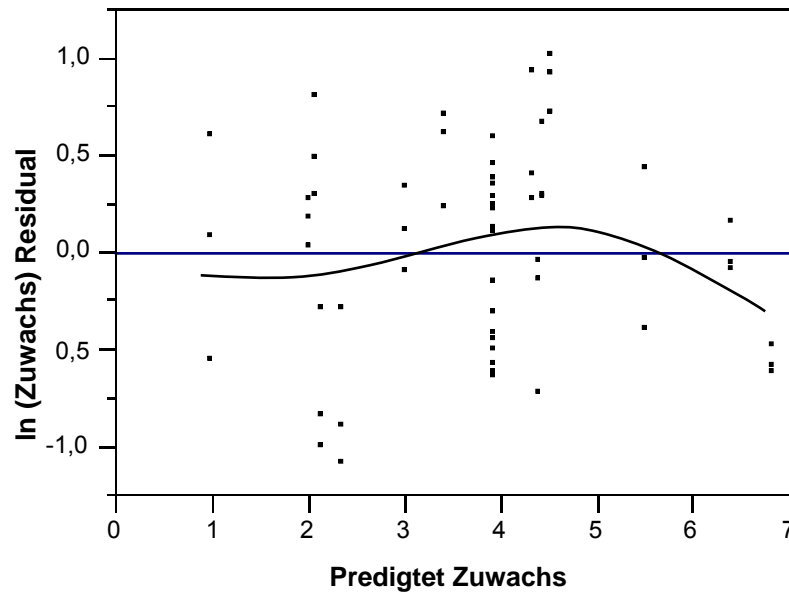


Abbildung 5.3: Tukey-Anscombe-Plot für Modell A



*Abbildung 5.4:* Tukey-Anscombe plot für Modell B; Zuwachsdaten sind logarithmisch transformiert.

In der Regel kann durch die Form des Splines eine Aussage bezüglich eines Trends gemacht werden. Dabei hängt die Form stark von dem Glättungsfaktor ab. Somit ist vor allem auch hinsichtlich der Anzahl der Datenpunkte eine Aussage schwierig. Auch bewegt sich die Kurve für steigenden Zuwachs im dargestellten Bereich nicht vom *Mean* weg. Trotzdem ergibt der Spline (mit einem  $\lambda$ -Wert von 1.000.000 für sehr „steife“ Kurve ermittelt) einen Aufschluss über die sehr unregelmäßige Verteilung der Residuen für das Modell A.

Bei dem Plot von Modell A ist ein Trend für die Streuung der Residuen hin zu großen Zielgrößen zu erkennen. Das drückt sich in einer Art Trichterform der Streuung (gestrichelte Linie) aus. Dies bedeutet, dass die Residuen abhängig von der Zielgröße  $Y$  sind und sich mit ihr vergrößern.

In der **Abbildung 5.4** ist für das Modell B eine ausgeprägte konstante Varianz der Residuen über der Zielgröße zu erkennen. Eine „Trichterform“ ist nicht mehr auszumachen. Auch liegen die Residuen in etwa zu gleichen Teilen um den Mittelwert von Null. Somit scheint hinsichtlich dieser Überprüfung die Transformation zu einem besseren Ergebnis zu führen.

An dieser Stelle soll nun für die beiden Modelle ein weiteres Mal überprüft werden, ob die Fehlervarianz des Regressionsmodells konstant ist bzw. die Residuen konstante Werte annehmen. Hierzu wird der nach /net96/ und /esh06/ beschriebene **modifizierte Levene Test** durchgeführt. Durch diesen Test soll die Güte für das ermittelte Modell durch ein zusätzliches Kriterium bekräftigt werden.

Der modifizierte *Levene* Test (engl. Modified *Levene's* Test) hat unter anderem den Vorteil, dass er robust gegen Abweichung von der Normalverteilung der Residuen ist. Der modifizierte *Levene* Test ist nach den folgenden Formeln definiert:

$$F_L = \frac{MSTR}{MSE} \quad (5.13)$$

$$MSTR = \frac{\sum n_i (\bar{d}_{i.} - \bar{d}_{..})^2}{k-1}$$

$$MSE = \frac{\sum_i \sum_j (d_{ij} - \bar{d}_{i.})^2}{n_T - r}$$

$$\bar{d}_{i.} = \frac{\sum_j d_{ij}}{n_i}$$

$$\bar{d}_{..} = \frac{\sum_i \sum_j d_{ij}}{n_T}$$

$$d_{ij} = |Y_{ij} - \tilde{Y}_i|$$

Mit  $Y_{ij}$  = Residuen  $j$  aus der Gruppe  $i$

$\tilde{Y}_i$  = Median der Gruppe  $i$

$\bar{d}_{i.}$  = Gruppenmittelwert

$\bar{d}_{..}$  = Mittelwert über alle Gruppen

$MSTR$  = "Mean Square Treatments" Durchschnittsquadrat der Gruppen

$MSE$  = "Mean Squared Error" Durchschnittsfehlerquadrat

$n$  = Anzahl der Messwerte der gesamten Untersuchung

$k$  = Anzahl der Faktorstufenkombinationen des Versuchsplans

Der *Levene* Test bestätigt die Hypothese der konstanten Fehlervarianzen, wenn

$$F_L > F(\alpha, k-1, n-k) \quad (5.14)$$

erfüllt ist, wobei  $F(\alpha, k-1, n-k)$  der obere kritische Wert der  $F$ -Verteilung ist /esh06/. Hierbei sind  $k-1$  und  $n-k$  die Freiheitsgrade, und  $\alpha$  ist die Signifikanzstufe bzw. die Wahrscheinlichkeit.  $F(\alpha, k-1, n-k)$  lässt sich entweder in Tabellen in der Literatur nachschlagen /net96/ oder mit Hilfe der Statistiksoftware JMP berechnen.

Die Modelle basieren auf einem zentral zusammengesetzten Versuchsplan (CCD), der typischerweise  $k = 15$  Faktorstufenkombinationen aufweist. Zusätzlich liegt der Regression eine Datenmenge von  $n = 60$  Messpunkten zugrunde. Daraus ergeben sich folgende  $F$ -Werte in Abhängigkeit von der Signifikanz:

**Tabelle 5.9:**  $F$ -Werte für Wahrscheinlichkeit  $\alpha$  bei  $n = 60$  Faktoren

$\alpha$	$F$
0,25	0,712955
0,50	0,967129
0,75	1,291631
0,90	1,658205
0,95	1,918249
0,975	2,172459
0,99	2,506045

Der durch den modifizierten *Levene* Test errechnete  $F_L$ -Wert für das Modell B beträgt  $F_L = 0,989327$ . Aus der Tabelle ist zu entnehmen, dass dieser für eine Wahrscheinlichkeit  $\alpha = 0,5$  größer als  $F$  ist:

$$F(p = 0,5) = 0,967129 < F_L = 0,989327 \quad (5.15)$$

Dies bedeutet, dass ab einer Signifikanz von 50% keine Verschiebung der Varianz mehr vorhanden ist. Je kleiner die Signifikanz ist, um so eher kann von einer anzustrebenden Homogenität in Bezug auf die Varianz gesprochen werden.

Für das Modell A beträgt der errechnete Wert  $F_L = 1,624449224$ . Wieder bezogen auf die **Tabelle 5.9** der Wahrscheinlichkeiten ist dieser Wert größer als der Wert der Wahrscheinlichkeit mit  $F(\alpha = 0,75) = 1,291631$  und somit laut Definition schlechter als der Wert des Modells B.

Damit liefert auch dieser zusätzliche Test das Ergebnis, dass die Voraussetzung der konstanten Varianz der Residuen für das Modell B besser erfüllt ist als für das Modell A.

#### 5.4.2 Normalverteilung der Residuen

Vor allem für die Rechtfertigung von Signifikanztests ist die Annahme der Normalverteilung der Fehler notwendig [sne94/]. Neben Verteilungsabweichungen und Datenfehlern bietet sich

hier auch bereits eine Möglichkeit der Detektierung einzelner Ausreißer, die später in Kapitel 5.4.6 noch einmal genauer betrachtet werden.

Die Überprüfung findet durch die Erstellung eines Quantil-Quantil-Diagrammes (auch Q-Q-Plot genannt) statt. Hierbei wird eine gegebene empirische Verteilung (die Verteilung der Residuen) mit einer theoretischen Verteilung, hier der Normalverteilung, verglichen. Bei diesem Vergleich bedient man sich des Begriffs der Quantile. Als Quantile ( $q_\alpha$ ) wird in der Statistik eine Zahl bezeichnet, die eine Menge von Stichproben aufteilt. Das Quantil der Ordnung  $\alpha$  ist der Wert, unterhalb dessen eine Menge von  $\alpha$  aller Stichproben liegt. Beispielsweise ist das Quantil  $q_{0,25}$ , das auch als unteres Quantil bezeichnet wird, der Wert, unterhalb dem 25 % aller Stichproben liegen. Eine Sonderform des Quantils ist der Median. Dieser ist die Zahl, welche die Stichproben in zwei gleiche Hälften teilt. Das heißt, unter- und oberhalb dieses Wertes liegen gleich viele Beobachtungen. In dieser Arbeit heißt dies beispielsweise, dass von den gemessenen Zuwächsen der Fehlstellen über die Gesamtheit der Versuche die Hälfte größere und die andere Hälfte kleinere Zuwachsraten als dieser Wert des Medians aufweisen. Der Median ist somit auch als Quantil 0,5 ( $q_{0,5}$ ) zu bezeichnen.

Wenn nun die gegebene Verteilung der Quantile aus den Versuchsergebnissen mit der theoretischen übereinstimmt, so sollten die theoretischen Quantile in etwa mit den zur empirischen Verteilung gehörenden Quantilen übereinstimmen. Dies ist durch Auftragung der beobachteten Werte gegen die theoretischen Quantile in einem Streudiagramm überprüfbar. Bei Übereinstimmung sollten die Punkte alle auf einer 45°-Geraden durch den Ursprung liegen. (Anm.: Da hier mit einer Normalverteilung verglichen wird, spricht man oft auch nicht ganz korrekt vom Normalverteilungs-Diagramm oder normal plot) /sta00/.

In den folgenden Abbildungen sind diese Diagramme für die beiden Modelle dargestellt. In **Abbildung 5.5**, die sich auf das Modell B mit den transformierten Daten der Zielgröße bezieht, ist zu erkennen, dass die Punkte im Bereich der 45°-Diagonalen liegen. Da vor allem rechts und links im Diagramm keine Abweichungen vorliegen, kann davon ausgegangen werden, dass die Residuen normalverteilt sind. Die geringen Abweichungen liegen innerhalb normaler Parameter.

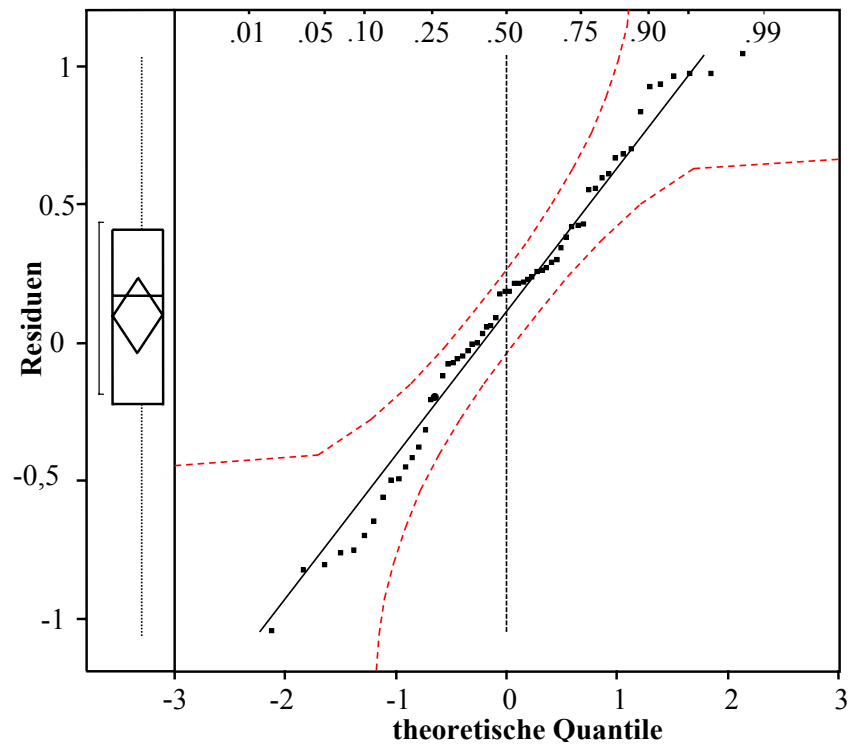


Abbildung 5.5: Quantil-Quantil-Diagramm der Residuen von Modell B über theoretische Quantile der Normalverteilung (normal plot)

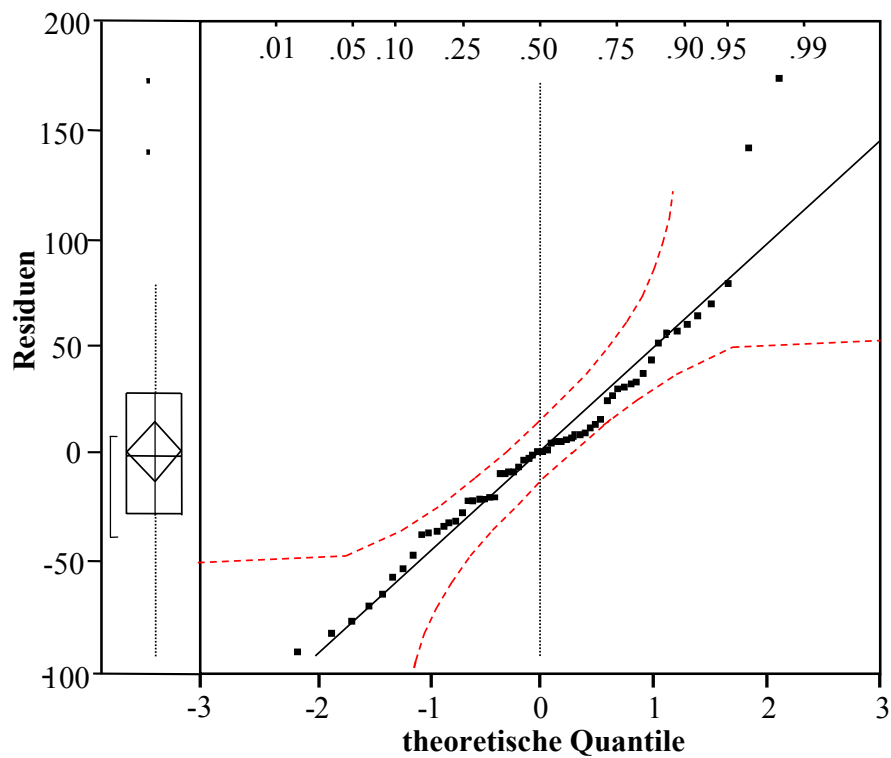
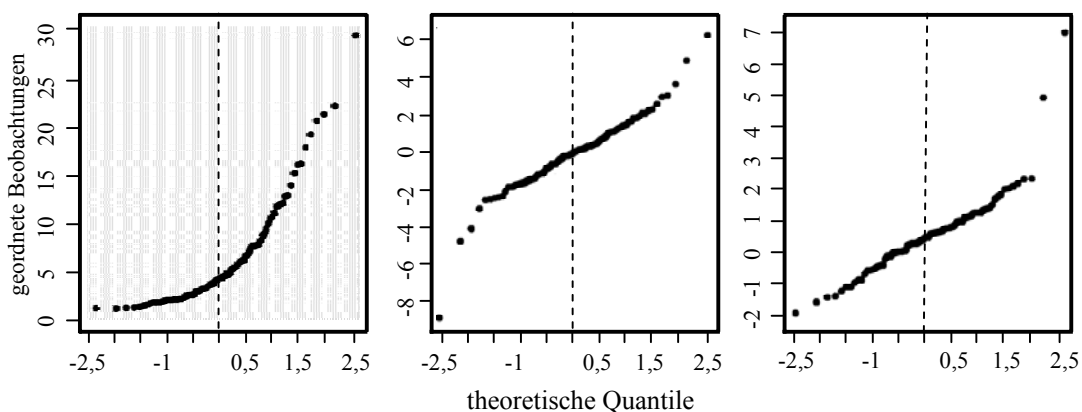


Abbildung 5.6: Quantil-Quantil-Diagramm der Residuen von Modell A über theoretische Quantile der Normalverteilung (normal plot)

Im Gegensatz dazu ist in der **Abbildung 5.6** des Modells A eine Auffälligkeit zu entdecken. Im Randbereich rechts weichen die Residuen stark von der 45°-Diagonalen ab. Die in **Abbildung 5.7** dargestellten Diagramme sind der Literatur entnommen /sta00/ und sind durch Simulationen erzeugt worden. Diese Diagramme zeigen exemplarisch drei typische Situationen, in denen Beobachtungen keiner Normalverteilung entsprechen: Die in der Abbildung links dargestellte gebogene Kurve ist auf eine schiefe Verteilung zurückzuführen. Eine S-förmige Kurve, wie sie in der Mitte dargestellt ist, weist auf eine langschwänzige Verteilung hin. Punkte in der linken unteren und in der rechten oberen Ecke deuten auf Ausreißer hin. Bei einem Vergleich der Form der ermittelten Punkte im Q-Q-Plot für das Modell A (**Abbildung 5.6**) mit der Form der Punkte aus den Diagrammen aus der Literatur in **Abbildung 5.7** ist eine Ähnlichkeit zu der Form wie sie in dem rechten Diagramm dargestellt ist, festzustellen. Durch diese Übereinstimmung findet sich somit auch hier ein Hinweis auf mögliche Ausreißer.



**Abbildung 5.7:** Quantil-Quantil-Diagramme mit Abweichungen. Links: Schiefe Verteilung; mitte: langschwänzige Verteilung; rechts: Verteilung mit Ausreißern am Rand /sta00/.

Dies bestätigt sich auch, wenn der Q-Q-Plot mit einem so genannten „outlier box plot“, der mit der verwendeten Statistik-Software erstellt werden kann, kombiniert wird. In **Abbildung 5.6** und **Abbildung 5.7** ist jeweils der „outlier box plot“ am Q-Q-Plot links angefügt. Dieser Plot enthält, neben der Darstellung von potentiellen Ausreißern, auch noch weitere Informationen /jmp02/:

Das untere Ende des Rechtecks kennzeichnet das untere Quartil (0,25-Quantil), und dem entsprechend kennzeichnet das obere Ende des Rechtecks das obere Quartil (0,75-Quantil). Der Abstand zwischen den beiden Quartilen wird „Interquartiler Bereich“ genannt. Die Linie innerhalb des Rechtecks indiziert den Median der Messwerte und der „Diamant“ den Durch-



schnittswert der Messwerte. Der „Diamant“ gibt auch den 95%-Vertrauensbereich an. Zwei Linien (auch Whiskers genannt), die an den Seiten des Rechtecks beginnen, kennzeichnen die am weitesten entfernt liegenden Werte innerhalb des Bereichs einer festgelegten Verteilung. Die Klammern am linken äußeren Rand des Rechtecks kennzeichnen die dichtesten 50% der Messwerte /sta00/. Die sich oben im Diagramm des Modell A befindenden Punkte liegen außerhalb dieser Verteilung und kennzeichnen die bereits angesprochenen potentiellen Ausreißer.

### 5.4.3 Mittelwert der Fehler

In einem weiteren Schritt wird überprüft, ob der Mittelwert aller Residuen (Fehler) gleich Null ist. Für den Fall, dass diese Annahme nicht erfüllt ist, wird die Konstante im Regressionsmodell verzerrt geschätzt /sen90/. Prinzipiell könnten dafür konstante Messfehler der abhängigen Variablen verantwortlich sein. **Tabelle 2.1** stellt die Mittelwerte der Modelle A und B dar:

*Tabelle 5.10: Mittelwerte der Residuen*

Modell	A	B
Anzahl Werte	60	60
Mittelwert	$5,18104 \cdot 10^{-16}$	$-9,01205 \cdot 10^{-14}$

Die Mittelwerte der Fehler sind für beide Modelle näherungsweise null. Damit kann Annahme 3, der Mittelwert der Fehler ist gleich null:  $\varepsilon = \langle E_i \rangle = 0$  (vgl. Kapitel 5.3), als erfüllt angesehen werden.

### 5.4.4 Unkorelliertheit der Einflussfaktoren

Eine Korrelation der Einflussfaktoren zieht eine Verbreiterung der Vertrauensbereiche für die Koeffizienten des Regressionsmodells nach sich. Aus diesem Grund ist zu überprüfen, inwieweit eine Korrelation vorliegt. Dies lässt sich entweder über grafische Verfahren /sne94/ oder formal durch die Überprüfung der so genannten Varianzinflations-Faktoren (kurz VIF) durchführen. Innerhalb der Statistiksoftware JMP lässt sich der VIF-Wert für jeden Einflussfaktor des Regressionsmodells direkt anzeigen. Nach /sne94/ indizieren VIF-Werte um 1,0

(idealer Wert) keine Korrelation. Dahingegen werden VIF-Werte größer 10 als durchaus problematisch angesehen.

In den vorliegenden Untersuchungen werden bei einer Verifikation die VIF-Werte für die ermittelten Regressionsmodelle mit der Statistiksoftware JMP berechnet, wobei diese durchweg den Wert 1,0 annehmen und somit das Kriterium erfüllen.

#### **5.4.5 Unabhängigkeit der Fehler**

Eine Verletzung dieser Annahme liegt oft dann vor, wenn eine Variable, die Einfluss auf das Modell hat, nicht durch die Versuche und die Auswertung berücksichtigt wurde. Wenn die nichtberücksichtigten Faktoren ähnliche Werte annehmen, liegt dieses Problem vor. Ein Beispiel ist die so genannte serielle Autokorrelation, die häufig bei Zeitreihenversuchen auftritt /sne94/.

Die Gefahr der Verletzung dieser Annahme ist dementsprechend häufig bei nicht geplanten Versuchs- /Beobachtungsreihen gegeben. Da in der vorliegenden Arbeit die Versuche und die Parameter genauestens geplant sind und außerdem die Parameter durch den Versuchsaufbau exakt vorgegeben sind, ist die Gefahr sehr gering. Aus diesem Grund wird diese Annahme nicht weiter untersucht.

#### **5.4.6 Überprüfung der Modelle auf Ausreißer**

Als Ausreißer bezeichnet man in der Statistik einen Wert, der nicht in eine bestimmte Reihe von Werten einer Beobachtung (z. B. Messreihe) passt bzw. nicht den Erwartungen entspricht. Mit Erwartung ist der Streuungsbereich um den Erwartungswert gemeint, in dem die meisten der erwarteten Werte liegen.

Ausreißer verzerren unter Umständen das Modell und führen ggf. zu falschen Ergebnissen. Das muss allerdings nicht der Fall sein, da bei der Bestimmung eines Modells nicht jeder Wert gleichermaßen in die Modellberechnung eingeht. Eine Ausreißeranalyse wird somit meist aufgeteilt in die Bestimmung potentieller Ausreißer und die anschließende Bewertung des Einflusses der entsprechenden potentiellen Ausreißer.

In der Literatur ist eine Vielzahl von Methoden zur Identifizierung der Ausreißer zu finden. Andeutungen für Ausreißer lassen sich, wie bereits im Kapitel 5.4.2 beschrieben, anhand der

starken Abweichung von der 45°-Geraden an den Rändern des Diagramms in **Abbildung 5.6** erkennen.

Eine weitere Möglichkeit zur Identifizierung von Ausreißern, die auch eindeutigere Ergebnisse erzielt als die zuvor angesprochene, stellt die Rechnung mit einer geänderten Wahrscheinlichkeitsdichte um die fragliche Beobachtung  $\underline{x}_i$  dar. Laut /sta00/ ist davon auszugehen, dass im Bereich einer Beobachtung, die ein Ausreißer ist, die Wahrscheinlichkeitsdichte sehr gering ist. Diese Tatsache kann mit einer Größe, der *Mahalanobis*-Radius bzw. *Mahalanobis*-Distanz  $u_i$  genannt wird, überprüft werden. Wenn diese berechnete Größe hohe Werte annimmt, ist die Wahrscheinlichkeitsdichte um die Beobachtung  $\underline{x}_i$  sehr gering. Das bedeutet, dass für große Werte von  $u_i$  ein Ausreißer vorliegen könnte. In **Tabelle 5.11** sind die Werte der *Mahalanobis*-Distanz für die Modelle A und B aufgelistet.

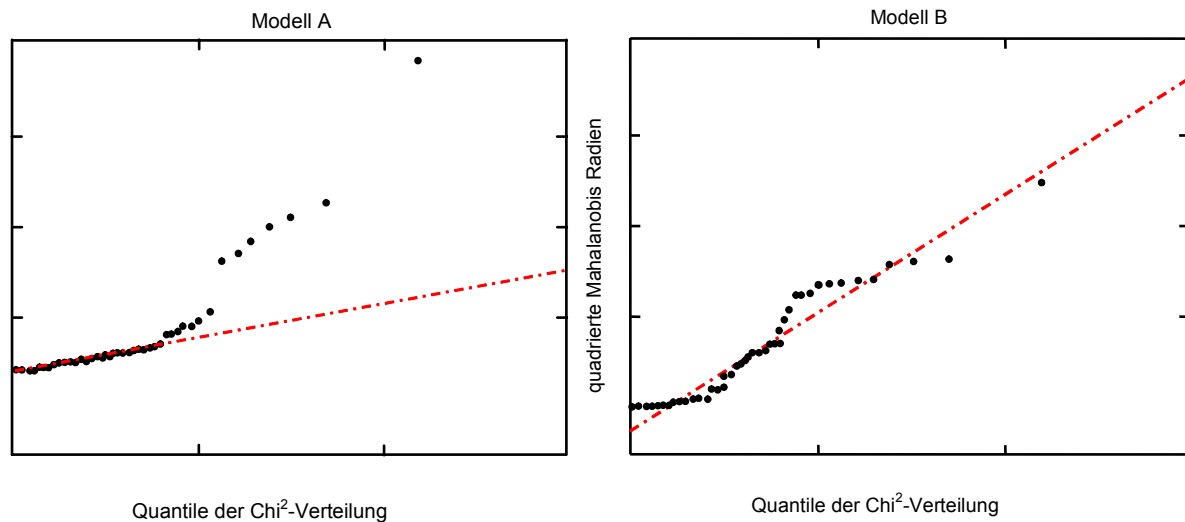
**Tabelle 5.11:** Quadrierte Mahalanobis-Radien  $u_i^2$  der Modelle A und B, sortiert nach Versuchsnummern

Modell A					
Nr.	$u_i^2$	Nr.	$u_i^2$	Nr.	$u_i^2$
1	0,776	21	10,166	41	2,649
2	0,104	22	1,697	42	0,211
3	0,228	23	3,641	43	8,748
4	0,161	24	1,366	44	0,542
5	0,143	25	2,182	45	2,323
6	0,666	26	0,330	46	2,440
7	0,135	27	1,438	47	2,657
8	0,992	28	0,472	48	2,956
9	0,123	29	0,453	49	0,220
10	0,078	30	0,487	50	0,377
11	0,211	31	1,111	51	0,192
12	0,483	32	1,288	52	1,281
13	0,076	33	0,644	53	1,148
14	0,798	34	1,155	54	1,093
15	1,008	35	1,074	55	0,622
16	0,867	36	1,059	56	0,648
17	0,951	37	7,155	57	0,626
18	0,080	38	18,870	58	0,474
19	7,846	39	6,674	59	0,509
20	9,404	40	1,404	60	0,488

Modell B					
Nr.	$u_i^2$	Nr.	$u_i^2$	Nr.	$u_i^2$
1	0,049	21	2,445	41	1,271
2	0,058	22	0,077	42	0,872
3	0,015	23	0,010	43	1,940
4	0,196	24	0,115	44	1,195
5	0,038	25	0,269	45	0,734
6	0,024	26	0,918	46	0,353
7	0,041	27	0,368	47	0,207
8	0,127	28	3,277	48	0,097
9	0,047	29	2,152	49	0,350
10	0,126	30	4,975	50	0,718
11	0,018	31	0,019	51	0,361
12	0,002	32	0,038	52	0,386
13	0,089	33	0,012	53	0,690
14	0,055	34	1,367	54	0,911
15	0,135	35	2,448	55	3,148
16	0,077	36	2,853	56	1,694
17	0,109	37	2,753	57	2,776
18	0,082	38	3,233	58	1,049
19	2,737	39	2,686	59	1,390
20	2,502	40	1,134	60	1,177

Der Wert allein ist bereits ein guter Hinweis. Noch besser ist eine zusätzliche graphische Bewertung der *Mahalanobis*-Distanz. Die zum *Mahalanobis*-Radius gehörige Zufallsvariable  $U_i$

ist  $\chi_m^2$ -verteilt (Chi-Quadrat), so dass über ein Q-Q-Diagramm der *Mahalanobis*-Radien über die Chi-Quadrat-Verteilung, die neben der Normalverteilung eine andere Art einer Verteilung ist, ein graphischer Ausreißer-Test mit Hilfe der *Mahalanobis*-Distanz realisierbar ist /sta00/.



**Abbildung 5.8:** QQ-Plot zur Ausreißer-Erkennung von den Modellen A und B

Für die beiden Modelle sind die  $u_i^2$ -Werte über die Quantile der  $\chi^2$ -Verteilung in **Abbildung 5.8** aufgetragen. In der Graphik können dann über Punkte im Diagramm die Zeilen der Tabelle mit potentiellen Ausreißern ermittelt werden, so dass die entsprechende Beobachtung identifiziert ist. Die für die beiden Modelle erkannten potentiellen Ausreißer sind in der **Tabelle 5.11** gekennzeichnet. Diese graphische Beurteilung bestätigt die mittels der zuvor berechneten *Mahalanobis*-Distanz  $u_i$  identifizierten potentiellen Ausreißer des Modells A.

In **Tabelle 5.12** sind die Nummern der Fehlstellen aufgelistet, welche als mögliche Ausreißer durch die unterschiedlichen Verfahren detektiert wurden. Es zeigt sich, dass besonders bei Modell A die Übereinstimmung durch verschiedene Verfahren sehr groß ist. Lediglich bei Modell B wurde mittels *Mahalanobis*-Distanz ein weiterer Wert gegenüber dem „outlier box plot“ als möglicher Ausreißer angesehen, dessen Existenz allerdings die graphische Beurteilung durch den recht guten Verlauf entlang der Geraden wiederum entkräftet (vgl. **Abbildung 5.8** rechts).

**Tabelle 5.12:** Ausreißernummern laut verschiedener Kriterien für die ausgewählten Modelle

	outlier box plot	Mahalanobis-Distanz
Modell A	19, 20, 21, 23, 37, 38, 39, 43	19, 20, 21, 23, 37, 38, 39, 43
Modell B	30	28, 30

### 5.4.7 Bewertung des Einflusses von potentiellen Ausreißern

Wie schon an früherer Stelle erwähnt, muss bei Ausreißern von Fall zu Fall entschieden werden, wie diese zu behandeln sind. Die entscheidende Frage ist, inwieweit ein Ausreißer Einfluss auf die Modellbildung besitzt. Die Tatsache eines Ausreißers allein muss noch nicht bedeuten, dass er einen großen Einfluss auf die Modellbildung hat /dra98/.

Um diesen Einfluss zu bewerten, gibt es eine Vielzahl an Verfahren. Eine gängige Kennzahl zur Bewertung einzelner Stichproben auf das gesamte Modell ist die *Cooks Distance* oder auch *Cooks D*. Dabei ist herauszustellen, dass diese Kennziffer den Einfluss einer Beobachtung auf die Veränderung der Regressionsparameter direkt quantifiziert. *Cooks D* kann berechnet werden, ohne eine neue Regression durchführen zu müssen /net96/.

Nach folgender Formel lässt sich die laut /ilm06/ wichtigste Kenngröße zur Ermittlung einflussreicher Fälle eines Modells bestimmen.

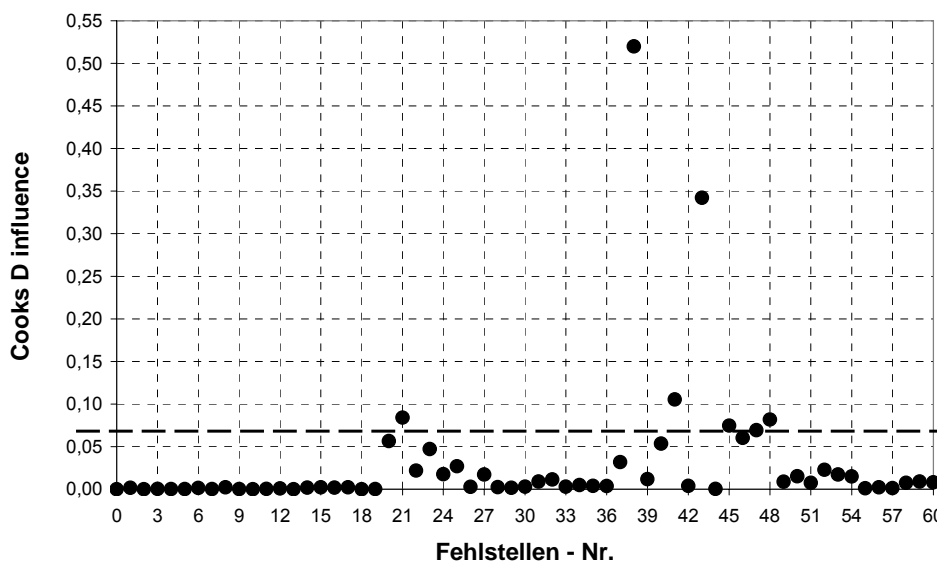
$$D_i = \frac{\sum_{j=1}^n (\hat{Y}_j - \hat{Y}_{j(i)})^2}{pMSE} \quad (5.16)$$

Nach dieser Gleichung wird für jeden Punkt eines Modells die Kenngröße *Cooks distance* ermittelt. Die Werte sind der **Tabelle 8.2** und der **Tabelle 8.3** im Anhang zu entnehmen.

Wichtig zur Beurteilung der Ausreißercharakteristik ist eine Grenze, ab der potentielle Ausreißer einen starken (negativen) Einfluss auf die Modellbildung besitzen. Diese Grenze beträgt laut /sne94/  $D_i = 1$  oder  $D_i = 4/n$ , wobei  $n$  die Anzahl der Beobachtungen (hier also Fehlstellen) darstellt. Für die Modelle beträgt die Grenze, ab der ein starker verzerrender Modelleinfluss gegeben ist,  $D_i = 4/60 = 0,066$ . Andere Literaturquellen nennen weitere Möglichkeiten, mit der *Cooks distance* den Einfluss auf ein Modell zu beurteilen.

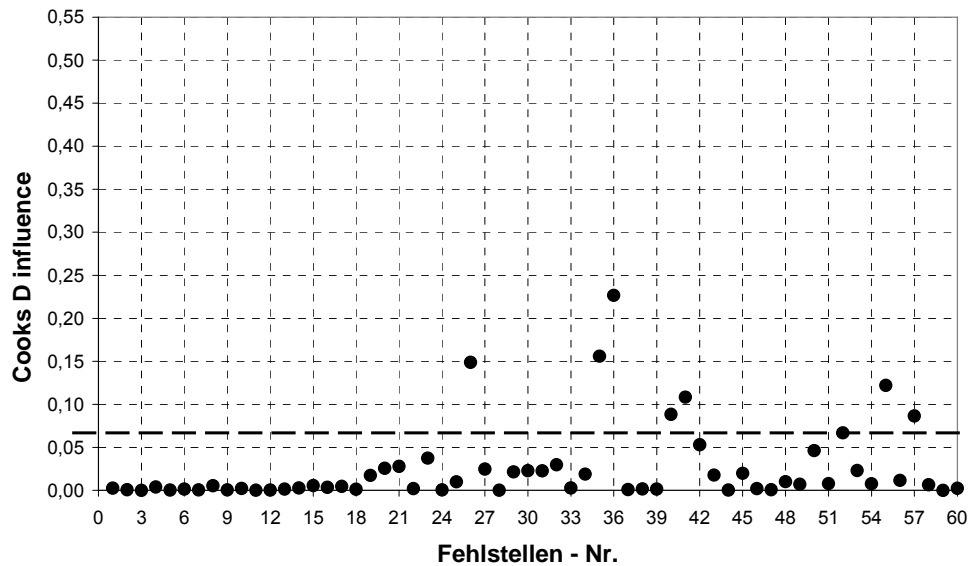
Für die beiden Modelle sind die *Cooks distancis* in dem so genannten Index Influence Plots (**Abbildung 5.9** und **Abbildung 5.10**) dargestellt. In den Diagrammen werden die Werte für

$D_i$  über die Versuchsnummer graphisch aufgetragen. Zusätzlich ist die berechnete Grenze für starken Einfluss ( $D_i > 0,2$ ) eingezeichnet.



**Abbildung 5.9:** Darstellung der Kennzahl Cooks distance über die Fehlstellen Nummer bei Modell A (Index Influence-Plot)

Bei Modell A liegen sechs Werte oberhalb der Grenze (Indizes 21, 38, 41, 43, 45 und 48) und ein Wert fast exakt auf der Grenze:  $D_{i,\text{grenz}} = 0,067$  und  $D_{47} = 0,069$ . Es ist erkennbar, dass lediglich zwei der zuvor als potentielle Ausreißer identifizierten Beobachtungen die Regression mit einer Cooks D-Kennzahl, die größer ist als die berechnete Grenze  $D_i = 0,2$ , stark beeinflussen. Für diese Werte mit dem Index 21 und 38 (vgl. **Tabelle 5.12**) sollte eine weitere Untersuchung folgen.



**Abbildung 5.10:** Darstellung der Kennzahl Cooks distance über die Fehlstellen Nummer bei Modell B (Index Influence-Plot)

Bei der Modellvariante B, dem Modell mit der bereits mittels Logarithmierung transformierten Zielgröße, wurden lediglich eine bzw. zwei Fehlstellen (Index 28 und 30) als Ausreißer angezeigt. Der Index Influence-Plot in **Abbildung 5.10** zeigt für diese Fehlstellen jedoch Werte unterhalb der gegebenen Grenze von  $D_{i,\text{grenz}} = 0,067$  an. Somit besitzen diese Werte laut der Kenngröße Cooks distance keinen negativen Einfluss auf die Modellbildung. Das Modell B ist somit laut den erfolgten Untersuchungen auf Ausreißern unproblematisch.

## 5.5 Modellbestimmung

Sowohl die Bewertung nach den Kriterien für die Güte der Modelle als auch die Überprüfung der Regressionsmodelle auf die Gültigkeit ergaben eindeutige Ergebnisse.

Auch wenn das Modell A mit einer Wertigkeit von 64% für die Abbildung der experimentellen Daten noch in einem brauchbaren Bereich liegt, ist das Modell B, das mittels der transformierten Messdaten erstellt wurde, mit einer Wertigkeit von 80% deutlich besser auf die Modellgüte hin bewertet worden. Insbesondere ist das Ergebnis darauf zurückzuführen, dass das Modell B einen deutlich besseren Wert des Informationskriteriums nach Akaike annimmt und die Anzahl der Parameter sich von neun bei dem Modell A auf sieben Parameter reduziert.

Auch die anschließende durchgeführte Analyse hinsichtlich der Voraussetzungen in Hinblick auf die Gültigkeit ergibt für das Modell B mit den logarithmierten Daten bessere Resultate. So hat es z. B. nach einer Prüfung auf potentielle Ausreißer unter den Messwerten keine wirklich eindeutigen Ausreißer, die eine negative Auswirkung auf das Modell hätten, ergeben. Für das Modell A sind hingegen zwei Ausreißer mit großem Einfluss auf das Modell detektiert worden, die ggf. die Modellbildung verzerren könnten. Aus statistischer Sicht wäre nun für das Modell A eine nähere Untersuchung dieser einflussreichen Beobachtungen von Nöten. Da aber die Überprüfung des Modells B in Bezug auf die Anpassung und die Gültigkeit erfolgreich verlaufen ist, wird auf eine weitere Analyse des Modells A an dieser Stelle verzichtet, da das Modell B eindeutig als das bessere erachtet wird. Die folgende Funktion zeigt nun das ermittelte Modell B:

$$\ln(Y) = a_1 \cdot \frac{F}{[\text{N}]} + a_2 \cdot \frac{n}{[\text{min}^{-1}]} + a_3 \cdot \frac{t}{[\text{h}]} + a_4 \cdot \left( \frac{F}{[\text{N}]} - 5000 \right) \cdot \left( \frac{t}{[\text{h}]} - 5 \right) + a_5 \cdot \left( \frac{n}{[\text{min}^{-1}]} - 300 \right) \cdot \left( \frac{t}{[\text{h}]} - 5 \right) + a_6 \cdot \left( \frac{t}{[\text{h}]} - 5 \right)^2 + b \quad (5.17)$$

Mit: $Y$ in [%]	$a_2 = 0,00486484$	$a_4 = 0,00007766$	$a_6 = -0,0351243$
$a_1 = 0,0009708$	$a_3 = 0,25121539$	$a_5 = 0,00200316$	$b = -3,6536226$

Eingesetzt ergibt sich daraus:

$$\begin{aligned} \ln(Y) = & 0,0009708 \cdot \frac{F}{[\text{N}]} \\ & + 0,00486484 \cdot \frac{n}{[\text{min}^{-1}]} \\ & + 0,25121539 \cdot \frac{t}{[\text{h}]} \\ & + 0,00007766 \cdot \left( \frac{F}{[\text{N}]} - 5000 \right) \cdot \left( \frac{t}{[\text{h}]} - 5 \right) \\ & + 0,00200316 \cdot \left( \frac{n}{[\text{min}^{-1}]} - 300 \right) \cdot \left( \frac{t}{[\text{h}]} - 5 \right) \\ & - 0,0351243 \cdot \left( \frac{t}{[\text{h}]} - 5 \right)^2 \\ & - 3,6536226 \end{aligned} \quad (5.18)$$

Wie aus der oberen Gleichung erkennbar ist, besteht die Funktion aus den drei Einzelfaktoren Normalkraft  $F$ , Drehzahl  $n$  und Belastungsdauer  $t$ , aus zwei Faktorwechselwirkungen ( $F \cdot t$ ,  $n \cdot t$ ) und aus einem quadratischen Term für die Belastungsdauer  $t$ . Die Koeffizienten  $a_1$  bis  $a_6$  sowie der  $y$ -Achsenabschnitt  $b$  sind die während der Regression ermittelten Werte. Die Vari-



ables jedes Terms wurden durch ihre Signifikanz ermittelt und ins Modell aufgenommen. Die einzigen Vorgaben zur Regression hinsichtlich der Einflussfaktoren waren:

- maximal quadratische Terme der Einzelfaktoren
- Wechselwirkungen nur aus linearen Faktoren

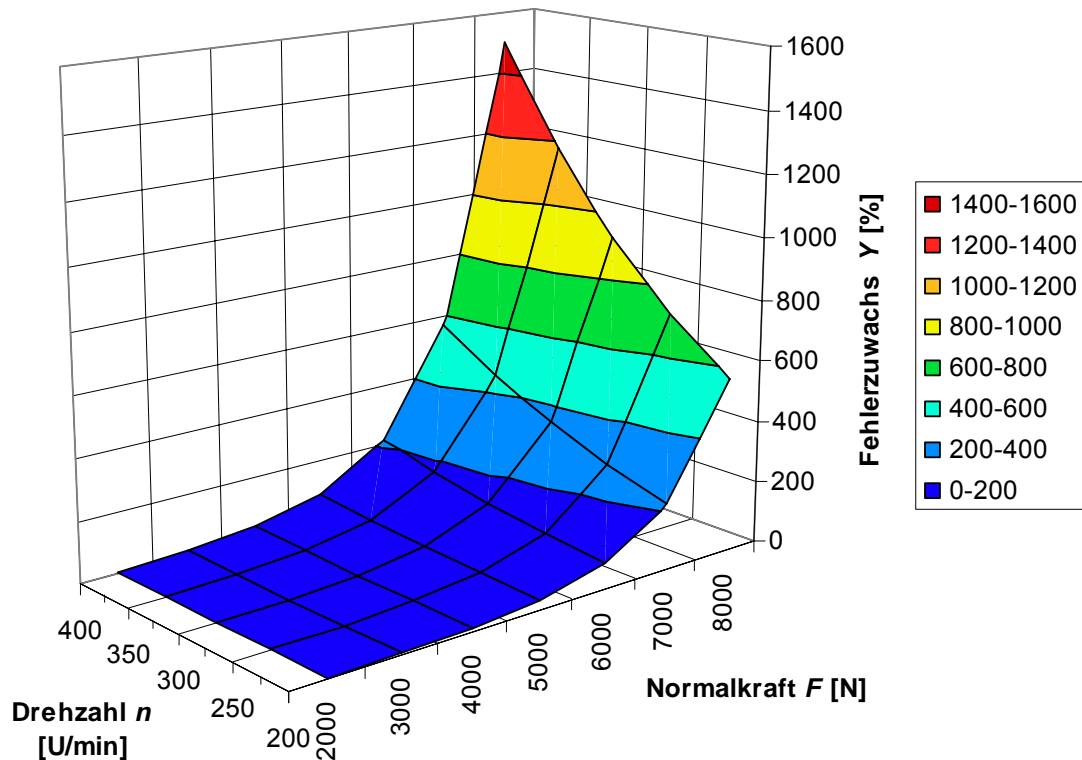
Höherwertige Terme wurden als Einflussfaktoren aus zwei Gründen ausgeschlossen: Zum Einen wären mehr Versuche notwendig gewesen, und zum Anderen sind aus physikalischer Sicht Gesetzmäßigkeiten dieser Art höchst selten.

Eine Eigenschaft von empirisch ermittelten Modellen ist, dass sie häufig nicht konsistent in Bezug auf Maßeinheiten sind. Die Einflussfaktoren haben alle unterschiedliche Einheiten, hingegen wird die Zielgröße in Prozent angegeben. Aus diesem Grund werden den Modellkoeffizienten entsprechende Einheiten zugeordnet, so dass die einzelnen Terme addiert werden können und sich so die gewünschte Einheit für die Zielgröße ergibt.

## 5.6 Ergebnisinterpretation

Anhand der zuvor ermittelten Gleichung lässt sich nun der natürliche Logarithmus des prozentualen Flächenzuwachses einer Fehlstelle bei einer bestimmten Normalkraft, einer bestimmten Geschwindigkeit und einer bestimmten Belastungsdauer berechnen. Bei der Verwendung des ermittelten Schädigungsmodells ist zu beachten, dass für jeden Anwendungsfall überprüft werden muss, ob es den vorhandenen Randbedingungen genügt. Nicht mehr gültig ist z. B. das Modell, wenn die Einstellwerte der Faktoren die Extremwerte des für die Modellfindung verwendeten Werte über- bzw. unterschreiten. Eine Eigenart von Modellen, die durch statistische Methoden entwickelt worden sind, ist, dass sie wie bereits zuvor erwähnt, nur für den Wertebereich gültig sind, d. h. sie nicht extrapoliert werden dürfen.

Aus dem ermittelten Schädigungsmodell lassen sich nun zur Veranschaulichung der Ergebnisse Diagramme ableiten, die den Fehlerfortschritt abhängig von den Parametern abbilden. Da bei den experimentellen Untersuchungen in den Hauptversuchen und bei der Modellbildung drei Faktoren berücksichtigt worden sind, muss bei der Darstellung der Ergebnisse in den Diagrammen jeweils ein Parameter konstant gehalten werden. Die **Abbildung 5.11** zeigt exemplarisch eine dreidimensionale Darstellung des Fehlerzuwachses abhängig von der Drehzahl  $n$  und der Normalkraft  $F_N$  nach einer Belastungszeit von 5 Stunden. Deutlich zu erkennen ist ein extremer Anstieg des Schädigungsfortschrittes bei einer hohen Normalkrafteinwirkung.

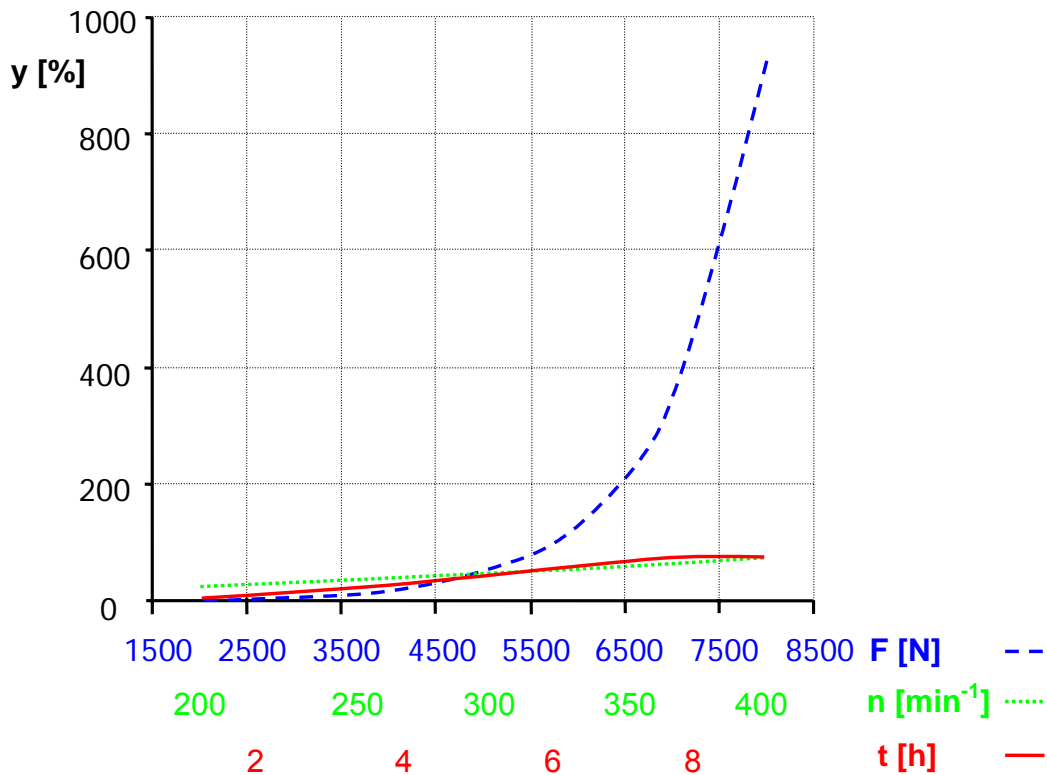


*Abbildung 5.11:* Dreidimensionale Darstellung des zu erwartenden Fehlerzuwaches abhängig von der Normalkraft  $F_N$  und der Drehzahl  $n$  nach einer Belastungszeit von 5 Stunden

Für den Anwender besser lesbar ist die Darstellung der Ergebnisse in zweidimensionalen Diagrammen. Auch hier muss wiederum jeweils ein Faktor konstant gehalten werden. In diesen Fällen ist jeweils der mittlere Wert, d. h. bezogen auf den CCD-Plan des Versuchsplans der Zentralpunkt, gewählt worden. Der zweite Faktor, der nicht auf der  $x$ -Achse dargestellt ist, kann in Stufen als Kurvenschar dargestellt werden. Diese Diagramme in allen möglichen Kombinationen sind im Anhang dieser Arbeit in **Abbildung 8.1** bis **Abbildung 8.7** dargestellt. Bei der Betrachtung dieser Diagramme ist zu beachten, dass die  $y$ -Achse jeweils auf den Wertebereich skaliert ist. So beträgt das Fehlerwachstum in **Abbildung 8.3** bei einer maximalen Belastung fast 4000%, während in **Abbildung 8.5** lediglich ein maximaler Zuwachs des Fehlers von knapp 90% zu erwarten ist.

Für eine bessere Vergleichbarkeit der untersuchten Parameter untereinander sind in **Abbildung 5.12** die Parameter Kraft, Drehzahl und Belastungszeit in einem Diagramm gegenübergestellt. Dabei nehmen wiederum die jeweiligen beiden anderen Parameter mittlere Werte an. Auffallend ist der überproportional große Einfluss der Normalkraft auf die Zielgröße verglichen mit den anderen Parametern, der Belastungszeit und der Drehzahl. Des Weiter-

ren ist zu beobachten, dass der Fehlerzuwachs hin zu hohen Belastungen durch die Normalkraft exponentiell ansteigt. Die Drehzahl hingegen hat nur einen geringeren Einfluss auf den Fortschritt der Ablösungen, dessen Anstieg in etwa mit dem proportionalen Anstieg der Überrollungen pro Zeit zurückzuführen ist. Des Weiteren verläuft die Funktion der Drehzahl weitgehend linear. Bei einer Verdopplung der Geschwindigkeit erhöht sich der Fehlerfortschritt in etwa auch auf das Doppelte.



**Abbildung 5.12:** Gegenüberstellung der untersuchten Parameter, wenn die jeweiligen nicht dargestellten Werte einen konstanten, mittleren Wert annehmen

Für den praktischen Einsatz ist aus diesen Ergebnissen abzuleiten, dass bei der Auslegung von Radsystemen in transporttechnischen Einheiten die maximal möglichen Belastungen von Schwerlaststrädern um ein gewisses Maß reduziert werden sollten. Bei einer möglichen kleinen Vorschädigung wird so bereits bei einer geringen Reduzierung der Radlast das Risiko eines Fortschreitens der Vorschädigungen bis hin zur vollständigen Ablösung und damit Ausfall des Rades und folglich des ganzen Systems stark reduziert. Aus dem dargestellten Diagramm wird deutlich, dass durch eine Reduktion der Last um 25 % von 8000 N auf 6000 N der Ablösungsfortschritt nach 5 h Belastungszeit bei einer Drehzahl von  $300 \text{ min}^{-1}$  von ca. 900 % auf ca. 100 % reduziert werden kann und somit die Ausfallwahrscheinlichkeit stark verringert bzw. die Lebensdauer extrem verlängert werden kann.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit ist auf Basis experimenteller Untersuchungen ein Schädigungsmodell entwickelt worden, das den Ablösungsprozess der Polyurethanbandage von der metallischen Nabe in der Teilfuge von Schwerlasträdern beschreiben kann. Dabei sind Einflussfaktoren für ein Fortschreiten eines Fehlers in einem vorgeschädigten Rad identifiziert und quantifiziert worden.

Auf dem Gebiet von Rädern aus polymeren Werkstoffen mit visko-elastischen Eigenschaften existieren zahlreiche Untersuchungen, die Aussagen über den Spannungs- und Temperaturzustand eines Rades in der Kontaktfläche zur Fahrbahn, im Inneren der Bandage und in der Teilfuge zwischen Bandage und Radnabe treffen. Auch Schädigungsarten, wie die dynamische Überbeanspruchung oder der Verschleiß von Rädern mit polymeren Laufflächen, sind Bestandteil diverser Veröffentlichungen.

Die anforderungsgerechte Auslegung von Schwerlasträdern im Einsatz von logistischen Anlagen erfolgte bisher nur mit Hilfe von Erfahrungswerten oder Grobauslegungs-Formeln, die auf Erfahrungswerten beruhen. Diese Grobauslegung berücksichtigt ausschließlich eine dynamische Belastbarkeit im Hinblick auf ein thermisches Versagen. Andere Schädigungsarten, wie die Bandagenablösung, werden dabei nicht berücksichtigt.

Erstmalig wird durch diese Arbeit ein Beitrag geleistet, Aufschlüsse über den Schädigungsprozess der Bandagenablösung bei Schwerlasträdern zu geben. Die vorliegende Arbeit bildet somit einen Ausgangspunkt, um Randbedingungen zu erkennen, die zu dieser u. U. folgenschweren Schädigung von Rädern in logistischen Anlagen führen. Bisher existierten keinerlei Erkenntnisse sowohl aus theoretischer, als auch aus praktischer Sicht über Einflussfaktoren, die ein Fortschreiten von Delaminationen in der Grenzschicht von Polyurethanelastomeren und Metallen bedingen, so dass dem entwickelten Schädigungsmodell ein hoher Stellenwert zukommt.

Bei der Auslegung von Anlagen mit diesen Schwerlasträdern können nun die ermittelten Randbedingungen berücksichtigt werden, was die Gefahr eines vollständigen Versagens des Rades durch eine Bandagenablösung minimiert. Darüber hinaus gestattet weiterhin die Anwendung des Modells für den Ablösungsprozess der Polyurethanbandage eines vorgeschädig-

ten Schwerlastrades, abhängig vom dem aktuellen Zustand des vorliegenden Rades eine Abschätzung der noch vorhandenen Lebensdauer im praktischen Einsatz zu machen.

Für die Beobachtung des kontinuierlichen Ablösungsfortschritts in der Teilfuge des Rades während der experimentellen Untersuchung bedarf es einer zerstörungsfreien Prüfmethode. Hier hat sich die Ultraschall-Tauchtechnik nach entsprechender Parametereinstellung bewährt.

Um ein Fortschreiten einer Ablösung verlässlich erkennen zu können, sind speziell für diese Untersuchungen Räder mit Vorschädigungen definierter Größe und Form als Fehlerkeime hergestellt worden. Des Weiteren ist im Rahmen dieser Arbeiten ein Versuchsstand entwickelt worden, der eine Einstellung aller notwendigen Parameter ermöglicht und alle Messgrößen wie Kräfte, Temperaturen und Geschwindigkeiten permanent erfassen und aufzeichnen kann.

Für die Planung und Auswertung der experimentellen Untersuchungen sind unterschiedliche statistische Methoden angewendet worden. Um die aufwendigen statistischen Methoden handhabbarer zu machen, ist eine spezielle Statistiksoftware verwendet worden, in der viele Planungs- und Auswertroutinen implementiert sind.

Zunächst sind durch so genannte Screening-Versuche von einer Vielzahl von potentiellen Einflussfaktoren diejenigen ausgewählt worden, die einen signifikanten Einfluss auf das Fehlerfortschreiten haben. Neben den reinen Einflussfaktoren werden hier auch die Wechselwirkungen der einzelnen Faktoren mit berücksichtigt.

In einem weiteren Schritt sind die identifizierten Einflussfaktoren in den Hauptversuchen genauer geprüft worden. Dabei sind auch nichtlineare Zusammenhänge mit untersucht worden. Dazu ist ein so genannter „zentral zusammengesetzter Versuchsplan“ (kurz CCD-Plan) verwendet worden.

Mit Hilfe der Statistiksoftware ist auf der Basis der aus den experimentellen Untersuchungen hervorgegangenen Ergebnisse eine Regressionsanalyse durchgeführt worden, aus der das Schädigungsmodell entstanden ist. Bei der Auswertung ergaben sich alternative Auswertungsmöglichkeiten, aus denen unterschiedliche Regressionsmodelle ermittelt werden konnten.

Um das am besten angepasste und gleichzeitig nicht zu komplexe Modell auszuwählen sind unterschiedliche, aus der Literatur empfohlene Bewertungskriterien herangezogen worden.

Das am besten auf die experimentellen Daten angepasste Modell muss nicht unbedingt die Realität am besten darstellen. Fehler in der Versuchsdurchführung oder in den Annahmen können das Regressionsmodell verfälschen. Aus diesem Grund sind über die Regressionsanalyse hinaus die ermittelten Modelle auf ihre Gültigkeit hin untersucht und bewertet worden.

Aus dem ermittelten Schädigungsmodell sind Diagramme abgeleitet worden, aus denen abhängig von Randbedingungen der Schädigungsverlauf vorhersagbar ist. Bei der Auswertung der Ergebnisse zeigte sich insbesondere der große Einfluss der Normalkraft auf den Schädigungsfortschritt. Verglichen damit ist der Einfluss der Geschwindigkeit verhältnismäßig gering und geht lediglich proportional ein, was linear auf die Erhöhung der Überrollungen bei einer Steigerung der Drehzahlen zurückzuführen ist. Somit sind wichtige Anhaltspunkte für Anwender von Anlagen mit Schwerlastträgern geschaffen worden, die Hinweise auf eine mögliche Bandagenablösung geben.

In dem Bereich von Rädern aus polymeren Werkstoffen besteht in der Zukunft sicherlich weiterhin Bedarf, Forschungsaktivitäten zu betreiben. Weitere Richtlinien für Konstrukteure von logistischen Anlagen wären notwendig, um Rollen und Räder belastungsgerecht einzusetzen. So existieren zur Zeit für die Auslegung von Schwerlastträgern nur grobe Auslegungsförmeln, die sich auch nur auf nicht angetriebene Räder beziehen. Wünschenswert wären Auslegungskennwerte, die auch ein Antriebsmoment bei der Auslegung von Radsystemen mit berücksichtigen, um sie hinsichtlich ihrer Lebensdauer optimal einsetzen zu können.

Auch im Bereich der Bindungsproblematik von Elastomeren an starren Körpern besteht weiterhin Forschungsbedarf. Zu nennen ist hier z. B. die Prüftechnik. Für eine Erkennung von Ablösungen der Elastomerschicht von metallischen Körpern hat sich die vorhandene Ultraschallprüftechnik bewährt. Diese ist allerdings nur in der Lage, vollständige Ablösungen zu detektieren. Wünschenswert wäre ein Verfahren, das auch Bereiche erkennen kann, die zwar eine Anbindung haben, aber eine nur z. B. durch Fehler in der Produktion verminderte Haftungsqualität aufweisen.

---

## 7 Literaturverzeichnis

- [bay92a] N. N.: Bayer AG, Geschäftsbereich PU, Anwendungstechnik Elastomer, Anwendungstechnische Informationen, Prüfungen an Radbelägen aus Vulkollan und seinen Wettbewerbssystemen. Leverkusen 1992.
- [bay92b] N. N.: Bayer AG, Geschäftsbereich PU, Spraying and reinforcement. Leverkusen 1992.
- [bay98] N. N.: Bayer AG, Vulkollan, Polyurethan-Elastomere auf Basis Desmodur 15 für höchste mechanische und dynamische Beanspruchung. Firmenschrift Bayer AG Geschäftsbereich Polyurethane, Ausgabe 10, Leverkusen 1998.
- [bei86] Beiersdorf, W.-D.: Bindung von Giess-Polyurethan-Elastomeren mit dem Haftmittelsystem Chemosil 1900 / Chemosil 5900. Symposium (Veranstalter Henkel KgaA), Swiss Plastics 8, Nr. 10, 1986, S. 49-56.
- [bli00] N. N.: Blickle, H. GmbH u. Co. KG, Gesamt Katalog. Rosenfeld 2000.
- [boh98] Böhm, F.; Knothe K. (Hrg.): Hochfrequenter Rollkontakt der Fahrzeugräder, Ergebnisse aus dem gleichnamigen Sonderforschungsbereich an der TU Berlin. Deutsche Forschungsgemeinschaft, Wiley-VCH, 1998.
- [bon85] Bonfiglio, D. J.: Adhesion troubleshooting in molded rubber products. Kautschuk Gummi Kunststoffe 38, 1985, S. 105-107.
- [buf61] Bufler, H.: Beanspruchung und Schlupf beim Rollen elastischer Walzen. Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens 27, Nr. 4, 1961, S. 121 – 126.
- [bus94] Busse, G.: Verkleben von Oberflächenschutzwerkstoffen aus Gummi auf metallischen Untergründen. Gummi Asbest Kunststoffe 47, 1994, S. 797-804.
- [coo92] Cook, R. D.; Weisberg, S.: Residuals and Influence in Regression. Chapman & Hall, London 1992.

- 
- [dei98] DIN EN ISO 12944-4: Korrosionsschutz von Stahlbauten durch Beschichtungssysteme, Arten von Oberflächen und Oberflächenvorbehandlung. Europäische Norm, Beuth Verlag, Berlin, Köln 1998.
- [den99a] DIN EN 12526: Räder und Rollen, Vokabular, empfohlene Formelzeichen und mehrsprachiges Wörterbuch. Europäische Norm, Beuth Verlag, Berlin, Köln 1999.
- [den99b] DIN EN 12527: Räder und Rollen, Prüfverfahren und Geräte. Europäische Norm, Beuth Verlag, Berlin, Köln 1999.
- [den99c] DIN EN 12533: Räder und Rollen, Schwerlastrollen für eine Geschwindigkeit über 1,1 m/s (4 km/h) und bis zu 4,4 m/s (16 km/h). Europäische Norm, Beuth Verlag, Berlin, Köln 1999.
- [din90a] DIN 53531-1: Prüfung von Kautschuk und Elastomeren, Bestimmung der Haftung zu starren Materialien. Teil 1 Prüfung mit einer Platte, Deutsche Norm, Beuth Verlag, Berlin, Köln 1990.
- [din90b] DIN 53531-2: Prüfung von Kautschuk und Elastomeren, Bestimmung der Haftung zu starren Materialien. Teil 2 Prüfung zwischen Zylindern mit kegeligen Enden, Deutsche Norm, Beuth Verlag, Berlin, Köln 1990.
- [dis91] DIN ISO 1827: Bestimmung des Schubmoduls oder der Haftung zu starren Platten, Beuth Verlag, Berlin, Köln 1991.
- [dis97] DIN ISO 813: Kautschuk und Elastomere – Bestimmung der Haftung zu starren Materialien – 90° Schälverfahren, Beuth Verlag, Berlin, Köln 1997.
- [dom88] Domininghaus, H.: Die Kunststoffe und ihre Eigenschaften. 3. Neubearbeitete Auflage, VDI-Verlag, Düsseldorf 1988.
- [dra98] Draper, N.; Smith, H.: Applied Regression Analysis. John Wiley & Sons, Inc., New York 1998.
- [ehr99] Ehrenstein, G. W.: Polymer-Werkstoffe, Struktur – Eigenschaften – Anwendung. 2. Völlig überarbeitete Auflage, Carl Hanser Verlag, 1999.



- [erh74] Erhard, G.; Strickle, E.: Maschinenlemente aus thermoplastischen Kunststoffen. Band 1 Grundlagen und Verbindungselemente, VDI-Verlag, Düsseldorf 1974.
- [erh85] Erhard, G.; Strickle E.: Maschinenlemente aus thermoplastischen Kunststoffen. Band 2 Lager und Antriebslemente, 2. Auflage, VDI-Verlag, Düsseldorf 1985.
- [esh06] N.N.: Engineering Statistics Handbook. <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35a.htm> 07/2006.
- [hag97] Hager, M.; Will, F.: Prüfstand für Kunststoffräder ermöglicht Fahrwiderstandsmessung. Maschinenmarkt, Würzburg 1997.
- [ham97] Hammele, W.: Ermittlung der elastischen und viskoelastischen Kennwerte von Polymerwerkstoffen durch Rollkontaktversuche. VDI Fortschritt-Bericht, Reihe 5, Nr. 492, VDI-Verlag, Düsseldorf 1997.
- [har87] Hartig: Herstellung von Rollen mit Vulkolanbandage. Unveröffentlichte Aufzeichnungen von Bayer, Leverkusen 1987.
- [her81] Hertz, H.: Über die Berührung fester elastischer Körper. J. reine und angew. Math. 92, 1881, S. 156-157.
- [hil88] Hills, D. A; Nowell, D.: Tractive Rolling of Tyred Cylinders. Int. J. Mech. Sci. 30, No. 12, 1988, S. 945-957.
- [his92] Hiss, F.; Knothe, K.; Wang, G.: Stationärer Rollkontakt für Walzen mit viskoelastischen Bandagen. Konstruktion 44, 1992, S. 105 – 112.
- [ilm06] N.N.: ILMES - Internet-Lexikon der Methoden der empirischen Sozialforschung. <http://www.lrz-muenchen.de/~wlm/ilmes.htm>, München 2006
- [iso93] ISO18279: Bestimmung des Schubmoduls oder der Haftung zu Starren Platten. Deutsche Norm, Beuth Verlag, Berlin 1993.
- [jmp02] N.N.: JMP - Statistics and Graphics Guide. Version 5. SAS Institute, 2002

- 
- [kal90] Kalker, J. J.: Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 1990.
- [kle03] Kleppmann, W.: Taschenbuch Versuchsplanung. Verlag Carl Hanser, 3. Auflage, München, Wien 2003.
- [kle67] Klement, G.: Einfluß der Metallvorbehandlungsverfahren auf die Gummi-Metall-Bindung. Kautschuk Gummi Kunststoffe 20, 1967, S. 462-465.
- [kle71] Klement, G.: Gummi/Metall-Bindung - Untersuchung der Grenzfläche Metall/Bindemittel. Gummi Asbest Kunststoffe 5, 1971, S. 430-444.
- [kno89] Knothe, K.; Wang G.: Zur Theorie der Rollreibung zylindrischer Kunststofflaufräder. Konstruktion 41, 1989, S. 193 - 200.
- [küh90] Kühlken B.: Mechanisches und thermisches Verhalten von Kunststoffrädern in Abhängigkeit der Normalkraft und Rollgeschwindigkeit. VDI-Fortschrittberichte Reihe 1, Konstruktionstechnik / Maschinenelemente Nr. 190, VDI-Verlag, 1990.
- [kün01] Künne, B.: Einführung in die Maschinenelemente, Gestaltung, Berechnung, Konstruktion. 2. überarbeitete Auflage, Teubner Verlag, Stuttgart 2001.
- [kün03] Künne, B.; Mehlan, V.; Langenohl, A.: Heavy Load Rollers in Logistic Systems. Acta Polytechnica - Journal of Advanced Engineering, Vol. 43, No. 4, Prag 2003, S. 23 - 26.
- [kün03a] Künne, B.: Köhler/Rögnitz, Maschinenteile 1. 10. Auflage, B. G. Teubner Verlag, Wiesbaden 2007.
- [kün04] Künne, B.; Langenohl, A.: Damage Mechanisms of Heavy Load Wheels in Logistic Applications. Proceedings of the 8th International Design Conference DESIGN 2004, S. 1295 – 1302.
- [kün04a] Künne, B.: Köhler/Rögnitz, Maschinenteile 2. 9. Auflage, B. G. Teubner Verlag, Wiesbaden 2004.

- 
- [kün04a] Künne, B.; Mehlan, V.; Langenohl, A.: Rollen unter Schwerlast. Maschinenmarkt - Das IndustrieMagazin, Ausgabe 6, Februar 2004, S. 20 – 23.
- [kün04b] Künne, B.; Langenohl, A.; Albus, S.: Höchstleistung auch im Grenzbereich. Maschinenmarkt - Das IndustrieMagazin, Ausgabe 41, Oktober 2004, S. 42 – 47.
- [kün04b] Künne, B.; Willms, U.: Konstruktionstabellen. 1. Auflage, Schlembach-Verlag, J. Schlembach, Wilburgstetten 2004.
- [kün04c] Künne, B.; Mehlan, V.; Langenohl, A.: Verschleißuntersuchungen an Schwerlastrollen unter Einwirkung von Zwischenstoffen. URL: <http://www.logistics.de>, 2004.
- [lüt84] Lütkebohle, H.: Roll- und Wälzreibung zylindrischer Räder aus thermoplastischen Kunststoffen. Dissertationsschrift TU Berlin 1984.
- [meh03] Mehlan, V.: Experimentelle Verschleißuntersuchungen von angetriebenen Polyurethanrädern unter Einwirkung von Zwischenstoffen. Dissertationsschrift, Maschinenelemente-Verlag, Dortmund 2003.
- [möh93] Möhler, P.: Lokale Kraft- und Bewegungsgrößen in der Berührungsfläche zwischen Kunststoffrad und Stahlfahrbahn. VDI-Fortschrittberichte Reihe 1, Konstruktionstechnik / Maschinenelemente, Nr. 228, VDI-Verlag, 1993.
- [net01] Netzelmann, G.; Walle, G.; Wolter, B.; Sklarczyk, C.; Maisl, M.: Prüfen von Elastomeren mit Hilfe neuer zerstörungsfeier Prüfverfahren. Kautschuk und Gummi Kunststoffe 54, 2001, S. 586-591.
- [net96] Neter, J.; Kutner, M.; Nachtsheim, C.; Wassermann, W.: Applied Linear Statistical Models. Boston 1996.
- [nit83] Nitzsche, C. H.: Haftung von Kautschuk an Metall und Kunststoffe – Einflüsse durch Werkstoffe, deren Form und Oberflächenbehandlung. Kautschuk und Gummi Kunststoffe 36, 1983, S. 572-576.

- 
- [pla00] Plate, P.: Polyurethan-Elastomere in der Praxis. Kunststoffe, Jahrgang 90, 2000, S. 87 – 92.
- [pla02] Plate, P.; Sting, T.: Das Gesamtsystem im Auge behalten. Teil 1, Fördern und Heben 52, 2002, Nr. 4, S. 212 - 215.
- [qia97] Qiao, L.: Beanspruchung und Wärmeentwicklung in rollenden Rädern aus viskoelastischen Werkstoffen. VDI-Fortschrittberichte Reihe 1, Konstruktions-technik / Maschinenelemente Nr. 289, VDI-Verlag, 1997.
- [räd00] N.N.: Räder-Vogel GmbH & Co. Katalog 2000, Hamburg 2000.
- [sen90] Sen, A.; Srivastava, M.: Regression Analysis. Springer Verlag, 1990.
- [sev02] Severin, D.; Liu, X.: Beanspruchung in der Teilfuge rollender Räder, bestehend aus einer Stahlnabe und einer Kunststoffbandage. DFG- Forschungsvorhaben, TU Berlin 2002.
- [sev85] Severin, D.; Lütkebohle, H.: Rollreibung zylindrischer Laufräder aus Kunststoff. Konstruktion 37, 1985, S. 177 – 184.
- [sev86] Severin, D.; Lütkebohle, H.: Wälzreibung zylindrischer Räder aus Kunststoff. Konstruktion 38, 1986, S. 173 - 179.
- [sev89a] Severin, D.: Betriebsfestigkeitsuntersuchungen an thermoplastischen Kunststoffrollen bis 125 mm Durchmesser. Institut für Fördertechnik und Getriebe-technik TU Berlin, Forschungsbericht 1989.
- [sev89b] Severin, D.; Hammele, W.: Zur Kraftübertragung zwischen Kunststoffrad und Stahllaufbahn. Teil 1 und 2, Konstruktion 41, 1989, Teil 1 S. 123 – 129, Teil 2 S. 163 – 171.
- [sev91] Severin, D.; Kühlken, B.: Tragfähigkeit von Kunststoffrädern unter Berücksichtigung der Eigenerwärmung. Teil 1 und 2, Konstruktion 43, 1991, Teil 1 S. 65 – 71, Teil 2 S. 153 – 160.

- 
- [sev93] Severin, D.; Qiao, L.; Hammele, W.: A Finite Element Solution for the Three-dimensional Contact Problem of Polymer-covered Rollers. FEM Today and the Future, edited by John Robinson Seventh World Congress on Finite Element Methods, Monte Carlo 1993, S. 223-229.
- [sev94] Severin, D.; Hammele, W.; Qiao, L.: Die quasi-elastische Berechnung viskoelastischer Rollkörper. Forschung im Ingenieurwesen Bd. 60, 1994, S. 110 - 119.
- [sev96] Severin, D.; Qiao, L.: The thermomechanical calculation of polymer roller with finite element method. Civil-Comp Press, Edinburgh 1996, S. 73 – 77.
- [sev99a] Severin, D.: Beachtenswerte Besonderheiten des Kunststoffrades beim Einsatz in Materialflusssystemen. Vortrag 7, Kranfachtagung, TU Berlin 1999.
- [sev99b] Severin, D.; Liu, X.: Zum Rad-Schiene-System in der Fördertechnik – Berechnung und beanspruchungsgerechter Einsatz von Kunststoffrädern. Dhf 5/99, 1999, S. 40 – 46.
- [sev99c] Severin, D.; Liu, X.; Tromp, S.: Das Kunststoffrad als Antriebselement in Fördersystemen. 7. Kranfachtagung, TU Berlin 1999.
- [sev99d] Severin, D.; Liu, X.: Möglichkeiten und Grenzen der Übertragbarkeit von elastischen Rollenpaarungen gewonnener Erkenntnisse auf Kunststoffräder. Vortrag auf der GAMM, Metz 1999.
- [sne94] Schnell R.: Graphisch gestützte Datenanalyse. R. Oldenbourg Verlag GmbH, München 1994.
- [sta00] Stahel W. A.: Statistische Datenanalyse. Vieweg Verlag, Braunschweig, Wiesbaden 2000.
- [sür86] Schürmann, K.: Bindung von gieß- und walzbaren Polyurethanelastomeren an Metallen und Kunststoffen, Vorbehandlung von Metallen und Kunststoffen. Separatausdruck aus Swiss Plastics 8, Nr. 10, 1986, S. 40-46.

- 
- [sür99] Schürmann, K.: Bindung von Elastormischungen an Metallen. Gummi, Fasern, Kunststoffe, Band 52, Heft 9, 1999, S. 643-648.
- [uhl01] Uhling, K.: Polyurethan Taschenbuch. Carl Hanser Verlag, 2. Auflage, München, Wien 2001.
- [vdi94] N. N.: VDI (Hrsg.): Gummi Metallverbindungen. Kunststofftechnik, VDI-Verlag, Düsseldorf 1994.
- [vdi98] N. N.: VDI 2225 Blatt 3: Konstruktionsmethodik – Technisch-wirtschaftliches Konstruieren – Technisch-wirtschaftliche Bewertung. 1998.
- [wan88] Wang, G.; Knothe, K.: Theorie und numerische Behandlung des allgemeinen rollenden Kontaktes zweier viskoelastischer Walzen. VDI-Fortschrittberichte Reihe 1, Konstruktionstechnik / Maschinenelemente, Nr. 165, VDI-Verlag, 1988.
- [wan91] Wang, G.: Rollkontakt zweier viskoelastischer Walzen mit coulombscher Reibung. Dissertationsschrift, TU Berlin 1991.
- [wan93] Wang, G.; Knothe, K.: Stress analysis for rolling contact between two viscoelastic cylinders. Transactions of the ASME, Vol. 60, 1993.
- [whi90] Whitehouse S.: Bonding castable and millable urethane. Glen Ellyn 1990.
- [wic93] N. N.: Wicke GmbH & Co. KG, Katalog Räder und Rollen. Sprockhövel 1993.
- [wil95] Wilhelm, W.: A practical look at adhesives for casting urethanes to metal. PMA, Polyurethane Manufacturers Association, Glen Ellyn 1995.

## 8 Anhang

### Verwendete Formelzeichen:

Zeichen	Einheit	Bedeutung
+/-		Eckpunkte des Würfels (größter Wert, kleinster Wert)
$A$	$\text{mm}^2$	Fläche
$A/a$		Sternpunkt (größter Wert, kleinster Wert)
$A_0$	$\text{mm}^2$	Ausgangsfläche
$A_B$	$\text{mm}^2$	Fläche nach der Belastung
$A_{FS}$		Anfangsgröße der Fehlstelle
$a$		Koeffizient der Regression
$a_H$	$\text{mm}^2$	halbe Kontaktfläche
$a$		Achsenabschnitt des Regressionsmodells
$\alpha$		Signifikanzstufe
$\alpha$		Wahrscheinlichkeit
$B$	mm	Radbreite
$B_T$	mm	Teilfugenbreite
$b$		y-Achsenabschnitt
$\beta$		Koeffizient des Regressionsmodells
$C_p$		Bewertungskriterium für Regressionsmodell nach Mallows
$D$	mm	Durchmesser
$D_i$		<i>Cooks</i> distance
$E$		Statischer Fehler bei Regression
$E$		Erfüllungsgrad
$E$	$\text{N/mm}^2$	Elastizitätsmodul
$E_{\text{Ersatz}}$		Ersatz-Elastizitätsmodul
$e$		Angriffspunkt
$\varepsilon$		Emissionsgrad
$F$	N	Kraft
$F_L$		Modifizierte Levenen Test
$F_N$	N	Normalkraft
$F_z$	N	Kraft in z-Richtung
$\Delta\varphi$	°	Winkelabweichung der Spannungsspitze von der Normalen
$f$		Kraftschlussbeiwert
$G$		Gewichtungsfaktor
$g$	$\text{g/24h}$	Verschleiß
$H$	mm	Bandagendicke
$h$		Funktion zwischen Ausgangsgröße und Zielgröße bei Regression
$i$		Anzahl der Beobachtungen bei Regression
$k$		Anzahl der Einflussfaktoren

$k$		Anzahl der Faktorstufenkombinationen des Versuchsplans
$L$	mm	Fehlstellenlage vom Rand
$\lambda$		Glättungsfaktor bei Spline
$M$	Nm	Drehmoment
$m$		Anzahl der Faktorstufenkombinationen
$\mu$		Reibungskoeffizient
$N$		Anzahl von Versuchsrädern
$n$	1/min	Drehzahl
$n$		Anzahl der Beobachtungen
$n$		Anzahl der Messwerte der gesamten Untersuchung
$\omega$	1/s	Winkelgeschwindigkeit
$P_N$	W	Nennleistung
$p$		Anzahl der Parameter
$p_{\max}$	N/mm <sup>2</sup>	max. Druckspannung
$\pi$		Kreiszahl
$q_\alpha$		Quantil
$R_i$		Residuum
$R^2$		Bestimmtheitsmaß
$R^2_{\text{adj}}$		angepasstes Bestimmtheitsmaß
$R$	mm	Radius
$RSS_p$		Summe der Residuenquadrate eines Modells mit $p$ Parametern
$S$	°	Spur
$SS_E$		Quadratsumme von $Y$
$SS_Y$		Anteil der Regression
$SS_R$		Anteil der Residuen
$s$		Schlupf
$s^2$		Fehlerdurchschnittsquadrat
$\sigma_0$		Druckspannungsverteilung
$\sigma_{\text{RRes}}$		Resultierende Radialspannung
$\sigma_\phi$	N/mm <sup>2</sup>	Normalspannung (tangential)
$\sigma_r$	N/mm <sup>2</sup>	Normalspannung (radial)
$\sigma_v$	N/mm <sup>2</sup>	Vergleichspannung
$\sigma_x$	N/mm <sup>2</sup>	Normalspannung (in $x$ -Richtung)
$\sigma_y / \sigma_{zx}$	N/mm <sup>2</sup>	Normalspannung (in $y$ -Richtung)
$\sigma_z$	N/mm <sup>2</sup>	Normalspannung (in $z$ -Richtung)
$T$	°C	Temperatur
$T_R$	°C	Raumtemperatur
$t$	s	Versuchsdauer bzw. Belastungsdauer
$\tau_{r\phi}$	N/mm <sup>2</sup>	Scherspannung (in Rollrichtung)
$\tau_{rz}$	N/mm <sup>2</sup>	Scherspannung (quer zur Rollrichtung)
$\tau_{xy}$	N/mm <sup>2</sup>	Schubspannung (parallel zur $x$ - $y$ -Ebene)
$\tau_{zx}$	N/mm <sup>2</sup>	Schubspannung (parallel zur $z$ - $x$ -Ebene)



$u_i$		Mahalanobis-Radius, bzw. -Distanz
$\ddot{u}$		Überrollungen
$v$	m/s	Geschwindigkeit
$v_{\text{mess}}$	m/s	gemessene Geschwindigkeit
$\nu$		Querkontraktionszahl
$W$		Wertigkeit
$X$		Ausgangsgröße
$\chi^2_m$		Chi-Quadrat-Verteilung
$x$		Parameter bei Regression
$\bar{x}_i$		Mittelwert der erklärenden Variablen
$Y$	mm <sup>2</sup>	Absoluter Flächenzuwachs
$\bar{Y}$		Zielgröße
$\bar{Y}$		Mittelwert der Zielgröße $Y$
$Y_{1t}$		Flächenzuwachs bezogen auf die Versuchsdauer
$Y_{1n}$		Flächenzuwachs bezogen auf die Anzahl der Überrollungen
$Y_{2t}$		Ersatzdurchmesser bezogen auf die Versuchsdauer
$Y_{2n}$		Ersatzdurchmesser bezogen auf die Anzahl der Überrollungen
$y$		Messwert bei Regression
$Y_i$		Zuwachs [%]
$0$		Zentrumspunkt

### Verwendete Abkürzungen:

Zeichen	Bedeutung
<i>adj</i>	engl. adjusted, angepasst
<i>AIC</i>	Informationskriterium nach Akaike
<i>BMP</i>	Bitmap-Datei (Grafik-Datei)
<i>CAD</i>	Computer Aided Drawing
<i>CCD</i>	Central Composite Design; zentral zusammengesetzter Versuchsplan
<i>cov</i>	Kovarianz
<i>CP-Fehler</i>	cement-primer-Fehler
<i>DFG</i>	Deutsche Forschungsgesellschaft
<i>FE-Methode</i>	Methode der Finiten-Elemente
<i>FSR</i>	full scale range, Ansteuerungsbereich des A/D-Wandlers der Messkarte
<i>FWW</i>	Faktorwechselwirkung
<i>2FWW</i>	Zweifachfaktorenwechsel
<i>3FWW</i>	Dreifachfaktorenwechsel
<i>HDI</i>	Hexamethylen-1,6-diisocyanat
<i>JMP IN</i>	Statistikprogramm (SAS Institute Inc.)
<i>LQW</i>	Lehrstuhl für Qualitätswesen
<i>LSB</i>	least significant bit

---

<i>M-Fehler</i>	Metall-Fehler
<i>MDI</i>	Methylendiphenyldiisocyanat
<i>MSE</i>	en. Mean Squared Error, Mittelwert der Fehlerquadrate
<i>MSTR</i>	Mean Square Treatments, Durchschnittsquadrat der Gruppen
<i>N</i>	normal
<i>NDI</i>	Naphtalindiisocyanat
<i>OH</i>	Wasserstoffhydroxid
<i>PA</i>	Polyamid
<i>PA12</i>	Polyamid 12
<i>PK</i>	Prüfkörper
<i>PMA</i>	Prüfmodul A
<i>POM</i>	Polyoxymethylen
<i>PU / PUR</i>	Polyurethan
<i>Q-Q-plot</i>	Quantil-Quantil-Diagramme
<i>R-Fehler</i>	rubber-Fehler
<i>RC-Fehler</i>	rubber-cement-Fehler
<i>RC-Schicht</i>	rubber-cement-Schicht
<i>SSE</i>	engl. Sum Squared Error, Summe der Fehlerquadrate
<i>TDI</i>	Toluoldiisocyanat
<i>US</i>	Ultraschall
<i>var</i>	Varianz
<i>VDI</i>	Verein deutscher Ingenieure
<i>VIF</i>	Varianzinflationsfaktor
<i>WA</i>	Wegaufnehmer
<i>ZfP</i>	Zerstörungsfreie Prüftechnik

**Tabelle 8.1: Screeningauswertung, Signifikanz**

Screening: Zielgröße Flächenzuwachs pro Zeit - nur 2FWW			
Term	Prob> t	Prob> t	
Intercept	0,00004	99,9996	+++
t	0,000650	99,9350	+++
F	0,015951	98,4049	+
n	0,051437	94,8563	-
S	0,167229	83,2771	-
L[Mitte]	0,979031	2,0969	-
t*F	0,064308	93,5692	-
t*n	0,109629	89,0371	-
t*S	0,340218	65,9782	-
t*L	0,640098	35,9902	-
F*n	0,021673	97,8327	+
F*S	0,004764	99,5236	++
F*L	0,543687	45,6333	-
n*S	0,003153	99,6847	++
n*L	0,336032	66,3968	-
S*L	0,094745	90,5255	-

Screening: Zielgröße Flächenzuwachs pro Zeit - auch 3FWW (Lage weggelassen)			
Term	Intercept	Prob> t	
Intercept	2,281E-07	100,0000	+++
t	0,0001174	99,9883	+++
F	0,0062066	99,3793	++
n	0,0266841	97,3316	+
S	0,1154088	88,4591	-
t*F	0,0352593	96,4741	+
t*n	0,0696416	93,0358	-
t*S	0,285802	71,4198	-
F*n	0,0104921	96,9508	+
F*S	0,0014583	99,8542	++
n*S	0,0016819	99,8318	++
t*F*n	0,0323657	96,7634	+
t*F*S	0,0329033	96,7097	+
t*n*S	0,0043485	99,5651	++
F*n*S	0,0024543	99,7546	++

Screening: Zielgröße Flächenzuwachs pro Überrollung - nur 2FWW			
Term	Prob> t	Prob> t	
Intercept	0,000000	100,0000	+++
t	0,000141	99,9859	+++
F	0,104989	89,5031	-
n	0,067901	93,2099	-
S	0,343777	65,6223	-
L[Mitte]	0,931932	6,8068	-
t*F	0,200831	79,9169	-
t*n	0,136966	86,3034	-
t*S	0,528149	47,1881	-
t*L	0,668396	33,1604	-
F*n	0,020572	97,9428	+
F*S	0,001311	99,8689	++
F*L	0,494997	50,5003	-
n*S	0,003772	99,6228	++
n*L	0,264753	73,5247	-
S*L	0,115930	88,4070	-

Screening: Zielgröße Flächenzuwachs pro Überrollung - auch 3FWW (Lage weggelassen)			
Term	Intercept	Prob> t	
Intercept	0,0000000	100,0000	+++
t	0,0000159	99,9984	+++
F	0,0630096	93,6990	-
n	0,0364337	96,3566	+
S	0,2767697	72,3230	-
t*F	0,1429510	85,7049	-
t*n	0,0896579	91,0342	-
t*S	0,4876781	51,2322	-
F*n	0,0095765	99,0423	++
F*S	0,0002475	99,9753	+++
n*S	0,0019444	99,8056	++
t*F*n	0,0275316	97,2468	+
t*F*S	0,0130995	98,6900	+
t*n*S	0,0035151	99,6485	++
F*n*S	0,0031441	99,6856	++

Screening: Zielgröße Ersatzdurchmesserzuwachs pro Zeit - nur 2FWW

Term	Prob> t	
Intercept	0,000000	100,0000 +++
t	0,000000	100,0000 +++
F	0,001088	99,8912 ++
n	0,193326	80,6674 -
S	0,667584	33,2416 -
L[Mitte]	0,859465	14,0535 -
(t-5,72093)*(F-4023,26)	0,010633	96,9367 +
(t-5,72093)*(n-467,442)	0,248052	75,1948 -
(t-5,72093)*(S-2,23256)	0,750011	24,9989 -
(t-5,72093)*L[Mitte]	0,473674	52,6326 -
(F-4023,26)*(n-467,442)	0,079469	92,0531 -
(F-4023,26)*(S-2,23256)	0,003948	99,6052 ++
(F-4023,26)*L[Mitte]	0,478384	52,1616 -
(n-467,442)*(S-2,23256)	0,000970	99,9030 +++
(n-467,442)*L[Mitte]	0,142363	85,7637 -
(S-2,23256)*L[Mitte]	0,014007	98,5993 +

Screening: Zielgröße Ersatzdurchmesserzuwachs pro Zeit - auch 3FWW (Lage weglassen)

Term	Prob> t	
Intercept	0,000000	100,0000 +++
t	0,000000	100,0000 +++
F	0,000226	99,9774 +++
n	0,1376451	86,2355 -
S	0,6233444	37,6656 -
L[Mitte]	0,8395160	16,0484 -
(t-5,72093)*(F-4023,26)	0,0037655	99,6245 ++
(t-5,72093)*(n-467,442)	0,1871930	81,2807 -
(t-5,72093)*(S-2,23256)	0,7155562	28,4444 -
(t-5,72093)*L[Mitte]	0,4127766	58,7223 -
(F-4023,26)*(n-467,442)	0,0457094	95,4291 -
(F-4023,26)*(S-2,23256)	0,0011029	99,8897 ++
(F-4023,26)*L[Mitte]	0,0004348	99,9565 +++
(n-467,442)*(S-2,23256)	0,1424814	85,7519 -
(n-467,442)*L[Mitte]	0,0263612	97,3639 +
(S-2,23256)*(F-4023,26)	0,0154334	98,4567 +
(S-2,23256)*(n-467,442)	0,0010915	99,8909 ++
(S-2,23256)*(S-2,23256)	0,3410474	65,8953 -
(S-2,23256)*L[Mitte]	0,0008568	99,9143 +++

Screening: Zielgröße Ersatzdurchmesserzuwachs pro Überrollung - nur 2FWW

Term	Prob> t	
Intercept	0,000637	99,9363 +++
t	0,010333	98,9667 +
F	0,470091	52,9909 -
n	0,562044	43,7956 -
S	0,844599	15,5401 -
L[Mitte]	0,940414	5,9586 -
(t-5,81818)*(F-4000)	0,470503	52,9497 -
(t-5,81818)*(n-463,636)	0,698953	30,1047 -
(t-5,81818)*(S-2,18182)	0,959874	4,0126 -
(t-5,81818)*L[Mitte]	0,675886	32,4114 -
(F-4000)*(n-463,636)	0,448764	55,1236 -
(F-4000)*(S-2,18182)	0,104957	89,5043 -
(F-4000)*L[Mitte]	0,719598	28,0402 -
(n-463,636)*(S-2,18182)	0,187984	81,2016 -
(n-463,636)*L[Mitte]	0,427004	57,2996 -
(S-2,18182)*L[Mitte]	0,361076	63,8924 -

Screening: Zielgröße Ersatzdurchmesserzuwachs pro Überrollung - auch 3FWW (Lage weglassen)

Term	Prob> t	
Intercept	0,0017171	99,8283 ++
t	0,0195438	96,0456 +
F	0,5158222	48,4178 -
n	0,6021095	39,7890 -
S	0,8601847	13,9815 -
L[Mitte]	0,5176622	48,2338 -
(t-5,81818)*(F-4000)	0,7316749	26,8325 -
(t-5,81818)*(n-463,636)	0,9546094	4,5391 -
(t-5,81818)*(S-2,18182)	0,5208715	47,9129 -
(t-5,81818)*L[Mitte]	0,1414120	85,8588 -
(F-4000)*(n-463,636)	0,2724880	72,7512 -
(F-4000)*(S-2,18182)	0,4939178	50,6082 -
(F-4000)*L[Mitte]	0,3154437	68,4556 -
(n-463,636)*(S-2,18182)	0,2256162	77,4384 -
(n-463,636)*L[Mitte]	0,1864461	81,3554 -

Tabelle 8.2: Messwerte der Hauptversuchsreihe und Daten zur Ausreißererkenkung von Modell A

Nr.	F [N]	n [min <sup>-1</sup> ]	t [h]	y <sub>i</sub> [%]	Y <sub>i</sub> [%]	R <sub>i</sub>	u <sub>i</sub>	u <sub>i</sub> <sup>2</sup>	D <sub>i</sub>
1	5000	300	5	32,00	73,34	-41,34	0,881	0,776	0,00174
2	5000	300	5	64,63	73,34	-8,71	0,323	0,104	0,00008
3	5000	300	5	53,95	73,34	-19,39	0,477	0,228	0,00038
4	5000	300	5	87,93	73,34	14,59	0,401	0,161	0,00022
5	5000	300	5	60,29	73,34	-13,05	0,378	0,143	0,00017
6	5000	300	5	35,38	73,34	-37,96	0,816	0,666	0,00147
7	5000	300	5	61,11	73,34	-12,23	0,367	0,135	0,00015
8	5000	300	5	26,09	73,34	-47,25	0,996	0,992	0,00227
9	5000	300	5	62,37	73,34	-10,97	0,350	0,123	0,00012
10	5000	300	5	76,92	73,34	3,58	0,280	0,078	0,00001
11	5000	300	5	55,06	73,34	-18,28	0,459	0,211	0,00034
12	5000	300	5	41,79	73,34	-31,55	0,695	0,483	0,00101
13	5000	300	5	70,59	73,34	-2,75	0,276	0,076	0,00001
14	5000	300	5	31,37	73,34	-41,97	0,893	0,798	0,00179
15	5000	300	5	25,69	73,34	-47,65	1,004	1,008	0,00231
16	5000	300	5	29,41	73,34	-43,93	0,931	0,867	0,00196
17	5000	300	5	27,14	73,34	-46,20	0,975	0,951	0,00217
18	5000	300	5	69,33	73,34	-4,01	0,282	0,080	0,00002
19	8000	300	5	553,52	557,36	-3,84	2,801	7,846	0,00022
20	8000	300	5	495,71	557,36	-61,65	3,067	9,404	0,05647
21	8000	300	5	482,19	557,36	-75,17	3,188	10,166	0,08396
22	5000	400	5	68,37	132,38	-64,01	1,303	1,697	0,02194
23	5000	400	5	38,46	132,38	-93,92	1,908	3,641	0,04724
24	5000	400	5	75,00	132,38	-57,38	1,169	1,366	0,01763
25	5000	300	9	98,61	169,48	-70,87	1,477	2,182	0,02690
26	5000	300	9	192,31	169,48	22,82	0,574	0,330	0,00279
27	5000	300	9	112,79	169,48	-56,69	1,199	1,438	0,01721
28	2000	300	5	2,87	15,60	-12,73	0,687	0,472	0,00241
29	2000	300	5	4,83	15,60	-10,77	0,673	0,453	0,00172
30	2000	300	5	1,52	15,60	-14,09	0,698	0,487	0,00295
31	5000	200	5	55,38	14,30	41,08	1,054	1,111	0,00904
32	5000	200	5	60,34	14,30	46,04	1,135	1,288	0,01135
33	5000	200	5	37,86	14,30	23,56	0,803	0,644	0,00297
34	5000	300	1	7,59	-22,80	30,40	1,075	1,155	0,00495
35	5000	300	1	4,17	-22,80	26,97	1,036	1,074	0,00390
36	5000	300	1	3,45	-22,80	26,25	1,029	1,059	0,00369
37	6500	350	7	557,58	514,47	43,11	2,675	7,155	0,03185
38	6500	350	7	688,61	514,47	174,14	4,344	18,870	0,51978
39	6500	350	7	540,71	514,47	26,24	2,583	6,674	0,01180
40	6500	350	3	226,15	170,26	55,89	1,185	1,404	0,05354
41	6500	350	3	248,68	170,26	78,42	1,628	2,649	0,10541
42	6500	350	3	185,26	170,26	15,00	0,460	0,211	0,00386
43	6500	250	7	372,13	230,83	141,31	2,958	8,748	0,34224
44	6500	250	7	236,00	230,83	5,17	0,736	0,542	0,00046
45	6500	250	7	164,84	230,83	-65,99	1,524	2,323	0,07464
46	3500	350	7	18,18	-41,12	59,30	1,562	2,440	0,06028
47	3500	350	7	22,47	-41,12	63,59	1,630	2,657	0,06931
48	3500	350	7	27,94	-41,12	69,06	1,719	2,956	0,08175
49	6500	250	3	110,17	132,71	-22,54	0,469	0,220	0,00871
50	6500	250	3	162,50	132,71	29,79	0,614	0,377	0,01521
51	6500	250	3	111,76	132,71	-20,94	0,438	0,192	0,00752
52	3500	350	3	17,46	-19,03	36,49	1,132	1,281	0,02282
53	3500	350	3	12,71	-19,03	31,73	1,071	1,148	0,01726
54	3500	350	3	10,53	-19,03	29,55	1,045	1,093	0,01497
55	3500	250	7	3,03	-5,38	8,41	0,788	0,622	0,00121
56	3500	250	7	6,21	-5,38	11,59	0,805	0,648	0,00230
57	3500	250	7	3,57	-5,38	8,95	0,791	0,626	0,00137
58	3500	250	3	9,46	30,27	-20,81	0,688	0,474	0,00742
59	3500	250	3	7,48	30,27	-22,79	0,714	0,509	0,00890
60	3500	250	3	8,63	30,27	-21,64	0,699	0,488	0,00802

Tabelle 8.3: Messwerte der Hauptversuchsreihe und Daten zur Ausreißerererkennung von Modell B

Nr.	$F$ [N]	$n$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	$t$ [h]	$y_i$ [%]	$\ln y_i$ [%]	$\ln Y_i$ [%]	$R_i$	$u_i$	$u_i^2$	$D_i$
1	5000	300	5	32,00	3,466	-0,250	3,92	0,222	0,0494	0,00255
2	5000	300	5	64,63	4,169	0,253	3,92	0,240	0,0578	0,00080
3	5000	300	5	53,95	3,988	0,072	3,92	0,121	0,0148	0,00007
4	5000	300	5	87,93	4,477	0,561	3,92	0,443	0,1964	0,00395
5	5000	300	5	60,29	4,099	0,183	3,92	0,195	0,0379	0,00042
6	5000	300	5	35,38	3,566	-0,350	3,92	0,156	0,0244	0,00154
7	5000	300	5	61,11	4,113	0,197	3,92	0,204	0,0414	0,00049
8	5000	300	5	26,09	3,261	-0,654	3,92	0,357	0,1274	0,00539
9	5000	300	5	62,37	4,133	0,217	3,92	0,217	0,0471	0,00059
10	5000	300	5	76,92	4,343	0,427	3,92	0,355	0,1261	0,00229
11	5000	300	5	55,06	4,008	0,092	3,92	0,135	0,0182	0,00011
12	5000	300	5	41,79	3,733	-0,183	3,92	0,047	0,0022	0,00042
13	5000	300	5	70,59	4,257	0,341	3,92	0,298	0,0891	0,00146
14	5000	300	5	31,37	3,446	-0,470	3,92	0,235	0,0554	0,00278
15	5000	300	5	25,69	3,246	-0,670	3,92	0,367	0,1347	0,00564
16	5000	300	5	29,41	3,381	-0,534	3,92	0,278	0,0772	0,00359
17	5000	300	5	27,14	3,301	-0,615	3,92	0,331	0,1094	0,00475
18	5000	300	5	69,33	4,239	0,323	3,92	0,287	0,0822	0,00131
19	8000	300	5	553,52	6,316	-0,512	6,83	1,654	2,7368	0,01734
20	8000	300	5	495,71	6,206	-0,622	6,83	1,582	2,5018	0,02562
21	8000	300	5	482,19	6,178	-0,650	6,83	1,564	2,4445	0,02795
22	5000	400	5	68,37	4,225	-0,177	4,40	0,277	0,0770	0,00208
23	5000	400	5	38,46	3,650	-0,753	4,40	0,101	0,0103	0,03749
24	5000	400	5	75,00	4,317	-0,085	4,40	0,338	0,1145	0,00048
25	5000	300	9	98,61	4,591	0,232	4,36	0,519	0,2689	0,00992
26	5000	300	9	192,31	5,259	0,400	4,36	0,958	0,9184	0,14881
27	5000	300	9	112,79	4,726	0,367	4,36	0,607	0,3685	0,02469
28	2000	300	5	2,87	1,054	0,050	1,00	1,810	3,2769	0,00017
29	2000	300	5	4,83	1,575	0,572	1,00	1,467	2,1525	0,02161
30	2000	300	5	1,52	0,416	-0,588	1,00	2,231	4,9752	0,02288
31	5000	200	5	55,38	4,014	0,585	3,43	0,139	0,0193	0,02264
32	5000	200	5	60,34	4,100	0,671	3,43	0,195	0,0381	0,02976
33	5000	200	5	37,86	3,634	0,205	3,43	0,112	0,0125	0,00277
34	5000	300	1	7,59	2,027	-0,322	2,35	1,169	1,3672	0,01898
35	5000	300	1	4,17	1,427	-0,922	2,35	1,565	2,4477	0,15603
36	5000	300	1	3,45	1,238	-1,111	2,35	1,689	2,8530	0,22666
37	6500	350	7	557,58	6,324	-0,087	6,41	1,659	2,7527	0,00086
38	6500	350	7	688,61	6,535	0,124	6,41	1,798	3,2332	0,00175
39	6500	350	7	540,71	6,293	-0,118	6,41	1,639	2,6860	0,00157
40	6500	350	3	226,15	5,421	0,882	4,54	1,065	1,1343	0,08841
41	6500	350	3	248,68	5,516	0,977	4,54	1,128	1,2714	0,10847
42	6500	350	3	185,26	5,222	0,683	4,54	0,934	0,8719	0,05295
43	6500	250	7	372,13	5,919	0,396	5,52	1,393	1,9402	0,01780
44	6500	250	7	236,00	5,464	-0,060	5,52	1,093	1,1949	0,00040
45	6500	250	7	164,84	5,105	-0,419	5,52	0,857	0,7341	0,01990
46	3500	350	7	18,18	2,400	-0,132	3,03	0,595	0,3535	0,00197
47	3500	350	7	22,47	3,112	0,080	3,03	0,455	0,2071	0,00073
48	3500	350	7	27,94	3,330	0,298	3,03	0,312	0,0971	0,01008
49	6500	250	3	110,17	4,702	0,249	4,45	0,592	0,3499	0,00703
50	6500	250	3	162,50	5,091	0,637	4,45	0,847	0,7181	0,04617
51	6500	250	3	111,76	4,716	0,263	4,45	0,601	0,3612	0,00787
52	3500	350	3	17,46	2,860	0,767	2,09	0,621	0,3859	0,06688
53	3500	350	3	12,71	2,542	0,449	2,09	0,830	0,6896	0,02295
54	3500	350	3	10,53	2,354	0,261	2,09	0,954	0,9108	0,00775
55	3500	250	7	3,03	1,109	-1,036	2,15	1,774	3,1477	0,12204
56	3500	250	7	6,21	1,826	-0,319	2,15	1,302	1,6943	0,01154
57	3500	250	7	3,57	1,273	-0,872	2,15	1,666	2,7755	0,08641
58	3500	250	3	9,46	2,247	0,241	2,01	1,024	1,0494	0,00658
59	3500	250	3	7,48	2,013	0,006	2,01	1,179	1,3901	0,00000
60	3500	250	3	8,63	2,156	0,149	2,01	1,085	1,1770	0,00251

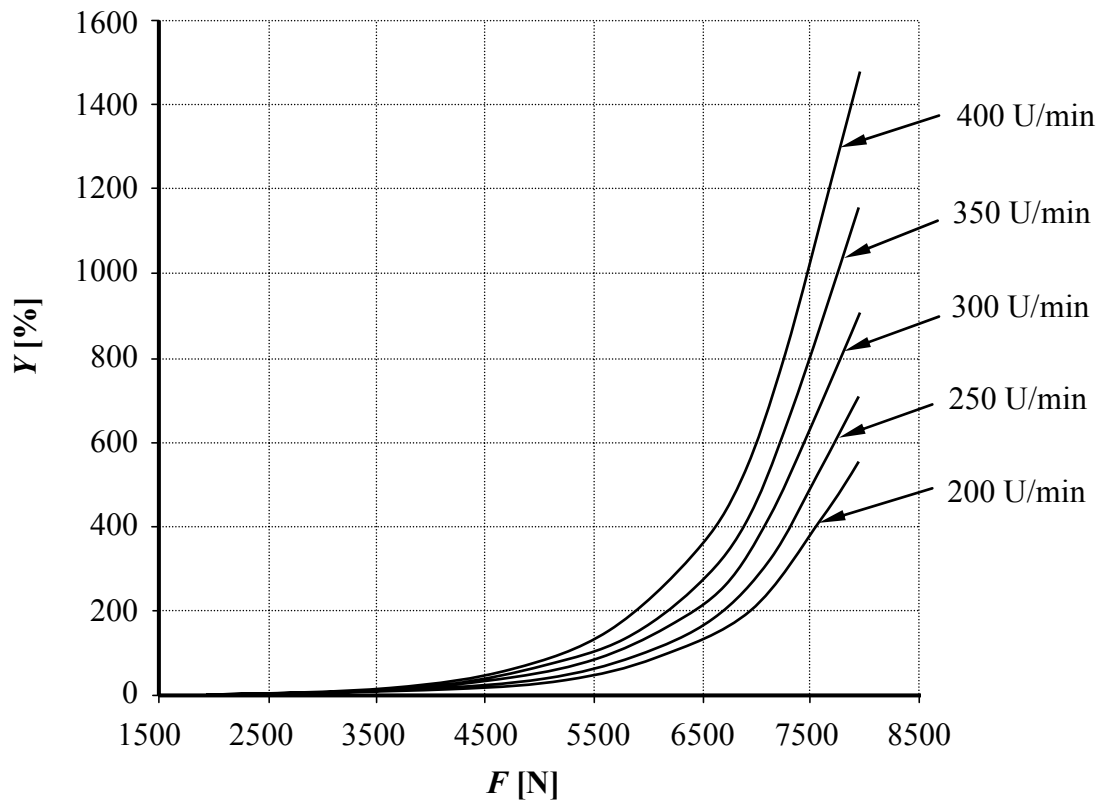


Abbildung 8.1: Darstellung des Fehlerzuwachses bei  $t = \text{const.} = 5 \text{ h}$

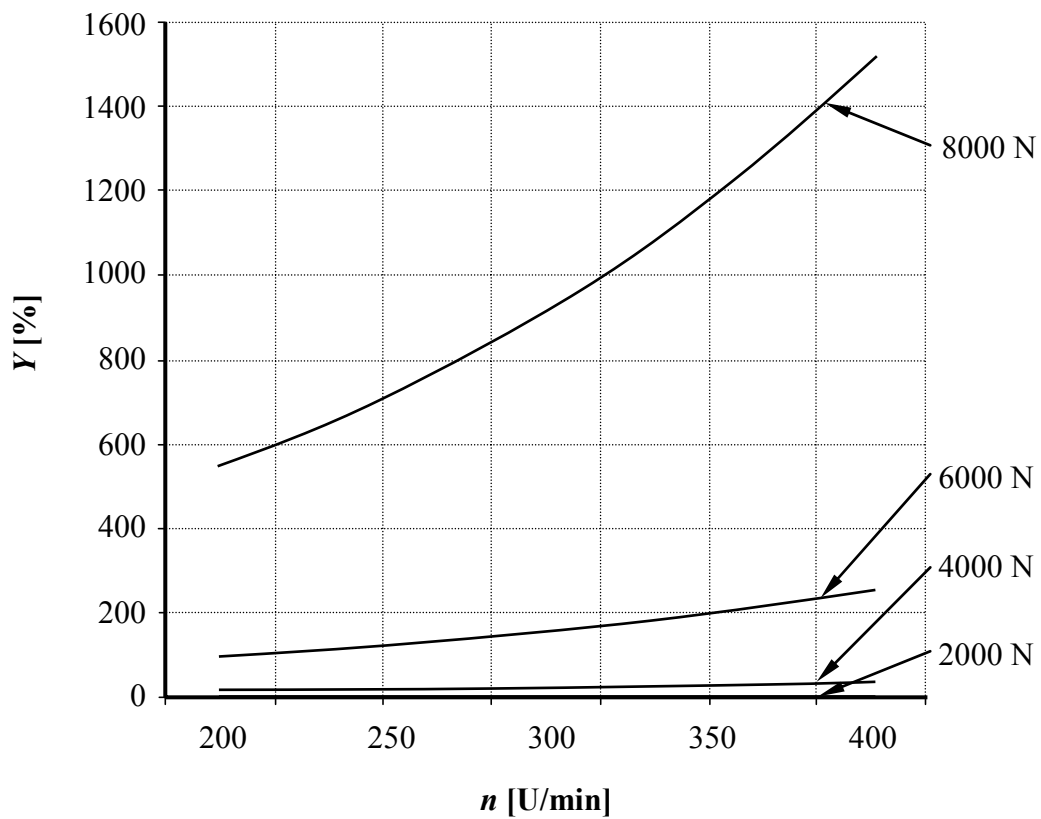


Abbildung 8.2: Darstellung des Fehlerzuwachses bei  $t = \text{const.} = 5 \text{ h}$

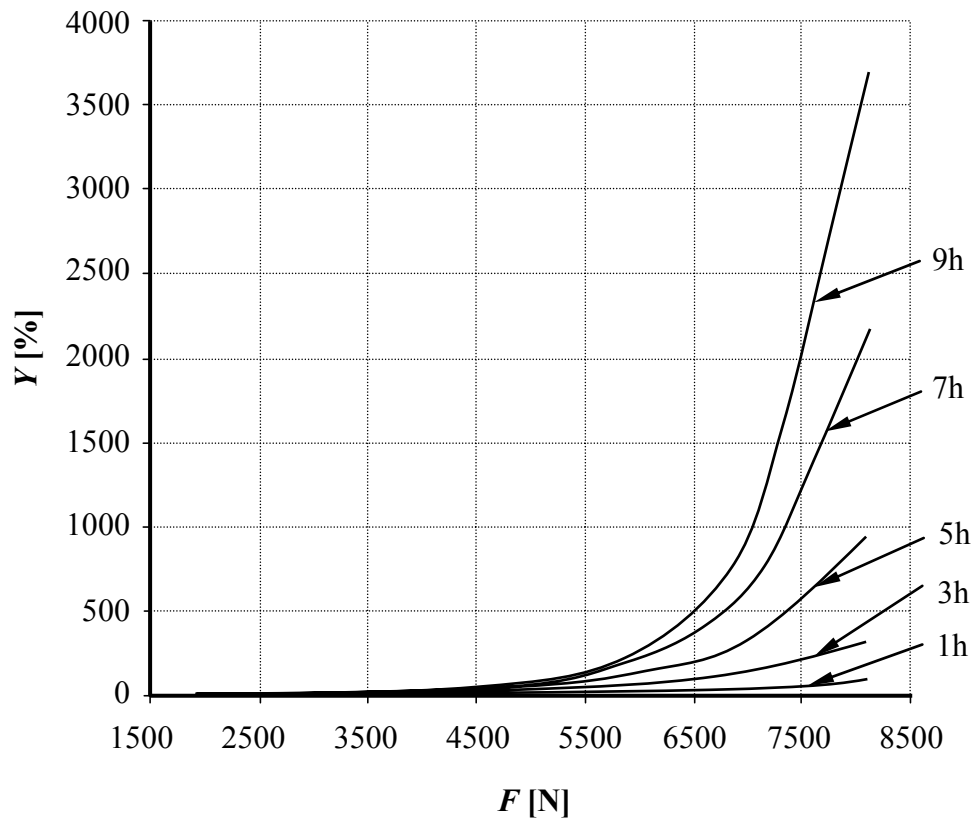


Abbildung 8.3: Darstellung des Fehlerzuwachses bei  $n = \text{const.} = 300 \text{ min}^{-1}$

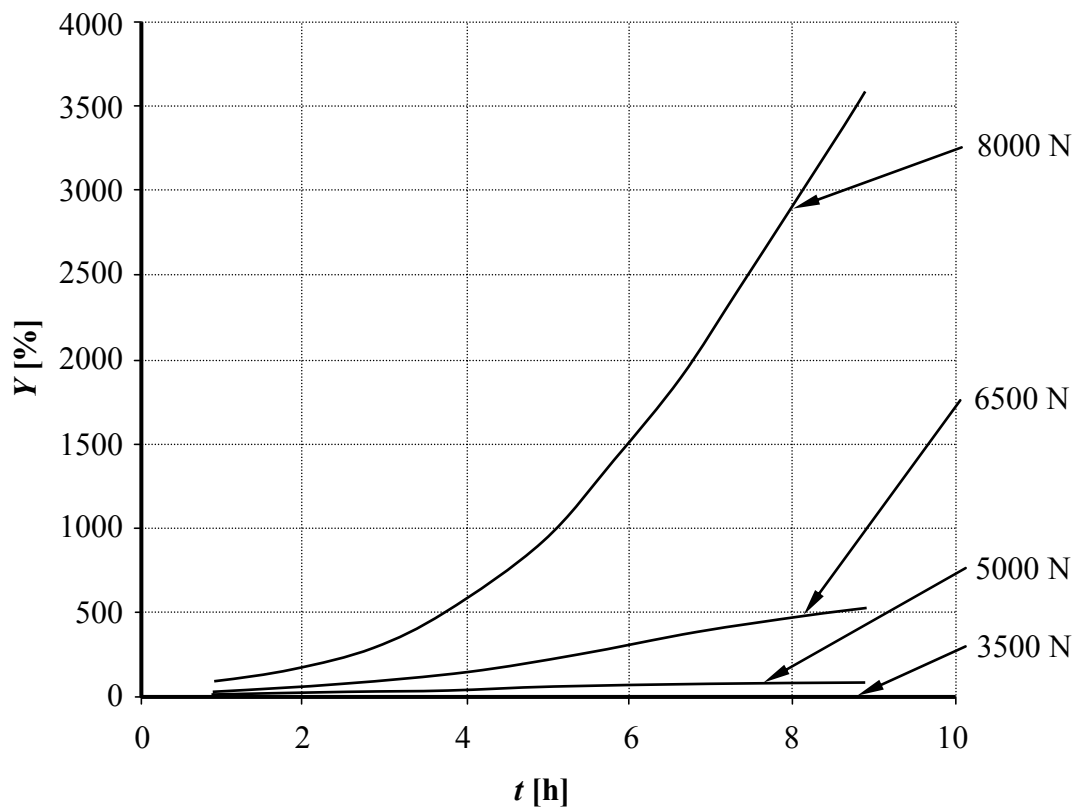


Abbildung 8.4: Darstellung des Fehlerzuwachses bei  $n = \text{const.} = 300 \text{ min}^{-1}$



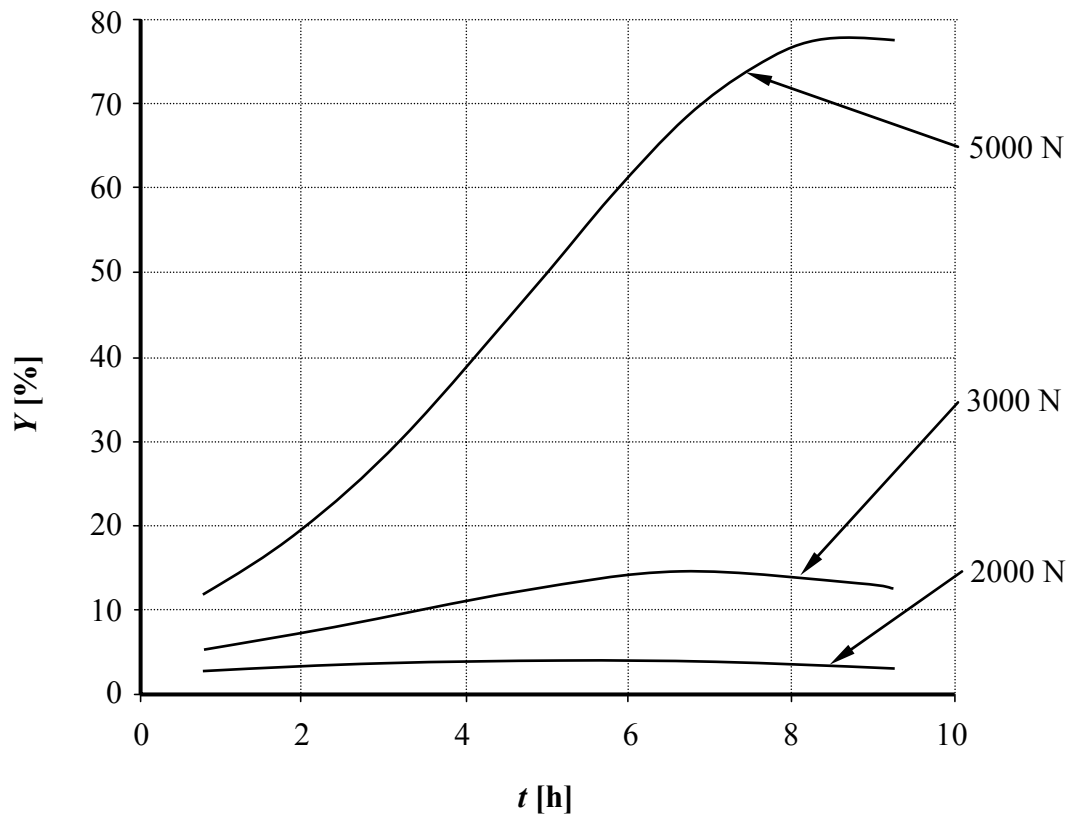


Abbildung 8.5: Darstellung des Fehlerzuwachses bei  $n = \text{const.} = 300 \text{ min}^{-1}$

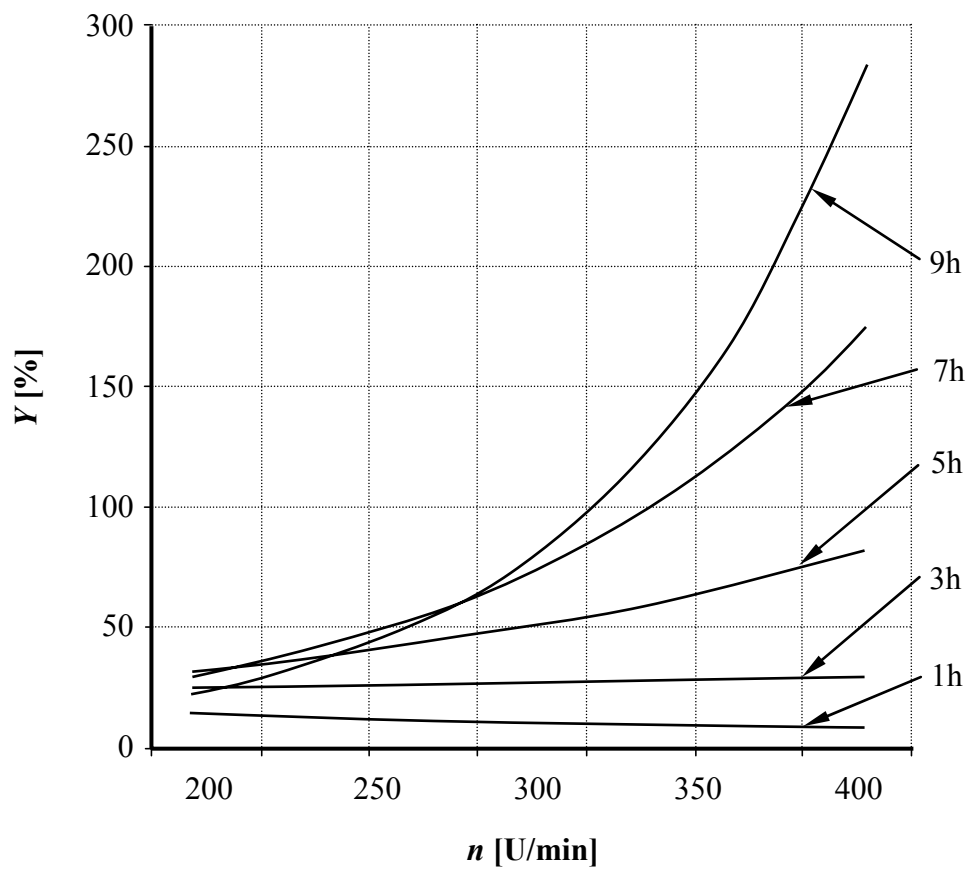


Abbildung 8.6: Darstellung des Fehlerzuwachses bei  $F = \text{const.} = 5000 \text{ N}$

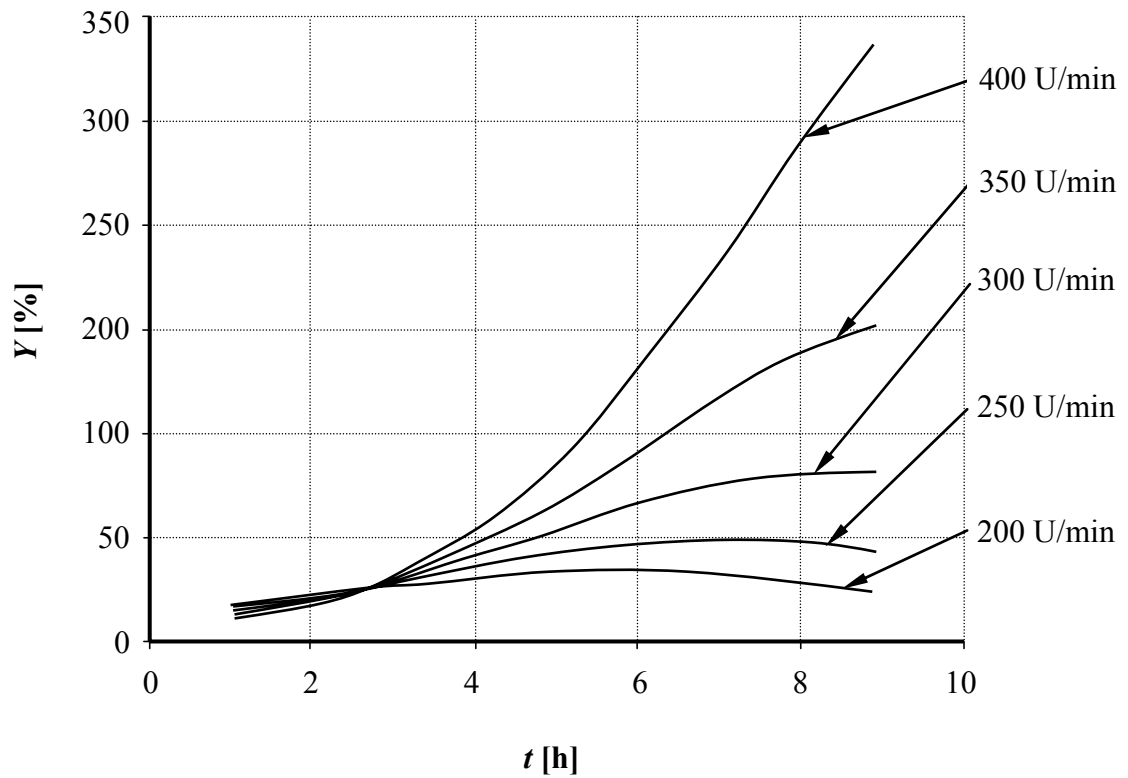


Abbildung 8.7: Darstellung des Fehlerzuwachses bei  $F = \text{const.} = 5000N$