Abstract

In dieser Arbeit entwickeln wir eine Gröbnerbasistheorie für gewöhnliche differentielle Polynomringe, d.h. für Polynomringe $P = K[\, y_i^{(k)} \,|\, i = 1, \ldots, n, k \geq 0\,]$, die mit einer Derivation $\partial : P \to P$ versehen sind, so dass $\partial y_i^{(k)} = y_i^{(k+1)}$ gilt. Gegenstand der Untersuchung sind dabei Ideale von P, die bzgl. ∂ abgeschlossen sind. Wir geben eine differentielle Version des Buchberger-Kriteriums und einen differentiellen Buchberger-Algorithmus an. Explizite Aussagen über die Existenz von endlichen differentiellen Gröbnerbasen lassen sich dabei für strikt stabile differentielle Termordnungen treffen. Insbesondere für null-dimensionale differentielle Ideale können wir ein hinreichendes Kriterium formulieren. Zudem spezifizieren wir den differentiellen Buchberger-Algorithmus für strikt stabile differentielle Termordnungen, so dass dieser im Falle der Existenz einer endlichen differentiellen Gröbnerbasis diese bestimmt.

Schließlich befassen wir uns mit ausgewählten Anwendungen der differentiellen Gröbnerbasistheorie wie der differentiellen Version des Hauptsatzes der Eliminationstheorie, einer Berechnungsmethode für den Kern differentieller Algebrenhomomorphismen und differentiellen Verschwindungsidealen endlicher Punktmengen, wobei wir Letzteres auch für gestörte Daten unter numerischen Aspekten betrachten.