

**Identifikation
stückweise linearer Systeme
aus Zeitreihen**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

Dr.-Ing.

von der Fakultät Bio- und Chemieingenieurwesen
der Technischen Universität Dortmund
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Math. Michael Wieland

aus

Stuttgart

Tag der mündlichen Prüfung: 5. Juni 2008

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. S. Engell

2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Prof. h. c. T. Bertram

Dortmund 2009

Vorwort

Diese Arbeit entstand im Rahmen des Graduiertenkollegs *Modellierung und modellbasierte Entwicklung komplexer technischer Systeme* von der Deutschen Forschungsgemeinschaft am Lehrstuhl für Anlagensteuerungstechnik des Fachbereichs Chemietechnik der Universität Dortmund.

Ich möchte allen danken die es mir ermöglicht haben diese Arbeit zu schreiben.

Dem Inhaber des Lehrstuhls für Anlagensteuerungstechnik, Herrn Prof. Dr.-Ing. Sebastian Engell, danke ich für die Freiheit meinen eigenen Weg gehen zu können. Herrn Prof. Dr.-Ing. Prof. h.c. Torsten Bertram gilt mein Dank, dass er unter den gegebenen Randbedingungen das Koreferat übernommen hat.

Meine Kollegen boten mir viele Gelegenheiten zu diskutieren und Ideen auszutauschen. Insbesondere möchte ich mich bei meinem Zimmerkollegen Goran Frehse und bei den Kollegen Stefan Krämer und Ralf Gesthuisen für ihre große Unterstützung bedanken.

Ganz besonderer Dank gilt meiner Familie, ohne die dieses Projekt nie möglich gewesen wäre. Meiner Frau Katrin Wulf danke ich für die fast unendliche Geduld und Unterstützung. Meinem Vater Werner Wieland danke ich, dass er durch seine finanzielle Unterstützung dies überhaupt möglich gemacht hat. Last but not least möchte ich meinen drei Kindern danken: Sandra, Leonard und Prometheus.

Michael Wieland
Dortmund, im April 2009

Kurzfassung

Die meisten verfahrenstechnischen Systeme sind von Natur aus hybrid, das heißt ihr Verhalten wird durch die Wechselwirkung von kontinuierlichen und ereignisdiskreten Systemteilen bestimmt.

Die datenbasierte Analyse dieser Phänomene ist das Thema dieser Arbeit. Das Ziel ist es, jedem Datensatz ein Modell zuzuordnen. Dieses Modell soll beliebig wählbare physikalische Einschränkungen, die sich aus dem Vorwissen über die Anlage und die angenommenen axiomatischen Eigenschaften der Welt ergeben, erfüllen. Andererseits soll das Modell die Dynamik möglichst genau widerspiegeln.

Bei genauerer Betrachtung zeigt sich, dass eine Einschränkung der Untersuchung von hybriden Systemen auf stückweise lineare Systeme erst eine abschließende Lösbarkeit der Problematik ermöglicht. Stückweise lineare Systeme sind hybride Systeme, welche lediglich lineares Verhalten in den kontinuierlichen Anteilen zeigen. Nur unter der Annahme, dass die zugrunde liegende Systemdynamik stückweise linear ist, lässt sich die Fragestellung in einer eindeutig lösbaren Weise formulieren.

Die sich daraus ergebende Fragestellung der Identifikation stückweise linearer Systeme aus Zeitreihen, wird zuerst formuliert und dann sorgfältig analysiert. Diese Analyse zeigt, dass zwar eine optimale Lösung existiert, diese ist jedoch zu komplex, um mit Hilfe eines Programmes umgesetzt werden zu können. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit eine Vereinfachung vorgestellt, mit deren Hilfe eine Näherung an die optimale Lösung berechnet werden kann.

Das so entwickelte Verfahren löst nicht nur die oben vorgestellte Fragestellung, sondern es hilft sogar nicht-lineare Systeme zu interpretieren, da die Aufspaltung in lineare Teilstücke einen guten Einblick in die nicht-lineare Dynamik bietet.

Inhaltsverzeichnis

Symbole	13
1 Einleitung	17
1.1 Problemstellung	17
1.2 Zielsetzung und wissenschaftlicher Beitrag	18
1.3 Gliederung	22
2 Stückweise lineare Systeme	25
2.1 Diskrete Systeme	26
2.2 Kontinuierliche Systeme	28
2.3 Hybride Systeme	28
2.4 Stückweise lineare Systeme	30
2.4.1 Definition des zeitdiskreten, stückweise linearen Systems	30
2.4.2 Sprungdarstellung	31
2.4.3 Nicht-äquidistante Messreihen	32
2.4.4 Der Vorteil stückweise linearer Systeme	33
3 Identifikation	37
3.1 Was ist Identifikation?	37
3.2 Die Fragestellung	38
3.3 Ansätze	38
3.3.1 Wahl des Vergleichskriteriums	39
3.3.2 Mindestverweildauer	40
3.3.3 Rauschen	42
3.3.4 Implementierung von Wissen	45
3.3.5 Driftende Systeme	46
3.3.6 Die Messmatrix C	47
3.3.7 Zustandsraumdimension $\dim(X)$	48

3.3.8	Zustandssprünge	49
3.3.9	Vorwärts laufende Verfahren	49
4	Mathematische Methoden	53
4.1	Maximum-Likelihood-Schätzer	53
4.2	Kalman-Filter	55
4.2.1	Initialisierung	55
4.2.2	Klassisches Kalman-Filter	56
4.2.3	Back-Tracking	57
4.2.4	Fehlende Daten	60
4.2.5	Nicht-autonome Systeme	61
5	Das ML-Identifikationsverfahren	63
5.1	Ansatz	63
5.2	Modifizierter ML-Schätzer	65
5.3	Basisalgorithmen	67
5.3.1	Sprung	68
5.3.2	Modus	72
5.4	Gesamtprogramm	73
5.4.1	Hybrid-Offline	74
5.4.2	Hybrid-Online	75
5.5	Grenzen des Verfahrens	75
6	Das LS-Identifikationsverfahren	77
6.1	Ansatz für die Gütefunktion	79
6.1.1	Sprungfehler	80
6.1.2	Dimensionsfehler	81
6.1.3	Gesamtfehler	81
6.2	Die Struktur des Algorithmus	82
6.2.1	Der abstrakte Algorithmus	84
7	Anwendungen	87
7.1	Stückweise lineares Beispiel	87
7.2	Zwei-Tank Beispiel	89
7.2.1	Zwei-Tank Identifikation	94
7.3	Ergebnis	95

8 Modellierung einer Polykondensation	97
8.1 Identifikation der PET-Simulation	99
8.2 Analyse der PET-Simulation	101
8.3 Verrauschte PET-Simulation	103
8.3.1 Analyse der verrauschten PET-Simulation	104
9 Zusammenfassung und Ausblick	107
9.1 Zusammenfassung	107
9.1.1 Stärken und Schwächen	108
9.2 Ausblick	109
9.3 Abschluss	110
Anhang	111
Die Definition hybrider Systeme	111
Optimale Gesamtschätzung aus verschiedenen Schätzungen	112
Literaturverzeichnis	115

Abbildungsverzeichnis

1.1	Hybrides System ohne Fehler	20
1.2	Hybrides System mit Fehler	21
2.1	Zweitank Beispiel	26
2.2	Hybrides System	29
3.1	Messrauschen	43
3.2	Störrauschen	43
3.3	Gesamtrauschen	44
3.4	Driftendes System	46
3.5	Stückweise lineares System	47
3.6	Großer Messfehler	50
3.7	Systematische Sprungpunktverschiebung	51
3.8	Beispielanlage	52
3.9	Falsch geschätzte Anlage	52
4.1	Fehler des vorwärts laufenden Kalman-Filters	58
4.2	Fehler des rückwärts laufenden Kalman-Filters	59
4.3	Fehler des Back-Tracking Kalman-Filters	59
6.1	Stückweise lineare Funktion	82
6.2	Stückweise lineare Funktion mit ihrer Regressionsgeraden	83
6.3	Abweichung (als Betrag) zwischen stückweise linearer Funktion und ihrer Regression	83
6.4	Fehlerverhalten	84
7.1	Verlauf der Ausgangsgröße eines stückweise linearen Systems mit gleichverteilter Störgröße	88
7.2	Vergleich des Parameters a mit der Schätzung von a	89

7.3	Verlauf des Kalman-gefilterten Zustandes x	90
7.4	Zwei-Tank Beispiel	91
7.5	Füllhöhe h_1 des ersten Tanks (Zwei-Tank Beispiel)	93
7.6	Füllhöhe h_2 des zweiten Tanks (Zwei-Tank Beispiel)	94
7.7	Identifikation der Eigendynamik des ersten Tanks	95
8.1	Verlauf von x_2 bei PET-Simulation	99
8.2	Verlauf der Systemmatrix A bei PET, grobe LS-Identifikation	100
8.3	Verlauf der Systemmatrix A bei PET, feine LS-Identifikation .	101
8.4	Verlauf der Eingangsmatrix B bei PET, feine LS-Identifikation	102
8.5	Verlauf der Systemmatrix A bei PET, verrauscht	104
8.6	Verlauf der Eingangsmatrix B bei PET, verrauscht	105
8.7	Verlauf der Systemmatrix A bei PET, gefiltert	106
8.8	Verlauf der Eingangsmatrix B bei PET, gefiltert	106

Symbole

Lateinische Symbole

A	Systemmatrix
B	Eingangsmatrix
$Bild(M)$	Bild der Matrix M
C	Messmatrix
$Cov(n)$	Menge der n-dimensionalen Kovarianzmatrizen, $Cov(n) := \{V V \in \mathcal{M}^{n \times n} \text{ und } V \text{ ist positiv semidefinit}\}$
d	Modell definiert als Dynamikverlauf über die Zeit
d^{t+}	Menge der diskreten Verläufe mit unbekannter Zukunft
d^{t-}	Menge der diskreten Verläufe mit unbekannter Vergangenheit
D	Durchgriffsmatrix
\mathcal{D}	Menge der zugelassenen Modelle/diskreten Verläufe
\mathcal{D}_Z	Menge der zulässigen diskreten Verläufe
$dim(X)$	Dimension des Raumes X
I_n	n-dimensionale Einheitsmatrix, $I_n = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ mit I der n-dimensionalen Identitätsabbildung
G, G_S	Gütefunktionen
$Kern(M)$	Kern der Matrix M
M	Menge der zugelassenen kontinuierlichen Dynamiken (Modi)
$p(\cdot, \vartheta)$	Dichtefunktion
$p(x, \cdot)$	Likelihoodfunktion
P_ϑ	Maß
P_d	Das vom Modell d induzierte Maß auf Y^T
$P[X]$	Menge der Wahrscheinlichkeitsmaße auf dem Messraum (X, \mathcal{A})
Q	Varianz des Störrauschens
R	Varianz des Messrauschens

u, U	Eingangsgröße, Eingangsraum
$\text{supp}(P_\vartheta)$	Träger des Maßes P_ϑ
$\text{Var}(\hat{x})$	Varianz von \hat{x}
x, X	Zustandsgröße, Zustandsraum
y, Y	Messgröße, Messraum
$\{y(\gamma)\}_{\gamma \in \Gamma}$	Messreihe

Griechische Symbole

δ_i	Ergebnis des mML-Schätzers
Γ	Halbgruppe der Zeit oder betrachtetes Zeitintervall
ϵ	Störfehler
ε	Messfehler
λ	Lebesgue-Maß
μ	dominierendes Maß
$\hat{\vartheta}(x)$	Statistik

Sonstige Symbole

A^T	Die Transponierte einer Matrix A
(X, \mathcal{A})	Für einen Messraum (X, \mathcal{A}) ist X der Raum und \mathcal{A} die zugehörige σ -Algebra
\mathcal{B}	Die Borel- σ -Algebra
$\mathcal{M}^{n \times p}$	Menge der $n \times p$ -Matrizen
$\mathcal{M}_{inv}^{n \times p}$	Menge der invertierbaren $n \times n$ -Matrizen
$\mathcal{N}(a, V)$	Normalverteilung mit Erwartungswert a und Varianz V
\mathcal{HS}	Hybrides System
$\mathcal{HS}_{\mathcal{L}TN}^d$	Zeitdiskretes, stückweise lineares System
\mathbb{N}_0	Die Natürliche Zahlen, mit 0
\mathbb{R}	Die Reellen Zahlen
$\{P_\vartheta \vartheta \in \Theta\}$	Familie von Wahrscheinlichkeitsmaßen
$ R $	Mächtigkeit der Menge R
$\ R\ $	Norm von R
$\mu * \nu$	Faltungsprodukt von μ und ν , $(\mu * \nu)(t) := \int_{\mathbb{R}} \mu(\tau) \nu(t - \tau) d\tau$
$(\hat{x}(t), \hat{P}_t)$	Kalman-Filter Schätzer
$\hat{x}_{t-1 \rightarrow t}$	Projektiver Schätzer
\hat{K}_t	Parameter des klassischen Kalman-Filters
$\check{x}^-(t)$	Back-Tracking Schätzer
$\check{x}_{t+1 \rightarrow t}^-$	Projektiver Back-Tracking Schätzer
\check{K}_t	Parameter des Back-Tracking Filters
$(\check{x}(t), \check{P}_t)$	Projektive Back-Tracking Schätzung
$(\tilde{x}(t), \tilde{P}_t)$	Kalman-Filter Gesamtschätzer
∞	Unendlich
\dot{x}	Die Ableitung von x

Kapitel 1

Einleitung

“Sobald ich ein System herauschneide, von dem ich ahne, dass das Ergebnis einer Operation auf die nächste Operation selbst zurückwirkt, in welcher Form auch immer, ist dieses System schon nicht mehr voraussagbar.” [Foe02, S.43 f.]

Dieses Diktum aus dem Bereich der Kybernetik ist auch für das Chemieingenieurwesen entscheidend. Chemische Anlagen sind nicht unabhängig von ihrem Benutzer und ihrer Umwelt zu sehen. Das Gesamtsystem “chemische Anlage” ist damit nicht voraussagbar.

Um dem Ingenieur eine bestmögliche Steuerung der Anlage zu ermöglichen ist es notwendig ihn über alle relevanten Vorgänge in der Anlage zu informieren, damit operative Eingriffe minimiert werden.

An dieser Stelle setzt die Identifikation ein. Ihre Aufgabe ist es, Gesetzmäßigkeiten der Anlage aufzuzeigen und dem Ingenieur ein Analysetool zur Fehlerfindung an die Hand zu geben.

1.1 Problemstellung

Üblicherweise wird das Verhalten verfahrenstechnischer Systeme durch das Zusammenwirken zweier qualitativ unterschiedlicher Anteile bestimmt. So resultiert aus den Erhaltungssätzen von Masse, Energie und Impuls eine stetige, oder auch kontinuierlich genannte, Entwicklung von Größen wie Temperatur, Druck oder Masse. Diese wird von diskreten Eingriffen in das System

überlagert. Bei solchen Eingriffen handelt es sich unter anderem um Stel­leingriffe. Dies sind Einwirkungen auf das kontinuierliche System, die von einer Steuerung verursacht werden. Sie zeichnen sich durch die Eigenschaft aus, dass der Zeitpunkt zu dem sie auftreten bekannt ist. Beispiele hierfür sind das Einschalten einer Heizung oder das Schalten eines Ventils. Allerdings können solche diskreten Ereignisse auch an das Überschreiten prozessbedingter Schwellwerte geknüpft sein, die mit Phasenänderung, dem Umschlag von laminarer zu turbulenter Strömung oder einem Wechsel der Apparategeometrie verbunden sind. Solche diskreten Eingriffe werden Zustandsänderungen genannt. Sie zeichnen sich durch die Eigenschaft aus, dass sie immer zu einem bestimmten Zeitpunkt auftreten. Ein Beispiel hierfür ist das Einsetzen des Siedens bei Erreichen der Siedetemperatur.

Die Wechselwirkung von kontinuierlichen und diskreten Dynamikanteilen erschwert die Modellierung, vor allem aber die Analyse, solcher so genannter hybrider Systeme. Traditionell werden dazu zwei Ansätze verfolgt, die das hybride System in ein diskretes überführen oder die Beschreibung der kontinuierlichen Systemdynamik durch ein Differential-Algebra-System um Schalt- und Sprungvorgänge zur Berücksichtigung diskreter Ereignisse erweitern.

Diese Modellierung eines hybriden Systems verfolgt nicht das Ziel eine rein datenbasierte Analyse eines Systems, bei dem die genauen Zeitpunkte aller diskreten Ereignisse nicht bekannt sind, zu ermöglichen. Daher lassen sich Fehler im System nicht aus den Daten heraus identifizieren.

1.2 Zielsetzung und wissenschaftlicher Beitrag

In der Literatur sind vier verschiedene Ansätze zur Identifikation hybrider Systeme zu finden. Diese sind Algebraische Ansätze [BV08, MV05], Clustering Ansätze [TGSS06, LB08, JHF04, FMLM03, FS03], Bayes basierte Ansätze [JW06, JWH05] und Begrenzte Fehler Ansätze [LB08b, BGPV05]. Algebraische Ansätze gehen davon aus, dass sich die diskreten Ereignisse auch ohne Identifikation der Dynamiken korrekt finden lassen. Damit ist eine sequenzielle Abarbeitung der Identifikation hybrider Systeme möglich. Clustering Ansätze sortieren die vorliegenden Daten mit Hilfe von Clustering Verfahren und lösen dann die dadurch vereinfachte Fragestellung. Bayes basierte Ansätze untersuchen das Rauschverhalten in zeitlich gerichteter Weise, um die diskreten Ereignisse zu identifizieren. Begrenzte Fehler Ansätze lösen

die Identifikation hybrider Systeme mit Hilfe der Zusatzannahme, dass der Fehler begrenzt ist.

Bei der Untersuchung von Ansätzen zur Identifikation hybrider Systeme [PJFV07, KHH02, JH03] zeigt sich, dass sich keine Modellierung für die Fehleridentifikation eignet. Um dies genauer zu erläutern, wird im Folgenden die prinzipielle Herangehensweise, welche in der Literatur zu finden ist, dargestellt.

Ein hybrides System wird in diesen Ansätzen immer als ein sich wechselseitig beeinflussendes Systempaar von kontinuierlichem und diskretem System gesehen. Aus der Natur der Sache heraus lassen sich diese beiden Partner jedoch nicht gleichberechtigt nebeneinander stellen.

Dies resultiert aus der Annahme, dass das diskrete System ausschließlich durch Phänomene der beiden oben dargestellten Kategorien (Stelleingriffe und Zustandsänderungen) verursacht wird.

Die gewählte axiomatische Einschränkung hat sowohl Vorteile als auch Nachteile. Der entscheidende Vorteil liegt auf der Seite der Numerik. So können mit Hilfe weniger weiterer Einschränkungen bekannte, und damit programmierte und verifizierte, mathematische Verfahren zur Lösung der entsprechenden Aufgaben eingesetzt werden. Außerdem ist eine Weiterverarbeitung der Ergebnisse durch die entsprechenden mathematischen Standards gegeben. Mit ihnen lassen sich leicht weitere Untersuchungen mit Hilfe von Clustering-Verfahren führen, um die Schalteebenen zu detektieren, welche den dazugehörigen Zustandsänderungen entsprechen.

Hierbei treten jedoch zwei Probleme auf:

1. Es kann keine Black Box Untersuchung getätigt werden, da die Informationen über die zu untersuchenden inneren Zustände x immer bereits vorhanden sein müssen. Dies spiegelt sich in der Vorgabe der Messmatrix C wieder. In der betrieblichen Praxis entspricht dies der Problematik, dass immer gewährleistet werden muss, dass der die Zustandsänderung hervorrufende innere Zustand x auch gemessen werden kann. Dies ist jedoch nicht grundsätzlich möglich. Die Folge dieser Einschränkung ist, dass es kein allgemeingültiges Verfahren gibt. Alle vorhandenen Verfahren müssen immer auf die jeweilige Anwendbarkeit für die spezielle Anlage überprüft werden.
2. Die für diese Arbeit entscheidende Problematik ist die fehlende Möglichkeit, einen Fehler modellimmanent zu erfassen. Das bedeutet, dass keine Darstellung eines Fehlers als interner Einfluss des Modells vorhanden ist. Daher ist mit keinem der vorhandenen Verfahren eine Fehlerdiagnose realisierbar. Die trotzdem gemachten Fehlerdiagnosen benutzen die zusätzliche und da-

mit artifizielle Einschränkung, der Aufteilung in die zwei aufeinander einwirkenden Systeme (kontinuierlich und diskret). Dies bedeutet, dass ein Fehler als das nicht Eintreffen eines erwarteten Verhaltens bewertet wird. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass es qualitativ einen Unterschied macht, ob das Verhalten nun nur nicht dem erwarteten Verhalten entspricht, oder ob mit Sicherheit gesagt werden kann, dass ein Fehler vorliegt. Eine Fehlerverschiebung zwischen Detektion der Sprungpunkte und Bewertung der kontinuierlichen Dynamik kann mit diesem Verfahren somit nicht ausgeschlossen werden. Daher sind alle so gewonnenen Ergebnisse nur für Spezialfälle gültig, in denen ihr numerischer Vorteil den Fehler dieses Ansatzes übersteigt.

Diese Arbeit verwendet aufgrund dieser Problematik einen völlig neuen Ansatz, der auf der globalen Identifikation beruht. Globale Identifikation ist in dem Sinne zu verstehen, dass weder durch vorgelagerte Axiomatik noch durch Sequenzierung der Identifikation eine Vorbewertung eingebaut wird. Durch sie lassen sich methodenimmanente Fehlerverschiebungen zwischen den beiden Zielbereichen der Detektion der Sprungpunkte und der Erkennung der dazwischen liegenden Dynamik vermeiden.

Ausgehend von der Betrachtung des hybriden Systems als ein System mit einem kontinuierlichen und einem diskreten Anteil, zeigt sich dass beide Systeme direkt von einander abhängig sind. Diese gegenseitige Beeinflussung lässt keinen Startpunkt zu, von dem aus eine Identifikation begonnen werden kann. Diese Eigenschaft wird in der folgenden Abbildung skizziert:

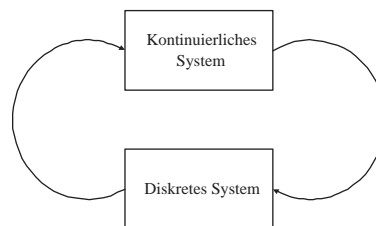


Abbildung 1.1: Hybrides System ohne Fehler

Ein Fehler ist eine diskrete Dynamik, welche ohne erklärbare Ursache auftritt. Dieser Fehler wiederum kann zusätzlich eine beliebige kontinuierliche Dynamik aktivieren. Damit kann die a priori Einschränkung an den diskreten Anteil gemacht werden, dass zu jedem Zeitpunkt ein beliebiger Wert

erreicht werden kann. Dies bedeutet, dass bei der in dieser Arbeit vorgestellten Identifikationsmethodik keinerlei Annahmen über die Eigenschaften der diskreten Dynamik benutzt werden. Diese fehlende Möglichkeit hat auf der anderen Seite die positive Auswirkung, dass sich damit die Darstellung eines hybriden Systems deutlich vereinfacht. Dies verändert die obige Abbildung wie folgt:



Abbildung 1.2: Hybrides System mit Fehler

Die Einwirkung des kontinuierlichen Anteils auf den diskreten Anteil stellt somit zunächst eine Black Box dar. Das Selbe gilt auch für den inneren Aufbau des diskreten Anteils. Allerdings können hier Zusammenhänge posteriori mit Hilfe bekannter Methoden identifiziert werden für den Fall, dass die gefundenen Fehler einem Schema folgen und nicht rein zufällig sind.

Wie oben erläutert, ist die Darstellung eines hybriden Systems als ein Zweikomponentensystem aus diskretem und kontinuierlichem Teil für die Identifikation nicht geeignet.

Bei der Identifikation sollen aus vorliegenden Daten Rückschlüsse auf die zugrunde liegenden Gesetzmäßigkeiten gezogen werden. Derartige Gesetze entstehen lediglich durch axiomatische Annahmen über die Welt, wie zum Beispiel die Annahme der Kontinuität. Kontinuität bedeutet, dass ein Objekt, welches heute eine Eigenschaft hat, unter denselben Bedingungen morgen auch noch diese Eigenschaft besitzt. Welche und wie viele derartige axiomatischen Annahmen benutzt werden, ist frei wählbar. So wird in dieser Arbeit die axiomatische Annahme benutzt, dass alle untersuchten Systeme stückweise linear sind.

Die obige Betrachtungsweise des Begriffes Identifikation zeigt, dass die Identifikation hybrider Systeme unabhängig von der Aufspaltung in ein Zweikomponentensystem geschehen kann, da diese nur die Schlussfolgerung aus einem Axiom ist. Im Weiteren wird daher die Aufspaltung in die zwei Komponenten lediglich zur besseren Visualisierung eingesetzt werden.

Der Begriff hybrides System ist ein Konstrukt zur Verständlichmachung des Zusammenspiels verschiedener Komponenten. Daher gibt es bei der Identifikation hybrider Systeme viele theoretische Lösungen. Ein hybrides System

lässt sich somit nur mit Hilfe eines axiomatischen Eingriffes identifizieren. Aus diesem Grund verwendet diese Arbeit eine axiomatische Modellauswahl. Als Axiomatik wurden die stückweise linearer Systeme, also Systeme, bei denen die kontinuierlichen Dynamiken linear sind, gewählt. Diese Einschränkung bietet nicht nur eine technisch machbare Umsetzung, sondern ermöglicht auch, durch die stückweise Linearisierung nicht-linearer Dynamiken, ein hohes Maß an Interpretierbarkeit bei der Untersuchung allgemeiner hybrider Systeme.

Eine derartige axiomatische Herangehensweise ist notwendig, um verschiedenen Arten der Modellierungen zu vergleichen. Daher ist das Ziel dieser Arbeit die Notwendigkeiten aufzuzeigen, die Identifikationsverfahren einhalten müssen, um vergleichbar zu sein. Darüber hinaus soll ein nach Aussagekraft optimiertes Verfahren entwickelt werden, an dem industriell umsetzbare Verfahren gemessen werden können.

1.3 Gliederung

Zunächst wird in Kapitel 2 mit der Definition begonnen, welche für die später verwendete Axiomatik notwendig ist. Hierbei handelt es sich um die Modellklasse der stückweise linearen Systeme. Stückweise lineare Systeme sind Systeme die ausschließlich diskrete und lineare Dynamiken kennen. Des Weiteren wird dort auch herausgearbeitet, welche Vorteile die Untersuchung dieser speziellen Systemklasse besitzt.

In Kapitel 3 wird auf den Begriff der Identifikation eingegangen. Mit Hilfe dieser Begriffsdefinition lässt sich die Fragestellung Identifikation stückweise linearer Systeme aus Zeitreihen definieren. Die daraus resultierenden Aspekte der Fragestellung werden im weiteren Verlauf des Kapitels 3 behandelt.

Die Betrachtung der verschiedenen Aspekte der Fragestellung zeigt die Notwendigkeit die mathematischen Methoden der Maximum-Likelihood-Schätzung und des Kalman-Filters in Kapitel 4 näher zu betrachten.

Ausgehend von der Fragestellung der Identifikation stückweise linearer Systeme aus Zeitreihen entwickelt diese Arbeit in Kapitel 5 zunächst das ML-Identifikationsverfahren (ML steht für Maximum Likelihood). Die Entwicklung ergibt sich direkt aus der Formulierung der Fragestellung und die angewandte Systematik basiert auf der gleichen Herangehensweise wie sie auch vom Maximum-Likelihood-Schätzer verwendet wird. Dieses Identifikationsverfahren ist jedoch in seiner Umsetzbarkeit beschränkt.

Aus den Erkenntnissen, die sich aus dem ML-Identifikationsverfahren ergeben wird dann in Kapitel 6 mit Hilfe des Least Squares Ansatzes das LS-Identifikationsverfahren (LS steht für Least Square) entwickelt, mit dem dann auch Messreihen untersucht werden.

Ein großer Vorteil dieser Herangehensweise ist die Möglichkeit, dass beliebiges Wissen implementiert werden kann. Dies ergibt sich aus der Formulierung des Begriffes Identifikation, welche dazu führt, dass Wissen nicht in Form von Gleichungen in die Identifikation aufgenommen wird, sondern lediglich eine Einschränkung auf eine Teilmenge darstellt (siehe dazu auch Absatz 3.3.4). So kann ein Black Box Ansatz (ohne physikalisches Vorwissen) genauso wie ein White Box Ansatz (die physikalischen Eigenschaften des Systems sind vollständig bekannt) verwendet werden.

Das LS-Identifikationsverfahren basiert auf der Eigenschaft, dass jeder Messreihe das dazu passende stückweise lineare Modell zugewiesen wird.

In Kapitel 7 wird das LS-Identifikationsverfahren an einer stückweise linearen Simulation und am Zwei-Tank Beispiel getestet. Hier wird die Korrektheit des Verfahrens verifiziert.

Da das LS-Identifikationsverfahren stückweise lineare Systeme korrekt identifiziert, wird es in Kapitel 8 an einem verfahrenstechnischen Beispiel, der Polyethlenterephthalatherstellung, getestet. Hier wird gezeigt, welche Ergebnisse sich mit dem LS-Identifikationsverfahren im nicht-linearen Fall erzielen lassen.

Abschließend findet in Kapitel 9 eine Zusammenfassung und Bewertung der Ergebnisse, sowie ein Ausblick auf zukünftige Aufgaben und Möglichkeiten, statt.

Kapitel 2

Stückweise lineare Systeme

Dieses Kapitel stellt die im weiteren Verlauf der Arbeit verwendeten Systemklasse der stückweise linearen Systeme vor. Diese Systemklasse besitzt sowohl kontinuierliche als auch diskrete Eigenschaften. Die entsprechenden Systemklassen werden in den ersten beiden Abschnitten näher erläutert werden. Ein allgemeines System, welches beide Eigenschaften besitzt, wird, wie in Abschnitt 2.3 gezeigt, ein hybrides System genannt. Hierbei handelt es sich um eine Oberklasse der stückweise linearen Systeme, welche dann in Abschnitt 2.4 formal eingeführt werden.

Zur Erleichterung des Verständnisses werden die Begriffe Anlage, Prozess, System und Modell voneinander abgegrenzt. Als Anlage wird eine technische Einrichtung, wie zum Beispiel ein Reaktor, ein Behälter oder eine Pumpe bezeichnet, in der ein Prozess, wie ein Befüllvorgang, eine chemische Reaktion oder eine Trennoperation, abläuft. Um dafür eine Visualisierung zu finden, muss ein geeignetes Prozessabbild, das Modell, erstellt werden. Zur Erstellung dieses Modells werden Annahmen über die Eigenschaften der untersuchten Anlage getroffen. Die Gesamtheit der Eigenschaften wird auch Systemeigenschaft genannt. Ein System ist eine Klasse von Modellen, die durch eine solche Eigenschaft charakterisiert wird. Im Weiteren wird daher von einem System gesprochen, wenn ein Modell, welches lediglich durch eine bestimmte Gesamteigenschaft näher definiert ist, bezeichnet werden soll.

Die Erklärung der verschiedenen Systemeigenschaften soll in den folgenden Abschnitten beispielhaft an einem gekoppelten Zweitanksystem geschehen, ohne dabei auf alle Details dieses Systems einzugehen.

Beim gekoppelten Zweitanksystem handelt es sich um zwei in Reihe geschaltete Tanks, welche über das verschliessbare Verbindungsrohr miteinander kommunizieren. Hier die stark vereinfachte Darstellung:

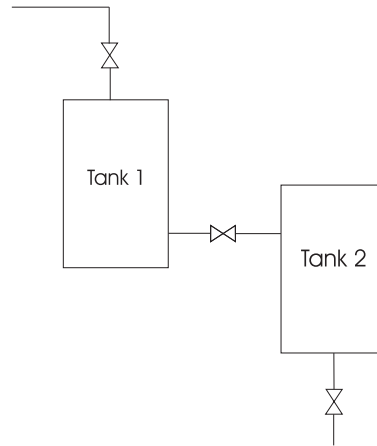


Abbildung 2.1: Zweitank Beispiel

2.1 Diskrete Systeme

In einem diskreten System liegt eine Zustandsdarstellung in diskreter Form vor. Dies bedeutet, dass der Zustandsraum aus höchstens abzählbar vielen Elementen besteht.

Diskrete Phänomene, wie sie bei hybriden Systemen vorkommen, lassen sich bezüglich zweier Eigenschaften kategorisieren, zum einen bezüglich ihrer Wirkung (Sprung - Schalten), zum anderen bezüglich ihrer Ursache (autonom - extern) [Bra95, BBM98].

Zunächst soll auf die Einteilung bezüglich ihrer Wirkung auf eine anderweitig definierte kontinuierliche Größe eingegangen werden:

Als *Schalten* (oder Moduswechsel) wird ein Wechsel der aktuell gültigen kontinuierlichen Dynamik (und damit des sie beschreibenden Systems von Differential- und algebraischen Gleichungen) verstanden. Beispiele für solche

Moduswechsel sind Phasenänderungen oder der Umschlag von laminarer zu turbulenter Strömung.

Daneben sind *Sprünge* des kontinuierlichen Zustandsvektors möglich, ohne dass die aktuelle kontinuierliche Systembeschreibung ihre Gültigkeit verlieren muss. Bei verfahrenstechnischen Systemen setzen solche Sprünge eine impulsartige Hinzufügung oder Entfernung von Masse oder Energie aus einem System voraus und sind daher in der Regel nur eine Näherung der realen Gegebenheiten. Ein Beispiel hierfür ist das augenblickliche Einbringen eines kalten Mediums in einen Verdampfer bei Überschreitung eines kritischen Schwellwertes. Je nach Menge und Temperatur des zugeführten Mediums befindet sich das System anschließend entweder weiterhin im Siedezustand (kein Moduswechsel) oder ein erneutes Aufheizen erfolgt.

Eine Betrachtung der Auswirkung dieser beiden unterschiedlichen diskreten Dynamiken findet sich in Abschnitt 3.3.8. Wie sich Sprünge in der in dieser Arbeit vorgestellten Darstellungsweise formalisieren lassen, wird im Abschnitt 2.4.2 erläutert.

Die zweite Kategorisierung bezieht sich auf die Ursache des diskreten Phänomens:

Als *autonome* diskrete Phänomene bezeichnet man solche, die aufgrund der Änderung eines inneren, in der Regel kontinuierlichen, Zustandes entstehen. Hierunter fallen Phänomene wie das Erreichen der Siedetemperatur oder das Erreichen der maximalen Befüllung.

Unter *externen* Phänomenen werden alle von außen verursachten diskreten Eingriffe verstanden. Dazu gehört jede Art von diskreter Steuerung, also alle Steuerungen, die über höchstens abzählbar viele Stelleingriffsmöglichkeiten verfügen.

Die Unterscheidung zwischen autonomen und externen Ursachen kann im Rahmen der Identifikation stückweise linearer Systeme nicht vorgenommen werden, da keine Informationen über innere Zustände vorliegen (siehe auch Abschnitt 3.2). Jedoch erfolgt als Ergebnis der Identifikation eine Schätzung der inneren Zustände, so dass auf autonome beziehungsweise externe Phänomene geschlossen werden könnte.

Bei dem Zweitank-Beispiel lassen sich damit verschiedene Zustände definieren, die mit Hilfe der Übergänge dargelegt werden:

- Erreichen der maximalen oder minimalen Füllstandshöhe in einem der

beiden Tanks - autonomes Schalten

- Öffnen oder Schließen eines Ventils - externes Schalten
- Überschreitung der Einbauhöhe des Einlaufstutzens von Tank 2 durch die Füllhöhe - autonomes Schalten

2.2 Kontinuierliche Systeme

Ein kontinuierliches System ist ein System, in dem die Zustandsänderung \dot{x} durch eine analytische (glatte) Funktion f dargestellt werden kann [Eng95]. Eine Funktion ist dann glatt, wenn sie unendlich oft stetig differenzierbar ist.¹ Diese Funktion f ist vom Zustand x und dem Eingang u abhängig.

$$\dot{x} = f(x, u)$$

Das Zweitank-Beispiel ist somit ein kontinuierliches System mit den beiden Füllhöhen als Zustandsgrößen. Dies gilt jedoch lediglich solange im betrachteten Zeitraum keine der diskreten Schaltbedingungen erfüllt ist.

2.3 Hybride Systeme

Hybride Systeme lassen sich als ein System darstellen, bei dem ein kontinuierlicher Anteil und ein diskreter Anteil aufeinander einwirken [EKK96, BP96]. Ein hybrides System ist somit ein System, in dem sich sowohl kontinuierliche als auch diskrete Phänomene feststellen lassen. Hierbei bestimmt der diskrete Zustand die kontinuierliche Dynamik und somit das zu diesem Zeitpunkt wirksame kontinuierliche System. Gleichzeitig ist die diskrete Dynamik von dem jeweiligen Zustand im kontinuierlichen System abhängig. Somit lässt sich ein hybrides System wie in Abbildung 2.2 gezeigt darstellen.

Eine Modellierung des Zweitank-Beispiels mit den diskreten Zuständen und den kontinuierlichen Füllhöhen ist somit ein hybrides Modell.

¹Eine nicht glatte Funktion enthält in einer Ableitung einen nicht differenzierbaren Punkt. Dieser Punkt ist durch die Aufteilung in kontinuierlichen Anteil und diskreten Anteil ein diskretes Ereignis, und damit nicht Teil des kontinuierlichen Systems.

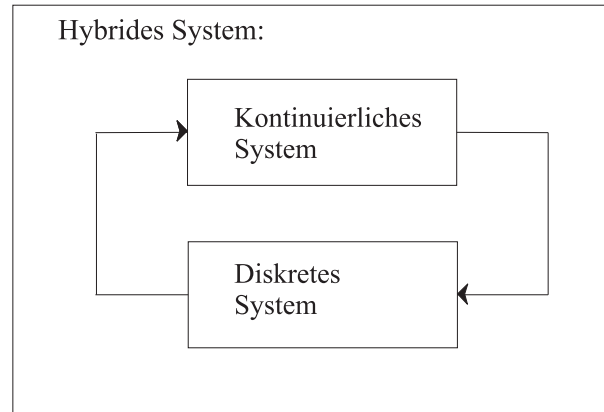


Abbildung 2.2: Hybrides System

Je nachdem bei welcher dieser beiden Komponenten (diskret oder kontinuierlich) der Schwerpunkt des Interesses liegt, sind bei der Analyse hybrider Systeme prinzipiell zwei Herangehensweisen zu unterscheiden:

a) Steht, wie beim Entwurf von Steuerungen, die diskrete Dynamik im Vordergrund, wird häufig eine Beschreibung durch ein rein diskretes Modell angestrebt, welches anschließend mit formalen Methoden auf die Erfüllung einer gewünschten Spezifikation hin untersucht werden kann [KEPS99, Lun00]. Kontinuierliche Aspekte werden in dieser Betrachtung ebenfalls durch ein diskretes System approximiert oder die diskrete Beschreibung wird um einfache kontinuierliche Dynamikanteile ergänzt.

b) Interessiert vor allem der kontinuierliche Teil, so wird die betrachtete Zeitspanne möglichst klein gewählt, damit die Dynamik auf sprunglosen Zeitabschnitten untersucht werden kann [Hof99, Sim01]. Die diskrete Dynamik degeneriert hier zu einer schnellen kontinuierlichen Dynamik.

Sofern keine weiteren Kenntnisse über das hybride System vorliegen, sind die beiden Vorgehensweisen für die Identifikation ungeeignet. Die ergibt sich aus dem Prinzip auf dem beide Vorgehensweisen basieren. Durch eine vorge-schaltete Datenreduktion wird die Untersuchung eines Teilaspektes hybrider Systeme erleichtert. Um das volle Potential der Daten zu nutzen, wird in dieser Arbeit ein gemischter Ansatz gewählt, welcher die gesamte Informati-

on sowohl der Sprungpunktdetektion als auch der Dynamikidentifikation zur Verfügung stellt.

2.4 Stückweise lineare Systeme

Ein stückweise lineares System ist ein Spezialfall hybrider Systeme. Bei stückweise linearen Systemen werden als kontinuierliche Dynamiken lediglich lineare zugelassen. Dies bedeutet, dass die in Abschnitt 2.2 benutzte Funktion f nicht nur glatt sondern linear in x und u sein muss.

In anderen Arbeiten (siehe zum Beispiel [Stu00]) wird eine Darstellung für hybride System gewählt bei der die Kopplung zwischen kontinuierlichem und diskretem Anteil direkt ersichtlich wird. In dieser Arbeit wird eine Darstellung für stückweise lineare Systeme (die entsprechende Darstellung für hybride Systeme befindet sich im Anhang) gewählt, in der die Kopplung zwischen kontinuierlichem und diskreten Anteil lediglich implizit in der Wahl des später definierten Funktionenraumes \mathcal{D} sichtbar ist. Diese Darstellung ist für die Identifikation geeigneter, da hierbei Messreihen betrachtet werden. Bei Messreihen kann die Kopplung zwischen kontinuierlichem und diskretem Anteil nicht direkt beobachtet werden, da die hier betrachtete zeitdiskrete Messung zwangsläufig nur eine diskrete Darstellung liefert.

2.4.1 Definition des zeitdiskreten, stückweise linearen Systems

Ein zeitdiskretes, stückweise lineares System $\mathcal{HS}_{\mathcal{L}IN}^d$ wird wie folgt als ein 6-Tupel definiert:

$$\mathcal{HS}_{\mathcal{L}IN}^d := (X, U, Y, \Gamma, M, \mathcal{D}).$$

Bei den Elementen des 6-Tupels handelt es sich um:

- Den Zustandsraum X . X ist ein n -dimensionaler reeller Messraum, also gilt: $X = (\mathbb{R}^n, \mathcal{B}^n)$.
- Den Eingangsraum U . U ist ein p -dimensionaler reeller Raum, also gilt: $U = \mathbb{R}^p$.

- Den Ausgangsraum Y . Y ist ein q -dimensionaler reeller Messraum, also gilt: $Y = (\mathbb{R}^q, \mathcal{B}^q)$.
- Die diskrete Zeit Γ . Da die Startzeit und der Abstand zwischen zwei Messungen als bekannt vorausgesetzt wird, wird Γ auf die natürlichen Zahlen normiert: $\Gamma = \mathbb{N}_0$.
- Eine beliebige Teilmenge M aus der Menge aller kontinuierlichen, linearen Modelle, also gilt: $M \subseteq \{(A, B, C, D, Q, R) \mid A \in \mathcal{M}_{inv}^{n \times n}, B \in \mathcal{M}^{n \times p}, C \in \mathcal{M}^{q \times n}, D \in \mathcal{M}^{q \times p}, Q \in \text{Cov}(n) \text{ und } R \in \text{Cov}(q)\}$.
- Einen zeitdiskretisierten Funktionenraum \mathcal{D} , der die möglichen Verläufe des diskreten Zustandes widerspiegelt. Hierbei handelt es sich um eine beliebige Einschränkung aus der Menge aller Verläufe des diskreten Zustandes, also gilt: $\mathcal{D} \subseteq \{d : \mathbb{N}_0 \mapsto M\}$.

Unter Verwendung dieser Definition lässt sich die Entwicklung der Zustände $x(t) \in X$ und Ausgänge $y(t) \in Y$, unter der Bedingung, dass der diskrete Verlauf $d \in \mathcal{D}$, mit $d = (A_d(t), B_d(t), C_d(t), D_d(t), Q_d(t), R_d(t))$, die Eingänge $\{u(t)\}_{t \in \mathbb{N}_0} \subseteq U$ und der Startwert $x(0) \in X$ gegeben sind, wie folgt angeben:

$$x(t+1) = A_d(t)x(t) + B_d(t)u(t) + \epsilon(t)$$

$$y(t) = C_d(t)x(t) + D_d(t)u(t) + \varepsilon(t)$$

mit $\epsilon(t) \sim \mathcal{N}(0, Q_d(t))$ und $\varepsilon(t) \sim \mathcal{N}(0, R_d(t))$.

Durch das Ersetzen der unbekanntenen Störgröße $\epsilon(t)$ und der unbekanntenen Messgröße $\varepsilon(t)$ durch die jeweiligen Verteilungen $\mathcal{N}(0, Q_d(t))$ und $\mathcal{N}(0, R_d(t))$ ergibt sich daraus eine Verteilung für alle $\{y(t)\}_{t \in \mathbb{N}_0}$. Das so definierte Wahrscheinlichkeitsmaß auf Y^Γ wird P_d genannt.

2.4.2 Sprungdarstellung

Wenn die Unterscheidung von Dynamikwechseln in Sprünge und Schalten (siehe Abschnitt 2.1) betrachtet wird, dann ist die Darstellung des Schaltens offensichtlich. Die Darstellung eines Sprunges findet nur implizit statt. Dies folgt aus der Tatsache, dass bei zeitdiskreten Systemen in denen Sprünge möglich sind, keine Identifikation von Dynamikwechselzeitpunkten, welche nicht mit den Messzeitpunkten übereinstimmen, möglich ist. Aus diesem

Grund entspricht ein Sprung in der oben eingeführten Definition stückweise linearer Systeme einer kontinuierlichen Dynamik ohne Störgröße (die Varianzmatrix des Störrauschens Q ist 0) der Länge 1.

Somit kann in einen Sprung, in dieser Darstellung, in gleicher Weise, wie bei den anderen kontinuierlichen linearen Dynamiken, Wissen implementiert werden (siehe dazu auch Absatz 3.3.4).

Wenn keinerlei Wissen über die möglichen Sprünge vorhanden ist, dann degeneriert jeder Sprung zu einer Initialisierung. In diesem Fall werden die Zustände zu den Sprungzeitpunkten $x(t_i)$ mit in die Startverteilung aufgenommen. Damit wird jedem $d \in \mathcal{D}$ analog zu dem oben angegebenen Formalismus ein Wahrscheinlichkeitsmaß P_d^i auf Y^Γ zugeordnet. Da sich das Maß P_d^i , in den im weiteren Verlauf der Arbeit verwendeten Eigenschaften², nicht von einem Maß P_d unterscheidet, ist das Lösungsverfahren zu dem in dieser Arbeit gezeigten identisch.

2.4.3 Nicht-äquidistante Messreihen

In der Definition in Absatz 2.4.1 wird implizit angenommen, dass eine bijektive³ affine Abbildung zwischen der Menge der Messzeitpunkte Γ und den natürlichen Zahlen \mathbb{N}_0 existiert.

Diese Annahme ist jedoch verletzt, wenn zum Beispiel zwei nicht gleich getaktete Messfühler verwendet werden. In einem solchen Fall muss eine erweiterte Darstellung verwendet werden, da nur noch eine injektive⁴ affine Abbildung vorliegt. Für den ersten Messpunkt t_0 wird weiterhin die 0 verwendet. Als Zeitschritt wird der größte gemeinsame Teiler der Messabstände $t_{i+1} - t_i$ benutzt. Somit wird dann jedem Messzeitpunkt eine, nicht notwendigerweise fortlaufende, natürliche Zahl zugeordnet. Alle dazwischen liegenden Zeitpunkte werden bei den nicht-äquidistanten Messreihen für die Interpolation verwendet. Jedoch ist zu beachten, dass das im Weiteren verwendete Γ dann nicht mehr den Zeitablauf darstellt, sondern nur noch die Zeitpunkte an denen gemessen wurde.

²Das Maß P_d^i unterscheidet sich mathematisch gesehen von P_d durch die Eigenschaft, dass die Varianz bezüglich t nicht stetig wächst.

³Jeder Messung kann ein eindeutiger Zeitpunkt zugeordnet werden. Außerdem kann jedem Zeitpunkt eine eindeutige Messung zugeordnet werden.

⁴Jeder Messung kann ein eindeutiger Zeitpunkt zugeordnet werden, jedoch kann nicht jedem Zeitpunkt eine Messung zugeordnet werden.

Hierzu sei als Beispiel eine Messreihe mit den folgenden Messzeitpunkten gegeben: $t_0 = 6s$, $t_1 = 97s$, $t_2 = 149s$, $t_3 = 214s$ und $t_4 = 292s$.

Die zu verwendende Zeittaktung T wird nun über den größten gemeinsamen Teiler der Zeitdifferenzen bestimmt:

$$T = \text{ggT}\{97 - 6, 149 - 97, 214 - 149, 292 - 214\} = 13$$

Mit der Festlegung der Startzeit t_0 auf 0 ergibt sich aus der Berechnung der Zeittaktung T die folgende standardisierte Darstellung der Messzeitpunkte:

$$t_0 = 0, t_1 = 7, t_2 = 11, t_3 = 16 \text{ und } t_4 = 22.$$

Sind die Zeitpunkte der Messreihe nicht faktorisiert, das bedeutet, dass keine injektive affine Abbildung der Messzeitpunkte Γ auf die natürlichen Zahlen \mathbb{N}_0 existiert, dann muss die gesamte Formulierung der Definition umgestellt werden. Ein Beispiel hierfür ist: $t_0 = 0$, $t_1 = 1$ und $t_2 = \sqrt{2}$. In diesem Fall sind die verwendeten Matrizen nicht nur von dem diskreten Zustand abhängig, sondern auch von dem Zeitabstand der beiden Messungen. Dies erzwingt eine komplexe Darstellung, welche in der Praxis nicht verwendbar ist. Hierbei würden die Matrizen des dazu gehörigen zeitkontinuierlichen Systems betrachtet werden und damit für jede Berechnung, in der ein Zeitsprung auftaucht, die entsprechende Exponentialfunktion dieser Matrix ausgerechnet werden müssen.

2.4.4 Der Vorteil stückweise linearer Systeme

Die Beschränkung auf stückweise lineare Systeme, also auf lineare kontinuierliche Dynamik und auf normalverteilte Stör- und Messfehler, ist eine Einschränkung, welche die Berechnungen in den folgenden Kapiteln deutlich erleichtert.

Dazu wird die Menge F betrachtet, welche alle Verteilungen umfasst, die für die prognostizierten Ausgangsverteilungen von $y(t)$ angenommen werden können. Da das Maß P_d als ein Element aus F^Γ definiert ist, ist es wichtig F möglichst klein zu halten. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die Menge F die folgenden Bedingungen erfüllen muss:

- Die Menge F enthält alle möglichen Startverteilungen.
- Die Menge F enthält alle möglichen Rauschverteilungen abgebildet auf den Zustandsraum X .

- Ist $x(t)$ f_t -verteilt, mit $f_t \in F$, so liegt die Verteilung von $x(t+1)$ auch in F .
- Die unabhängige Überlagerung zweier Verteilungen aus F (Faltung) liegt wieder in F .

Für lineare Systeme wird daher $F = \{\mathcal{N}(a, V)\}$ gesetzt. Dies ist erlaubt, da die Menge $\{\mathcal{N}(a, V)\}$ die folgenden Eigenschaften besitzt:

- Die Menge $\{\mathcal{N}(a, V)\}$ enthält die den Störungen zugrunde liegenden Verteilungen:
 $\mathcal{N}(0, R) \in \{\mathcal{N}(a, V)\}, \mathcal{N}(0, Q) \in \{\mathcal{N}(a, V)\}.$
- Die Menge $\{\mathcal{N}(a, V)\}$ ist bezüglich linearer Abbildungen abgeschlossen:
 $A \cdot \mathcal{N}(a, V) = \mathcal{N}(Aa, AVA^T) \in \{\mathcal{N}(a, V)\}.$
- Die Menge $\{\mathcal{N}(a, V)\}$ ist bezüglich der Faltung abgeschlossen:
 $\mathcal{N}(a, V) * \mathcal{N}(b, W) = \mathcal{N}(a + b, V + W) \in \{\mathcal{N}(a, V)\}.$

Somit lassen sich alle bei der Betrachtung von stückweise linearen Systemen auftretenden Verteilungen, sofern von normalverteilten Startverteilungen ausgegangen werden kann, mit Hilfe von Erwartungswert und Kovarianzmatrix vollständig beschreiben. Der nicht stochastische Messwert $y(t)$ entspricht der dazu gehörigen Normalverteilung mit Kovarianzmatrix 0 ($y(t)$ wird zu $\mathcal{N}(y(t), 0)$), und ist somit auch in dieser Formulierung erfasst.

Bei der Suche nach Alternativen wird ersichtlich, dass zwar auch auf andere geeignete Verteilungsklassen für das Rauschen übergegangen werden kann, es aber schwierig ist, auf die Linearität der kontinuierlichen Dynamik zu verzichten. Gegen die Verwendung anderer Verteilungsklassen spricht darüber hinaus auch, dass die Normalverteilung auch physikalisch motiviert ist, da es eine Schlussfolgerung des zentralen Grenzwertsatzes ist, dass der Fehler, der als Überlagerung vieler kleiner Fehler entsteht, annähernd normalverteilt ist.⁵

⁵In der Statistik wird oft der Schwellwert 30 benutzt. Das heißt ab einer Überlagerung von 30 gleichverteilten Verteilungen, wird die resultierende Gesamtverteilung als Normalverteilung bewertet[Ass00, Sch00]. Bei nicht gleichverteilten Verteilungen ist die benötigte Anzahl entsprechend größer.

Ist bei einer Modellierung ein Fehler zu sehen, der nicht normalverteilt ist, so kann davon ausgegangen werden, dass eine Störung vorliegt, die so gravierend ist, dass der zuständige Ingenieur sie identifizieren kann. Solche Störungen können dann wieder in das Modell aufgenommen werden, so dass am Ende ein Modell mit normalverteiltem Mess- und Störuschen vorliegt.

Kapitel 3

Identifikation

In diesem Kapitel wird die Fragestellung dieser Arbeit zu einer Formel konkretisiert. Damit dies möglich ist, muss zuerst in Abschnitt 3.1 der Begriff der Identifikation formalisiert werden. Daraus ergeben sich direkt die formalen Anforderungen an die Fragestellung in Abschnitt 3.2. Da dies in der Anwendung verschiedene Nebenfragen aufwirft, werden diese in Abschnitt 3.3 gesondert diskutiert.

3.1 Was ist Identifikation?

Der Begriff der Identifikation stammt aus dem Lateinischen und bedeutet soviel wie die “Feststellung von Übereinstimmungen” [Dud96] oder “Erkennen einer vorher nicht bekannten Gleichheit” [Dud76]. Daher stellt sich bei der Identifikation immer die Frage, mit welcher als bekannt vorausgesetzten Grundgesamtheit verglichen wird. Das Vergleichen beinhaltet immer zwei Aspekte: zum einen muss eine Grundlage für den Vergleich geschaffen werden, zum anderen muss die Größe des Raumes, der für die Identifikation gegeben ist, definiert werden.

Das Schaffen einer Grundlage für den Vergleich bedeutet, dass axiomatische Annahmen getroffen werden. Diese axiomatischen Annahmen können einerseits sehr grundlegend sein, wie die allgemein anerkannten physikalischen Gesetzmäßigkeiten der Gravitation oder des Massenerhalts, andererseits können hier auch strittige Voraussetzungen, wie zum Beispiel ein konstanter Wärmedurchgangskoeffizient, a priori festgelegt werden.

Der Aspekt der Definition der Größe des Raumes, der für die Identifikation

gegeben wird, ergibt sich aus dem statistischen Ansatz mit dem bei verrauschten Daten gearbeitet werden muss, da hier immer nur eine Feststellung von Übereinstimmungen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit möglich ist. Somit wird eine Auswahl unter den Modellen getroffen, welche die axiomatischen Bedingungen erfüllen und im Sinne der Statistik mit der gefundenen Realität bestmöglich übereinstimmen.

3.2 Die Fragestellung

Aus dieser Einführung der Identifikation heraus, lässt sich unter Benutzung der im Vorfeld getroffenen axiomatischen Annahme der stückweisen Linearität der zugrunde liegenden Dynamik nun die Fragestellung formulieren:

Gegeben ist eine Messreihe $\{y(\gamma)\}_{\gamma \in \Gamma}$ mit zugehörigen Eingängen $\{u(\gamma)\}_{\gamma \in \Gamma}$.
 Welches stückweise lineare Modell modelliert am besten die der Messreihe zugrunde liegende Systemdynamik?

3.3 Ansätze

In den folgenden Absätzen wird auf einige Aspekte eingegangen, die im Zusammenhang mit der Fragestellung wichtig sind. Die Aufzählung erfolgt in keiner spezifischen Reihenfolge, sondern stellt die verschiedenen Richtungen vor, aus denen die Fragestellung betrachtet werden muss.

Bei der Entscheidung welches Vergleichskriterium gewählt wird (Absatz 3.3.1), handelt es sich um eine Frage des Untersuchungsinteresses. Die Mindestverweildauer (Absatz 3.3.2) ist eine für die Umsetzung wichtige technische Frage. Die Möglichkeit unterschiedliche Rauschvarianzen zu erkennen (Absatz 3.3.3) ist eine Frage, die im Laufe verschiedener Diskussionen aufgekommen ist. Bei der Implementierung von Wissen (Absatz 3.3.4) handelt es sich um einen Aspekt, welcher, durch die spezifische Formulierung der Fragestellung, in jeder beliebigen Abstufung ermöglicht wird. Die Untersuchung, was die grundsätzliche Herangehensweise für driftende Systeme bedeutet (Absatz 3.3.5), soll die Erweiterbarkeit auf nicht-lineare Systeme beleuchten. Bei der Messmatrix C (Absatz 3.3.6), der Zustandsraumdimension $\dim(X)$ (Absatz

3.3.7) und den Zustandssprüngen (Absatz 3.3.8) handelt es sich wieder um Fragen, die für die technische Umsetzung wichtig sind. Abschließend wird in Absatz 3.3.9 erläutert warum auch für Verfahren, welche online arbeiten sollen, ein vorwärts laufendes Verfahren nicht geeignet ist.

3.3.1 Wahl des Vergleichskriteriums

Bei der Betrachtung der Fragestellung, fällt sofort ins Auge, dass der Begriff “am besten” einer streng formalen mathematischen Begutachtung nicht standhält, da die Fragestellung kein Vergleichskriterium definiert. Damit ist der Begriff “am besten” nicht eindeutig. Dies ermöglicht es, exotische Wünsche an die Fragestellung zu koppeln. Zum Beispiel kann es für eine Personalevaluation wichtiger sein, den Einfluss der einzelnen Arbeiter auf die Produktqualität nicht interdependent darzustellen, als ein “optimales” Prozessabbild zu erhalten.

Eine genauere Betrachtung der Fragestellung legt jedoch eine kanonische Definition für den Vergleich zweier möglicher Lösungen, und damit auch das Vergleichskriterium, nahe:

Wie in der Definition zeitdiskreter, stückweise linearer Systeme in Absatz 2.4.1 dargestellt, ist für jedes zulässige Modell $d \in \mathcal{D}$ mit Startwert $x(0) \in X$ über die Gleichungen

$$x(t+1) = A_d(t)x(t) + B_d(t)u(t) + \epsilon(t)$$

$$y(t) = C_d(t)x(t) + D_d(t)u(t) + \varepsilon(t)$$

mit $\epsilon(t) \sim \mathcal{N}(0, Q_d(t))$ und $\varepsilon(t) \sim \mathcal{N}(0, R_d(t))$

ein Maß P_d auf Y^Γ definiert. Dieses Maß stellt (statistisch) den Verlauf der Trajektorie dar. Vereinfacht gesagt, ist dies die Wahrscheinlichkeit mit der ein bestimmtes Messergebnis erzielt wird. Damit ist für jede endliche Auswahl an zulässigen Modellen ein Maximum-Likelihood-Schätzer definiert, der ein Modell dann als besser bewertet, wenn es eine höhere Wahrscheinlichkeit hat, die vorliegende Messreihe zu realisieren.

Bei der Identifikation hybrider Systeme ist die Anzahl der Modelle im allgemeinen so groß, dass die Existenz eines Maximum-Likelihood-Schätzers

nicht nachgewiesen werden kann. Hierbei wird eine Modellanzahl¹ erhalten, für die die Familie der zu diesen Modellen gehörenden Maße nicht dominiert ist. Diese mathematische Eigenschaft bedeutet, dass für diese Familie kein Maximum-Likelihood-Schätzer existiert. Die notwendige Modifikation, um trotzdem ein Ergebnis im Sinne der Maximum-Likelihood-Schätzung zu erzielen, wird in Kapitel 5 vorgestellt.

Die Verwendung des Startwertes $x(0)$ in der oben dargestellten Form ist in der Anwendung nicht praktikabel. Sie bedeutet, dass zum Startzeitpunkt exakte Informationen über den Prozess vorliegen, aber nichts über den Prozess zum Endzeitpunkt bekannt ist. Somit findet durch die Verwendung des Startwertes $x(0)$ eine Verschiebung der Bewertung statt, welche die ersten Messwerte überbewertet. Aus diesem Grund muss die Definition eines angepassten Maßes P_d , welches ohne die Benutzung eines Startwertes auskommt, eingeführt werden. Auch dieser Punkt wird in Kapitel 5 weiter erläutert.

3.3.2 Mindestverweildauer

Die Mindestverweildauer ist die Dauer in der das System axiomatisch gezwungen wird, im gegebenen kontinuierlichen Zustand zu verharren.

In der Praxis werden die als möglich angesehenen Modelle auf solche beschränkt, die einen Wechsel der diskreten Dynamik in nicht zu schneller Folge zeigen. Zwei aufeinander folgende Dynamikwechsel haben also einen vorher festgelegten Mindestabstand k ($|t_{i+1} - t_i| > k$). Für zeitdiskrete Systeme heißt dies, dass das System in jeder erreichten kontinuierlichen Dynamik mindestens k Zeitschritte verbleibt.

Für die Aufnahme derartiger axiomatischer Annahmen in die Forderungen an zulässige Modelle, sprechen sowohl physikalische als auch modelltheoretische Gründe:

- Wenn es sich bei zwei schnell hintereinander folgenden Dynamikwechseln um Schalten (vergleiche dazu Abschnitt 2.1) handelt, dann ist die Wirkung der kurz auftretenden Dynamik so gering, dass sie wahrscheinlich nicht aus den Daten herausgelesen werden kann. Ihr Weglassen hat damit keinen großen Einfluss auf die Qualität der Identifikation. Es

¹In der Praxis handelt es sich hierbei oft um nicht abgeschlossene Teilmengen von \mathbb{R}^n .

verringert aber die ausgegebene Datenmenge und erhöht, durch die Konzentration auf wenige Dynamiken², damit die Lesbarkeit.

- Die im Modell vorgesehenen Störungen ϵ und ε werden ohne Mindestverweildauer tendenziell stärker als Sprungverhalten identifiziert.
- Das als passend bewertete Modell kann zu einer immer springenden Nachbildung der Messreihe degenerieren, denn dasjenige Modell, welches in jedem Zeitschritt fehlerfrei zum nächsten Messwert springt, ist immer das optimal an die Messreihe angepasste Modell. Aus diesem Modell lassen sich aber keine Schlussfolgerungen über die die Messreihe erzeugende Ursache ziehen und somit ist es nicht verwertbar.
- Determinismen sind Ereignisse, die sicher eintreten. Ihr Auftreten bei statistischen Untersuchungen macht immer eine gesonderte Betrachtung notwendig. Das Modell zeigt nicht vorhandene Determinismen, wenn aufgrund einer zu geringen Datenmenge kein Rauschen gefunden werden kann. Die Ursache hierfür ist, dass zu jeder Messreihe der Länge l ein kontinuierliches Modell der Zustandsraumdimension $\dim(X) = l + 1$ existiert, welches deterministisch ist und die Messreihe fehlerfrei abbildet.

Wie die aufgelisteten Gründe zeigen, ist nicht nur die Forderung einer Mindestverweildauer sinnvoll, sondern es bietet sich auch an, die Anzahl der Sprünge zu reduzieren und damit die durchschnittliche Verweildauer zu erhöhen. Zwar könnte auch hier ein fester, heuristisch gefundener Wert eingesetzt werden, eine flexible Anpassung an die Messreihe ist jedoch praktikabler, da die Reduktion keine wichtige diskrete Dynamik unterdrücken darf.

Aus diesem Grund werden die Zeitpunkte t_i zu denen ein Dynamikwechsel stattfindet mit in die Wahl des Vergleichskriteriums aufgenommen. Dies bedeutet, dass ein Sprung als ein Kosten verursachendes Objekt gesehen wird. Somit werden Modelle mit vielen Sprüngen, die dadurch die Messreihe gut darstellen, als schlechter angesehen, als Modelle, die, durch das Weglassen von Sprungpunkten, nur einen geringen Qualitätsverlust haben.

Die Frage der Gewichtung zwischen Genauigkeit (viele Sprünge) und Aussagekraft (lange und damit gut erkannte kontinuierliche Dynamiken) ist eine

²Dynamiken deren Weglassen nur einen Fehler unter einer zu bestimmenden Schwelle produziert werden entfernt.

Frage der Interpretation und muss damit vom Anwender für jeden konkreten Fall neu entschieden werden. In Abschnitt 6.1.1 wird ein Ansatz mit wählbarem Parameter für die Gewichtung vorgestellt.

3.3.3 Rauschen

Es wird angenommen, dass es sich beim Rauschen um mittelwertfreie Störungen des Prozesses und der Messung handelt, deren Eigenschaften sich vollständig durch die Kovarianzmatrizen Q und R darstellen lassen.

In dieser Arbeit wird eine zum Kalman-Filter vergleichbare Vorgehensweise benutzt. Beim Kalman-Filter [Kal60] müssen die Kovarianzmatrizen Q und R als vorgegebene Parameter festgelegt werden. Daher stellt sich im Bezug auf das Rauschen die Frage, warum keine Annahmen über die Kovarianzstruktur getroffen werden, da diese auf den ersten Blick nicht identifizierbar erscheinen.

Um entscheiden zu können, ob es in einem konkreten Fall sinnvoll ist die Kovarianzmatrizen Q und R als bekannt vorauszusetzen, sollen hier die Eigenschaften dieser Matrizen erläutert werden [ZhL95].

a) Das Messrauschen, welches durch die Matrix R vollständig beschrieben wird, wirkt immer nur auf den Messpunkt an dem es auftritt. Daher ist das dazugehörige 95%-Toleranzband konstant. Hierzu eine exemplarische Wirkung des Messrauschens auf den Messwert mit dazu gehörigen Toleranzband³:

b) Das Störuschen, welches durch die Matrix Q vollständig beschrieben wird, verändert den Zustand x . Daher wirkt als Störung in einem Messpunkt immer eine Überlagerung aller bis zu diesem Zeitpunkt aufgetretenen Störungen. Da ohne Beschränkung der Allgemeinheit für die Betrachtung des Rauschens eine Einschränkung auf ein Modell ohne Eigendynamik ($A = I$)⁴ gemacht werden kann, ist die Varianz der Störung linear wachsend. Das daraus resultierende 95%-Toleranzband ist somit wurzelförmig. Auch hierzu die

³Die eindimensionale Messgröße wird konstant 0 gesetzt.

⁴Da die Dynamik A bekannt ist, kann sie herausgerechnet werden. Wenn $|A| \ll 1$ ist, dann entspricht das lineare Wachstum der Varianz nach dem Herausrechnen der Dynamik der Geschwindigkeit vor dem Herausrechnen der Dynamik, mit welcher der Prozess divergiert beziehungsweise konvergiert.

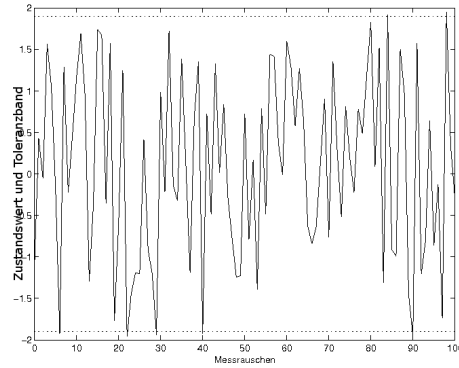


Abbildung 3.1: Messrauschen

exemplarische Wirkung eines Störrauschens auf die Messreihe mit dem dazu gehörigen Toleranzband:

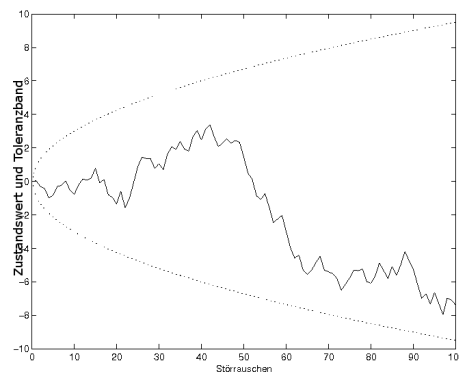


Abbildung 3.2: Störrauschen

c) Daraus ergibt sich, dass in einer von einem linearen System herrührenden Messreihe ein Rauschen mit affin⁵ verlaufender Varianz⁶ auftritt. Hierbei entspricht die Steigung der Größe des Störrauschens. Das Messrauschen ist als Nullpunktverschiebung des affinen Verlaufes zu erkennen. Hierzu die Überla-

⁵Affin heißt bis auf Translation linear. Im hier verwendeten eindimensionalen Fall läßt sich somit durch die Formel $at + b$ der Verlauf der Varianz über die Zeit t darstellen.

⁶Aus den vorherigen Einschränkungen gilt diese Annahme unter der Voraussetzung bekannter Dynamik A und bekanntem Startwert x_0 .

gerung des obigen Messrauschens und Störrauschens mit dem dazu gehörigen Toleranzband:

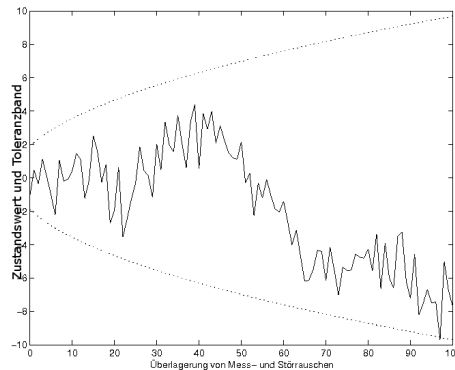


Abbildung 3.3: Gesamtrauschen

Die oben gemachten Betrachtungen zeigen, dass es keinen Grund gibt, a priori auf die Möglichkeit der Bestimmung der Kovarianzmatrizen Q und R zu verzichten. Selbst Verfahren, die das Rauschen filtern, zum Beispiel durch Mittelwertbildung, können nachträglich noch eine Schätzung der Rauschvarianz einfügen.

Eine Festlegung der Kovarianzstruktur ist insbesondere nicht ratsam, wenn ein Dynamikwechsel stattfinden kann, welcher sich in einem Wechsel der Kovarianzstruktur manifestiert, wie es zum Beispiel beim Defekt eines Messfühlers der Fall sein kann.

Wenn jedoch keine präzisen Angaben über den Startwert x_0 vorliegen, wird aus Praktikabilitätsgründen die Modellvereinfachung einer eingeschwungenen Gesamtvarianz als Modellierungsansatz verwendet.

Beispiel der Varianzberechnung

Die Trennung des Störrauschens vom Messrauschen soll an einer dazugehörigen Eichmessung verdeutlicht werden. Hierzu wird eine Anlage in einer stabilen Lage gefahren, wobei die Einschwinggeschwindigkeit, das heißt die Systemmatrix A , bekannt ist.

In diesem Fall liegen zwei Größen zur Varianzbestimmung vor. Zum einen ist das Gesamtrauschen⁷ der Anlage als Differenz zur stabilen Lage direkt mess-

⁷Solange sich ein System in einer stabilen Lage befindet verschwindet jede durch das

bar. Zum anderen lässt sich aus der Erwartungswertverschiebung der Messwerte zu den vorherigen Messwerten das Verhältnis von Mess- zu Störrauschen ablesen. Hierbei wird berechnet, in wie weit die Abweichung zweier aufeinanderfolgender Messpunkte in die selbe Richtung zeigt.

Aus diesen beiden Auswertungen lassen sich somit das Mess- und das Störrauschen der Anlage eindeutig identifizieren.

3.3.4 Implementierung von Wissen

Die bisherige Beschreibung liefert nur eine Darstellung von so genannten Black Box Modellen, also Modellen in denen kein physikalisches Vorwissen über das System benutzt wird [SZL+95]. Die Frage, die in diesem Absatz behandelt wird, ist, wie Teilwissen (Grey Box Modelle) oder vollständiges Wissen (White Box Modelle) implementiert werden kann. Bei der in dieser Arbeit vorgestellten Formulierung der Fragestellung ist eine beliebige Implementierung von Wissen möglich, denn Wissen wird hier lediglich als eine Einschränkung der Menge der als a priori zugelassenen Modelle gesehen. Die Einschränkung des Vergleichskriteriums auf diese Untermenge ist kanonisch. Das heißt, es gibt keine Veränderung in der Vorgehensweise.

Bei der Implementierung von Wissen zeigt sich auch die Stärke der Formulierung von a priori Annahmen, wie physikalischen Gesetzen, als axiomatische Annahmen. Somit kann jede Annahme auf eine Black Box Modellierung zurückgeführt werden. Dies ergibt sich aus der Tatsache, dass jedes physikalische Gesetz nichts weiter als das Ergebnis einer längeren Beobachtung der Umwelt ist. Die dort gefundene Modellierung ist ein sehr reliables Black Box Modell. Da es als ausreichend gesichert angesehen wird, wird es mit einer Sicherheit (Varianz) von 0 angenommen. Dies entspricht einer Absicherung durch eine unendlich lange Messreihe.

Aus der in dieser Arbeit vorgestellten Herangehensweise ergibt sich somit, dass sich die Begriffe Black Box, Grey Box und White Box in diesem Kontext keinen Unterschied machen und im Weiteren lediglich zu einer besseren sprachlichen Ausformulierung verwendet werden.

Störrauschen verursachte Störung über die Zeit.

3.3.5 Driftende Systeme

Driftende Systeme sind zeitvariante Systeme bei denen die Systemmatrix A als lineare Funktion über die Zeit darstellbar ist. Für den eindimensionalen autonomen Fall bedeutet dies:

$$\begin{aligned}x(t_0) &= x_0 \\ \dot{x}(t) &= (a_1 t + a_2)x(t)\end{aligned}$$

Das hier vorgestellte Verfahren ist auch zur Identifikation von nicht-linearen Systemen⁸ geeignet. Um dies zu erläutern, wird das Ergebnis für driftende Systeme dargestellt.

Für $a_1 = 1$ und $a_2 = 0$ liefert dies den in Abbildung 3.4 dargestellten Verlauf der Systemmatrix A .

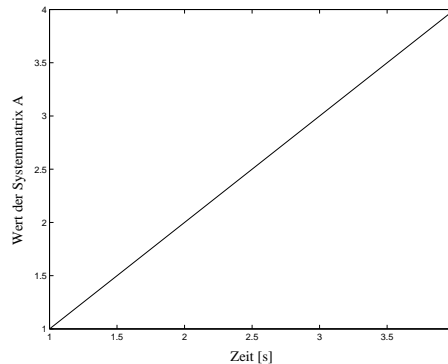


Abbildung 3.4: Driftendes System

Das passende stückweise lineare System, also das stückweise lineare System welches den geringsten Fehler zu dem gegebenen driftenden System aufweist, hat den in Abbildung 3.5 dargestellten Verlauf der Systemmatrix A .

Auf diese Weise kann mit mit einem stückweise linearen System nicht-lineares Verhalten dargestellt werden.

Wenn ein nicht-lineares Verhalten vermutet wird, dann liefert eine Untersuchung des Verlaufes der linearen Dynamik über der Zeit $d(t)$ hierzu Hinweise. Dies gilt insbesondere da, wie in Kapitel 5 und 6 erläutert werden wird,

⁸In diesem Zusammenhang wird von linearen Systemen gesprochen, wenn es einen linearen Zusammenhang zwischen dem inneren Zustand x und der Änderung des inneren Zustandes \dot{x} gibt.

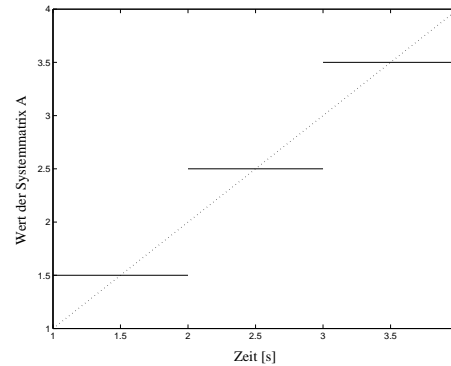


Abbildung 3.5: Stückweise lineares System

die Feinheit, in diesem Fall die Intervalllänge (das Zeitintervall in dem der Wert der Systemmatrix A konstant gehalten wird), mit Hilfe der dort vorgestellten Parameter k , l und α gesteuert werden kann. Diese Darstellung, in unterschiedlicher Auflösung, ermöglicht die Bewertung in Bezug auf die Abweichung zu einem linearen Verhalten, was als Stärke der Nichtlinearität gesehen werden kann.

Aus den daraus resultierenden Ergebnissen lässt sich entscheiden, ob die zugrunde liegende Dynamik annähernd stückweise linear ist. Nur wenn dies der Fall ist, ist es sinnvoll, die gegebene Messreihe mit Hilfe eines stückweise linearen Identifikationsverfahrens zu analysieren.

3.3.6 Die Messmatrix C

Die Messmatrix C stellt den linearen Zusammenhang zwischen der nicht beobachtbaren Ursache (der Zustand x) und der Wirkung (der Ausgang y) dar. Da sowohl White Box Modelle als auch Black Box Modelle untersucht werden, ist eine gesonderte Betrachtung dieser Matrix notwendig.

Liegt eine White Box Modellierung vor, dann ist dieser Zusammenhang bekannt, und damit ist die Messmatrix C a priori festgelegt.

Wird jedoch eine Black Box Modellierung verwendet, dann ist eine Unterscheidung zwischen Ursache und Wirkung im Falle der Identifikation ohne Sinn. Daher kann Ursache und Wirkung gleichgesetzt werden. Hierbei muss

jedoch noch einmal eine rein formale Unterscheidung getroffen werden. Wird durch die benutzte Axiomatik festgelegt, dass die Zustandsraumdimension $\dim(X)$ kleiner als die Ausgangsraumdimension $\dim(Y)$ ist, dann kann keine Einschränkung der Messmatrix C verwendet werden. Ist jedoch die Zustandsraumdimension $\dim(X)$ mindestens gleich groß wie die Ausgangsraumdimension $\dim(Y)$, dann kann ohne Beschränkung der Allgemeinheit $C = \begin{pmatrix} I & 0 \end{pmatrix}$ gesetzt werden. Dies ist möglich, da es zu jedem Modell ein isomorphes Modell mit $C = \begin{pmatrix} I & 0 \end{pmatrix}$ gibt und isomorphe Modelle bei Black Box Modellierung nicht unterschieden werden können. Dies folgt aus der Eigenschaft, dass bei der Black Box Modellierung zwei isomorphe Modelle durch eine reine Ausgangstransformation in einander überführt werden können. Diese Einschränkung senkt damit nicht die Qualität der Identifikation, aber sie erhöht die Berechenbarkeit durch das Verkleinern des Suchraumes.

3.3.7 Zustandsraumdimension $\dim(X)$

In der bisherigen Formulierung der Fragestellung wurde auf die Zustandsraumdimension $\dim(X)$ noch nicht eingegangen. Gibt es in der konkret vorliegenden Fragestellung/Messreihe keine Anforderungen (dies entspricht in der hier verwendeten Sprechweise der verwendeten Axiomatik), dann muss die Zustandsraumdimension $\dim(X)$ einer gesonderten Betrachtung unterzogen werden.

Diese Betrachtung wird durch die Eigenschaft erzwungen, dass die Erhöhung der Zustandsraumdimension $\dim(X)$ immer eine qualitative Verbesserung bringt. Hierbei ist zu beachten, dass diese Verbesserung nach dem Erreichen der wahren Zustandsraumdimension lediglich durch das Absorbieren von Störungen erreicht wird. Dies setzt sich fort bis das Modell zu einer fehlerfreien Nachbildung der Messreihe degeneriert ist. Aus diesem Grund wird die Zustandsraumdimension so klein wie möglich gesetzt.

Hierfür gibt es im Wesentlichen zwei Lösungsmöglichkeiten. Die Erste ist die Aufnahme ins Vergleichskriterium. Dabei bringt die Erhöhung der Zustandsraumdimension gewisse Kosten, die durch eine entsprechende Qualitätssteigerung ausgeglichen werden müssen, um das höherdimensionale Modell als besser zu bewerten.

Die zweite Möglichkeit ist die a priori Festlegung (Aufnahme in die axiomatischen Annahmen). Ein Beispiel hierfür ist: "Finde das optimale Modell mit der Zustandsraumdimension 5." Einschränkungen, wie "Finde das optimale

Modell mit einer Zustandsraumdimension von höchstens 3", führen immer zu einer Lösung mit maximaler Zustandsraumdimension.

3.3.8 Zustandssprünge

Wie in Abschnitt 2.1 erläutert, kann der diskrete Anteil eines hybriden Systems neben Schalten auch Sprünge enthalten.

So ist ein Objekt, welches einen elastischen Stoß erfährt, ein Beispiel für einen Zustandssprung, wenn die Geschwindigkeit durch einen inneren Zustand x repräsentiert wird. Denn in dem Augenblick in dem das Objekt den elastischen Stoß erfährt ändert sich seine Geschwindigkeit sprunghaft (vergleiche dazu auch Absatz 2.4.2).

Ein Dynamikwechsel in einem hybriden System kann daher nicht nur als eine schaltende Veränderung der Dynamik gesehen werden. Es kann darüber hinaus angenommen werden, dass bei einem Sprung der Dynamik immer auch ein Zustandssprung stattfinden kann.

Bei zeitdiskreten hybriden Systemen lässt sich diese sprunghafte Veränderung des Zustandswertes leicht darstellen. Wenn Wissen über die Eigenschaften des Zustandssprunges vorhanden ist, dann wird eine Dynamik angenommen, die nur einen Zeitschritt lang besteht. Diese Darstellung muss bei der Bewertung der Mindestverweildauer (siehe Absatz 3.3.2) berücksichtigt werden.

Eine andere Möglichkeit ist, dass das Verfahren reinitialisiert wird. Dann wird nach jedem Sprung ein neuer Startwert benutzt bzw. berechnet.

3.3.9 Vorwärts laufende Verfahren

In diesem Abschnitt findet eine grundsätzliche Auseinandersetzung mit vorwärts laufenden Verfahren statt. Auf Vergleiche, welche die Programmierung und Rechengenauigkeit betreffen, wird hier verzichtet.

Die Idee eines vorwärts laufenden Verfahrens ist es, aus der bis zu einem Zeitpunkt gegebenen Messreihe ein Kriterium zu berechnen, welches einen Bereich festlegt, in dem der kommende Messpunkt als hinreichend passend zur derzeitigen Dynamik gewertet wird [Hof99]. Wird dieses Kriterium nicht erreicht, dann wird daraus geschlossen, dass ein Dynamikwechsel stattfindet. Das Problem dieses Verfahrens ist, dass es eine systematische Fehleinschätzung liefert.

Zwar führt es aufgrund der iterierten Anpassung der linearen Dynamik zu einer direkteren Darstellungsweise für driftende Systeme (siehe auch Absatz

3.3.5), aber selbst dies liefert keinen qualitativen Nutzen.

Die große Schwäche dieser Herangehensweise wird bei einer Messreihe mit einem großen Messfehler deutlich. Dazu wird die in Abbildung 3.6 dargestellte Messreihe betrachtet.

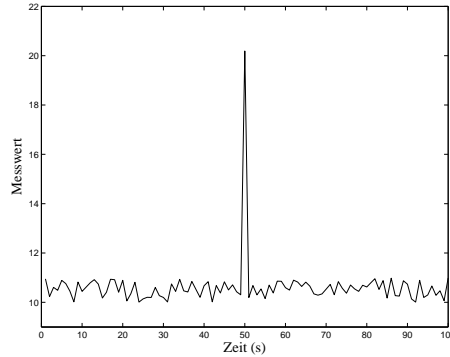


Abbildung 3.6: Großer Messfehler

Vor Auftreten des großen Messfehlers zeigt das vorwärts laufende Verfahren, dass alles in Ordnung ist und alle Messungen das Kriterium erfüllen. Der große Messfehler wird dann allerdings als Sprung identifiziert und es findet sofort eine Reinitialisierung des Verfahrens statt. Aufgrund der Verwerfung der Daten vor dem großen Messfehler wird eine stark veränderte Dynamik gefunden, welche sich nach einiger Zeit wieder einpendelt.

Bei unverrauschten Messreihen zeigt dieses Verfahren keine Unterschiede zur korrekten Identifikation. Bei verrauschten Messreihen gibt es jedoch eine weitere systematische Fehleinschätzung. Findet in Wirklichkeit ein Dynamikwechsel statt so kommt es immer zu einer durch das vorwärts laufende Verfahren tolerierten Abweichung, bevor der Sprung erkannt wird. So entsteht eine systematische Verschiebung der bestimmten Sprungpunkte, wie die Abbildung 3.7 verdeutlicht.

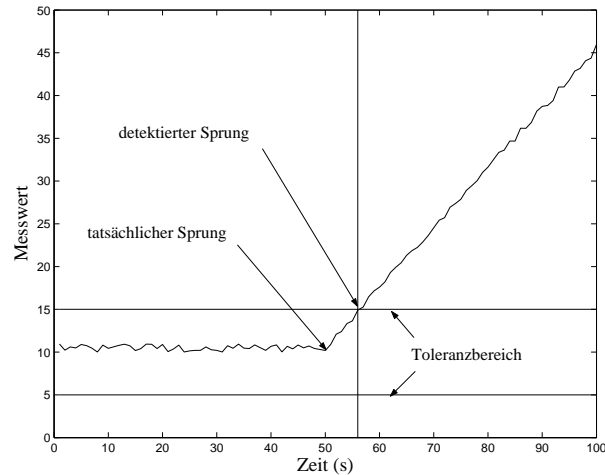


Abbildung 3.7: Systematische Sprungpunktverschiebung

Besonders deutlich wird die Problematik, am folgenden Beispiel. Hier wird eine Anlage, wie in Abbildung 3.8 dargestellt, gefahren.

Wie in Abbildung 3.7 dargelegt, werden die Sprungpunkte zu spät erkannt. Um nun den wahren Maximalwert, der in Anlage erreicht wurde, zu ermitteln wird eine Berechnung mit Hilfe einer stückweisen Regression⁹ [Seb77] gemacht. Daraus ergibt sich das geschätzte Verhalten der Anlage aufgrund der vorwärts laufenden Identifikation, wie in Abbildung 3.9 dargestellt.

Hier ist zu sehen, dass der wahre Verlauf stark von dem identifizierten Verlauf abweicht. Auch ist diese Abweichung nicht durch Ungenauigkeit, sondern durch eine systematische Fehleinschätzung verursacht. Insbesondere im Bereich eines Peaks ist ein vorwärts laufendes Verfahren nicht in der Lage eine adäquate Darstellung des zugrunde liegenden Prozesses zu geben.

Verfahren, die nicht eine einseitige Betrachtung benutzen, zu denen auch die beiden in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren gehören, haben diese beiden Fehler nicht.

⁹Dies liefert bei korrekter Identifikation der Sprungpunkte ein korrektes Ergebnis.

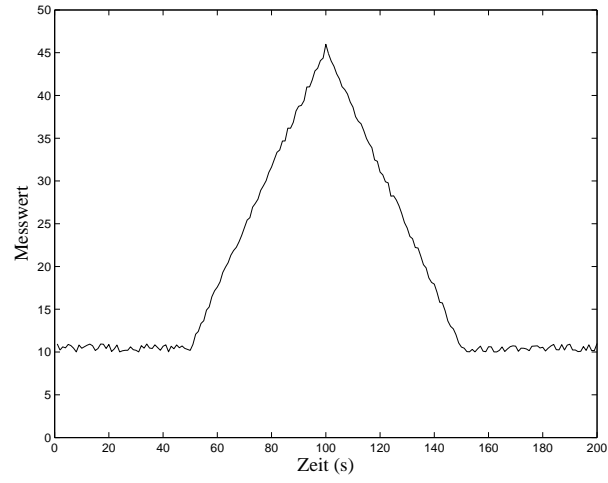


Abbildung 3.8: Beispielanlage

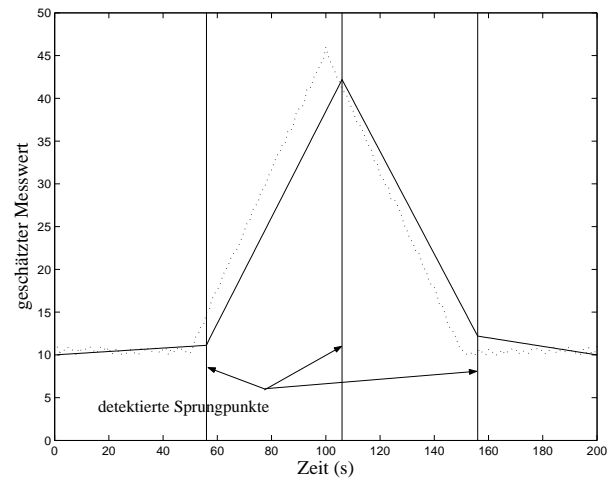


Abbildung 3.9: Falsch geschätzte Anlage

Kapitel 4

Mathematische Methoden

Wie in den vorherigen Kapiteln dargelegt, gibt es zwei wichtige Punkte, die Wahl des Vergleichskriteriums (siehe Absatz 3.3.1), sowie die Schätzung der inneren Zustände x (Berechnung des in der Definition stückweise linearer Systeme in Absatz 2.4.1 eingeführten Maßes P_d), für die es einer genaueren Betrachtung der dazu gehörigen mathematischen Methoden bedarf. Diese werden in den beiden folgenden Abschnitten näher erläutert.

Der Maximum-Likelihood-Schätzer ist die Grundlage des Vergleichskriteriums (siehe dazu auch Absatz 3.3.1). Er stellt die übliche Methode dar, eine Auswahl aus einer Familie von Maßen zu treffen. Seine Existenz ist nur gesichert, wenn die untersuchte Familie von Maßen die Zusatzeigenschaft besitzt dominiert zu sein.

Das Kalman-Filter ist die Schätzung der inneren Zustände x bei linearen Modellen mit dem geringsten quadratischen Fehler. Bei Normalverteilungen ist der quadratische Fehler die Bewertungsmethode für die Qualität der Schätzung. Daher ist das Kalman-Filter der optimaler Schätzer für die inneren Zustände x bei den in dieser Arbeit verwendeten Modellen.

4.1 Maximum-Likelihood-Schätzer

Der Maximum-Likelihood-Schätzer [Wit85] wird benötigt, wenn aus einer Beobachtung die zugrunde liegende Verteilung geschätzt werden soll. Im Gegensatz zu Punkt- und Intervallschätzern wird dabei keine Abbildung von den Beobachtungen auf die Verteilungen benutzt, sondern es wird jeder Ver-

teilung der zu dieser Beobachtung gehörige Likelihood-Quotient zugeordnet. Dieser Likelihood-Quotient entspricht der relativen¹ Wahrscheinlichkeit, dass das vorliegende Ereignis (die Messung) von der Verteilung realisiert wird. Um diesen Vorgang näher zu erläutern, wird im Weiteren eine formale Einführung mit allen Randbedingungen gegeben.

Zunächst wird, wie oben erläutert, eine Auswahl an möglichen Verteilungen getroffen. Hierbei muss es sich um eine μ -dominierte² Familie $\{P_\vartheta | \vartheta \in \Theta\}$ von Wahrscheinlichkeitsmaßen handeln. Diese Dominiertheit ist notwendig, da sie sicher stellt, dass eine einheitliche Darstellung für die dazu gehörigen Dichtefunktionen existiert³.

Somit ist also für jedes Maß P_ϑ eine Dichtefunktion $p(\cdot, \vartheta)$ bezüglich μ auf dem Raum der Beobachtungen X gegeben:

$$p(\cdot, \vartheta) : X \mapsto \mathbb{R} : x \rightarrow p(x, \vartheta).$$

Sind die Dichtefunktionen gegeben, dann lassen sich daraus die entsprechenden Likelihoodfunktionen $p(x, \cdot)$ für jede feste Beobachtung x definieren:

$$p(x, \cdot) : \Theta \mapsto \mathbb{R} : \vartheta \rightarrow p(x, \vartheta).$$

Der Maximum-Likelihood-Schätzer wählt, wie oben schon erwähnt, immer das Maß mit der höchsten Realisierungswahrscheinlichkeit aus. Er stellt damit sicher, dass jeder Beobachtung x ein Maß ϑ mit maximaler Likelihoodfunktion zugeordnet wird. Daher ist er die Statistik $\hat{\vartheta}(x)$, welche die folgende Gleichung erfüllt:

$$p(x, \hat{\vartheta}(x)) = \sup_{\vartheta \in \Theta} p(x, \vartheta)$$

Dies ist allerdings kein Kriterium für die Existenz eines solchen Schätzers. Ein hinreichendes Kriterium für die Existenz ist, dass die Familie $\{P_\vartheta | \vartheta \in \Theta\}$ abgeschlossen⁴ ist.

¹Für diffuse Maße ist die absolute Realisationswahrscheinlichkeit immer 0.

²Ein Maß ist μ -dominiert, wenn es eine Dichtefunktion $p(\cdot, \vartheta)$ bezüglich des Maßes μ besitzt.

³Die übliche grafische Darstellung von Dichten ist genau dann möglich, wenn das darzustellende Maß durch das Lebesgue-Maß λ dominiert wird.

⁴ $\{P_\vartheta | \vartheta \in \Theta\}$ ist abgeschlossen, wenn für jede Folge $(P_i)_{i \in \mathbb{N}}$ in $\{P_\vartheta | \vartheta \in \Theta\}$ die stochastisch gegen ein Maß P_∞ konvergiert, gilt: $P_\infty \in \{P_\vartheta | \vartheta \in \Theta\}$.

Insbesondere existiert also ein Maximum-Likelihood-Schätzer für alle endlichen Auswahlen Θ , da diese immer abgeschlossen sind.

4.2 Kalman-Filter

Im Rahmen der in Abschnitt 3.2 eingeführten Fragestellung liegen zwar immer die Messdaten $y(t)$ vor, aber zur Identifikation werden Informationen über die inneren Zustände $x(t)$ benötigt. Daher müssen diese aus den Messdaten $y(t)$ geschätzt werden. Die optimale Schätzung der inneren Zustände $x(t)$ aus den Messdaten $y(t)$ geschieht mit Hilfe des Kalman-Filters [BrS90, BrS94]. Dieser Schätzer ist optimal, da er den kleinsten quadratischen Fehler⁵ aufweist, und dies bei normalverteilten Fragestellungen das Qualitätsmerkmal ist.

Das Kalman-Filter wird in der Praxis zumeist als grenzwertstabiler⁶ Schätzer benutzt. Dies bedeutet, dass die Schätzung erst nach einer Einschwingzeit als verlässlich genug angesehen wird. Darum wird das Kalman-Filter oft uninitialisiert, sprich mit vorgegebenen Startwerten, benutzt, und ist so im eigentlichen Sinne kein Kalman-Filter mehr. Da in dieser Arbeit auch die Ergebnisse des Kalman-Filters vor der Einschwingzeit benötigt werden, wird im Folgenden die Definition mit Initialisierung gegeben.

4.2.1 Initialisierung

Da das Kalman-Filter lediglich in einer Schreibweise benutzt wird, in der die neue Information in das bereits bekannte Wissen über die Vergangenheit eingepflegt wird, müssen am Anfang immer Startwerte vorgegeben werden. Damit die Schätzung optimal bleibt, muss dieser Startwert aus den ersten Daten gewonnen werden. Dazu wird das Modell in eine geeignete Form gebracht, in der jedem Zustand ein Beobachtbarkeitsindex b zugeordnet werden kann. Dieser Index entspricht der Ableitung, ab der die gesuchte Größe in den Messdaten beobachtbar⁷ ist [Föl92, Isi89].

⁵Diese Optimalität entspricht der Eigenschaft, dass die zugehörigen Kovarianzmatrizen minimal sind.

⁶Der Varianz des klassischen Kalman-Filters konvergiert über die Zeit.

⁷Dies bedeutet, dass die Koordinate auf die entsprechenden Unterräume gelegt wird. Die Bestimmung der Unterräume erfolgt gemäß den üblichen Verfahren (siehe zum Beispiel [Föl92]).

Anmerkungen:

- Die herkömmliche Definition des Beobachtungsindex B [Lun03] ist das Maximum der Indizes b der Zustandsgrößen, da dies der Wert ist, ab dem alle Zustände beobachtbar sind.
- Es gibt $\dim[\text{Bild}(C)]$ Zustandsgrößen mit Index 0.
- Zu jedem Index $b \leq B$ gibt es mindestens einen Zustand, der diesen Index besitzt. Außerdem gibt es maximal $\dim[\text{Bild}(C)]$ Zustände mit dem gleichen Index b .

Wie sich aus der Definition des Beobachtungsindex B ergibt, werden die ersten $B + 1$ Messpunkte zur Initialisierung benötigt.

Für jeden Zeitschritt $t \in \{0, \dots, B\}$ wird die Messung $y(t)$ entsprechend der Beobachtungsindizes b und der entsprechenden inneren Zustände x unterschiedlich benutzt:

$t > b$ Zustand war schon beobachtbar:

Hier gelten bereits die Bedingungen, die an einen Kalman-Filter gestellt werden. Daher wird der für diesen Teilraum definierte Kalman-Filter verwendet.

$t = b$ Zustand wird beobachtbar:

Hier findet eine direkte Schätzung des Zustandes aus den Daten statt.

$t < b$ Zustand ist noch nicht beobachtbar:

Hier können noch keine Aussagen getroffen werden.

4.2.2 Klassisches Kalman-Filter

Ein Kalman-Filter, wie er in der Literatur üblicherweise verwendet wird [BrS90, BrS94], liefert die least-squares-optimale Schätzung des Zustandes aus der letzten Zustandsschätzung $\hat{x}(t-1)$ und dem neuen Messpunkt $y(t)$. \hat{P}_n ist dabei die zur neuen Schätzung $\hat{x}(t)$ gehörige Schätzvarianz:

$$\hat{x}(t) = \hat{x}_{t-1 \rightarrow t} + \hat{K}_n(y(t) - C\hat{x}_{t-1 \rightarrow t})$$

$$\hat{K}_t = \hat{H}_t C^T (C \hat{H}_t C^T + R)^{-1}$$

$$\begin{aligned}\hat{H}_t &= A\hat{P}_{t-1}A^T + Q \\ \hat{P}_t &= \hat{H}_t - \hat{K}_t C \hat{H}_t.\end{aligned}$$

Dies folgt aus:

$$\text{Var}(Ky + (I - KC)x_{\rightarrow}) = KRK^T + (I - KC)H(I - KC)^T = H - KCH$$

Somit ist das Ergebnis dieser Schätzung genau dann least-squares-optimal, wenn die Schätzung des letzten Zustandes $\hat{x}(t-1)$ auch schon least-squares-optimal war. Dies ist lediglich dann sichergestellt, wenn die Startwerte aus obiger Initialisierung genommen wurden.

Des Weiteren werden für jede Zustandsschätzung $\hat{x}(t_i)$ für $x(t_i)$ lediglich die Messdaten aus der Gegenwart und der Vergangenheit $\{y(t)\}_{t \leq t_i}$ benutzt. Daher ist die Schätzung auch nur diesbezüglich optimal.

In dieser Arbeit werden auch Zustände geschätzt, für die Messwerte vorliegen, die zu einem späteren Zeitpunkt gemessen wurden. Daher wird das Verfahren wie folgt erweitert:

4.2.3 Back-Tracking

Beim Back-Tracking wird das Problem in umgekehrter Richtung betrachtet, also mit einem rückwärts laufenden Kalman-Filter [Gel74]. Bis auf eine Inversion der Zeit ist das rückwärts laufende Filter mit dem vorwärts laufenden Filter völlig identisch:

$$\begin{aligned}\check{x}^-(t) &= \check{x}_{t+1 \rightarrow t}^- + \check{K}_t(y(t) - C\check{x}_{t+1 \rightarrow t}^-) \\ \check{K}_t &= \check{H}_t C^T (C\check{H}_t C^T + R)^{-1} \\ \check{H}_t &= A^{-1} \check{P}_{t+1}^- (A^{-1})^T + Q \\ \check{P}_t^- &= \check{H}_t - \check{K}_t C \check{H}_t.\end{aligned}$$

Dieses rückwärts laufende Filter liefert nun eine optimale Schätzung aus den Messdaten der Gegenwart und der Zukunft. Da eine Gesamtschätzung aus diesen beiden Schätzungen wegen der doppelten Verwendung der Gegenwart, nicht unabhängig wäre (siehe dazu den Anhang), wird nicht die Schätzung $(\check{x}^-(t), \check{P}_t^-)$ verwendet, sondern die projektive Schätzung $(\check{x}(t), \check{P}_t)$ aus $(\check{x}^-(t+1), \check{P}_{t+1}^-)$. Damit liefern das vorwärts laufende Filter und das rückwärts laufende Filter zusammen eine optimale Gesamtschätzung $\check{x}(t)$, welche auf allen Daten beruht:

$$\tilde{x}(t) = \check{P}_t(\hat{P}_t + \check{P}_t)^{-1}\hat{x}(t) + \hat{P}_t(\hat{P}_t + \check{P}_t)^{-1}\check{x}(t)$$

$$\tilde{P}(t) = (\hat{P}_t^{-1} + \check{P}_t^{-1})^{-1}.$$

In der Anwendung ist das Back-Tracking Kalman-Filter dem normalen Kalman-Filter insbesondere bei der Erkennung von Messrauschen überlegen. Dies wird an einem Beispielprozess illustriert. Es handelt sich um einen autonomen ($B = 0$) und konstanten ($A = 1$) Prozess, welcher ein Messrauschen ε mit Varianz $R = 1$ und ein Störrauschen ϵ mit Varianz $Q = 1,33$ besitzt. Damit ergibt sich die in Abbildung 4.1 gezeigte Schätzfehlervarianz für das normale Kalman-Filter:

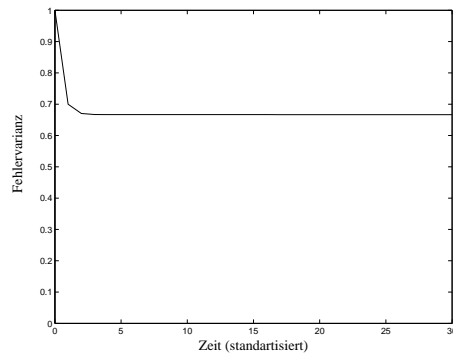


Abbildung 4.1: Fehler des vorwärts laufenden Kalman-Filters

Das rückwärts laufende Kalman-Filter zeigt ein genau umgekehrtes Verhalten, wie Abbildung 4.2 zeigt:

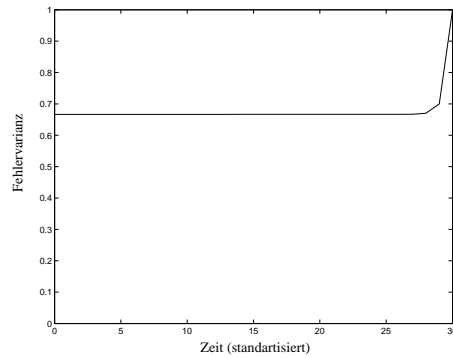


Abbildung 4.2: Fehler des rückwärts laufenden Kalman-Filters

Daraus ergibt sich die Fehlervarianz des Back-Tracking Kalman-Filters gemäß Abbildung 4.3:

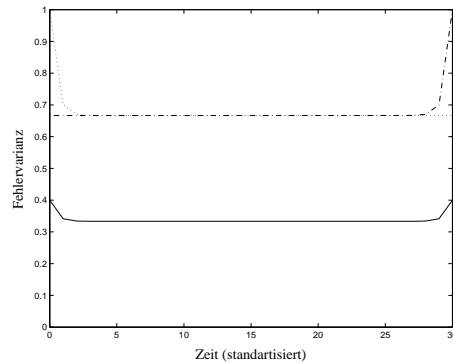


Abbildung 4.3: Fehler des Back-Tracking Kalman-Filters

Hier sieht man, dass sich die Schätzervarianz im Konvergenzbereich beider verwendeten Filter im Vergleich zum klassischen Kalman-Filter halbiert. Außerdem kann der Randfehler nicht mehr so stark ansteigen, da er durch den Konvergenzwert des klassischen Kalman-Filters beschränkt⁸ ist.

4.2.4 Fehlende Daten

Es kann vorkommen, dass bei einem Datensatz Daten fehlen, wie zum Beispiel bei Ausfall eines Messfühlers. Dasselbe gilt auch, wenn zwei Messungen nicht immer zu den gleichen Zeitpunkten stattfinden. Zum Beispiel hat Messfühler A eine Abtastzeit von 5 Sekunden und Messfühler B eine Abtastzeit von 2 Sekunden (siehe dazu auch Absatz 2.4.3).

Fehlende Daten lassen sich auf zwei Arten in den Kalman-Filter integrieren:

Einerseits kann dieser Teil der Schätzung weggelassen werden. Dies bedeutet, dass die dazwischen liegenden Zustände interpoliert werden.

Andererseits kann auch ein nicht vorhandener Datenpunkt durch einen Datenpunkt dargestellt werden, welcher einen beliebigen Wert aufweist und über eine Varianz von ∞ verfügt. In der technischen Anwendung wird oft ∞ durch einen "sehr großen" Wert ersetzt.

Eingesetzt in die oben besprochenen Formeln ergibt sich somit bei beiden Methoden die Reduktion auf $K = 0$, wobei die anderen Formeln identisch bleiben.

Daraus ergibt sich, dass beim Kalman-Filter eine störungsfreie Interpolation mit abnehmender Sicherheit verwendet wird, und beim Back-Tracking Kalman-Filter dann eine eingespannte Interpolation mit gleichmäßiger Fehlerverteilung.

Zurückblickend auf Absatz 4.2.1 kann mit Hilfe der oben dargelegten Gleichheit der Implementationsmöglichkeiten bei fehlenden Daten gesagt werden, dass die dort verwendete Initialisierung einem Kalman-Filter unter der Vorgabe eines beliebigen Startwertes mit Varianz ∞ entspricht.

⁸Beim klassischen Kalman-Filter ist der Randfehler gar nicht beschränkt. Selbst im Falle der Initialisierung ist lediglich eine Beschränkung auf die Messfehlervarianz R gegeben.

4.2.5 Nicht-autonome Systeme

In den vorgestellten Gleichungen wurden nur autonome Systeme, also Systeme ohne einen Eingang u , betrachtet. Dies ist in diesem Fall ausreichend, da sich nicht-autonome Systeme lediglich um einen deterministischen Teil von autonomen Systemen unterscheiden. Somit ist $x_{t-1 \rightarrow t}$ durch $Ax + Bu$ bestimmt und statt y wird $y - Du$ oder gleich bedeutend wird Cx durch $Cx + Du$ ersetzt.

Kapitel 5

Das ML-Identifikationsverfahren

In diesem Kapitel wird das ML-Identifikationsverfahren vorgestellt. Es basiert auf denselben Prinzipien, auf denen auch der Maximum-Likelihood-Schätzer beruht. Daher stellt das ML-Identifikationsverfahren die korrekte mathematische Lösung für die in Abschnitt 3.2 eingeführte Fragestellung dar.

Allen zulässigen Modellen wird, mit Hilfe eines speziell für diesen Ansatz modifizierten Maximum-Likelihood-Schätzers, ein dem üblichen Likelihood-funktionswert vergleichbarer Wert zugeordnet. Das Modell mit dem höchsten Wert stellt die korrekte Lösung dar.

Aufgrund der begrenzten Umsetzbarkeit des ML-Identifikationsverfahrens stellt es nur eine theoretische Lösung dar. Daher wird im Kapitel 6 mit dem LS-Identifikationsverfahren eine auf den Erkenntnissen, welche in diesem Kapitel dargelegt werden, basierende technische Umsetzung angegeben.

5.1 Ansatz

Ausgehend davon, dass jedes mögliche Modell d ein Maß P_d auf dem Zustandsraum Y^Γ induziert (vergleiche Absatz 2.4.1) kann ein Maximum-Likelihood-Schätzer ein optimales Modell $d_{ML}(\{(y(\gamma), u(\gamma))\}_{\gamma \in \Gamma})$ bezüglich einer Messreihe $\{(y(\gamma), u(\gamma))\}_{\gamma \in \Gamma}$ bestimmen. Hierbei ist jedoch das Folgende zu beachten:

Für die Bestimmung des Maßes P_d , wie es in Absatz 2.4.1 definiert wurde, ist der Startzustandswert $x(t_0)$ notwendig. Dieser ist nicht gegeben und muss daher mitbestimmt werden. Dies führt zu einer anderen Gestaltung der Fragestellung, da diesem Fall die Frage “welches Paar (Modell, Startwert) ist am besten?” betrachtet wird. Eine derartige Veränderung ist jedoch nicht möglich, da es zu einer Asymmetrie, und damit zu einem strukturellen Fehler, führen würde. Eine Asymmetrie kann lediglich verhindert werden, wenn alle Zustände $x(t)$ bestimmt werden. Um dies zu erreichen wird der Kalman-Filter benutzt.

Für den Kalman-Filter wiederum ist die Kenntnis über die Systemdynamik $\{A_d(\gamma), B_d(\gamma), C_d(\gamma), D_d(\gamma), Q_d(\gamma), R_d(\gamma), y(\gamma), u(\gamma)\}_{\gamma \in \Gamma}$ erforderlich. In der hier vorgestellten Problematik ist dies jedoch bereits gegeben, da lediglich das Maß P_d für ein Modell d bestimmt wird und die Dynamik dieses Modells d bereits vorliegt. Somit lässt sich ein vom Startwert $x(t_0)$ unabhängiges Maß P_d für jedes Modell d und jede Messreihe $\{(y(\gamma), u(\gamma))\}_{\gamma \in \Gamma}$ bestimmen. Damit ist für jede feste Messreihe $\{(y(\gamma), u(\gamma))\}_{\gamma \in \Gamma}$ das Maß P_d eindeutig durch das Maß $P_d(\{(y(\gamma), u(\gamma))\}_{\gamma \in \Gamma})$ definiert. Daher kann die Menge \mathcal{D} der zulässigen Modelle d mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Methode untersucht werden, falls die Existenz des Maximum-Likelihood-Schätzers sichergestellt ist.

Um die Frage der Existenz des Maximum-Likelihood-Schätzers zu untersuchen, werden die Eigenschaften der zu vergleichenden Maße P_d bei zeitdiskreten, stückweise linearen Systemen betrachtet. Hierbei zeigt sich, dass alle P_d Normalverteilungen sind, deren Gestalt ausschließlich von der Wahl der zugelassenen Kovarianzmatrizen R und Q abhängt.

Wenn nur positiv definite Matrizen für R und Q zugelassen werden, ist die zugehörige Familie von Maßen zwar dominiert, aber nicht abgeschlossen. Daher existieren dann immer Messreihen für die der Maximum-Likelihood-Schätzer keine Lösung besitzt.

Bildet man den Abschluss dieser Familie, dann erhält man eine Erweiterung auf eine Familie, bei der die Matrizen R und Q positiv semidefinit sind. Damit ist zwar die Abgeschlossenheit sichergestellt, aber die Dominiertheit geht verloren.

Eine Möglichkeit Abgeschlossenheit und Dominiertheit sicherzustellen, und gleichzeitig möglichst viele Maße zu erfassen, ist die Beschränkung auf $\|R\| > \varepsilon$ oder $\|Q\| > \varepsilon$ mit einem beliebigen aber festen ε . Dies bedeutet allerdings, dass die Möglichkeit verloren geht, Phänomene, wie Determinismen oder Di-

mensionswechsel, zu beschreiben.

Aus diesen Betrachtungen zeigt sich, dass es nicht sinnvoll ist, die Menge der zulässigen Modelle zu verändern. Daher wird die Untersuchbarkeit der Menge \mathcal{D} durch die folgende Modifikation des Maximum-Likelihood-Schätzers erreicht.

5.2 Modifizierter ML-Schätzer

Werden alle in Absatz 2.4.1 definierten möglichen Modelle als zulässig betrachtet, ist die Familie der zugehörigen Maße, wie oben erläutert, nicht dominiert. Damit ist kein Maximum-Likelihood-Schätzer definiert. Zwar kann ein Schätzer gefunden werden der die Eigenschaft bezüglich des Lebesgue-Maßes λ^q besitzt, dieser liefert jedoch kein für die Identifikation verwendbares Ergebnis. Dies ergibt sich aus der Eigenschaft, dass Teile der Dynamik nur auf einer Nullmenge beschrieben werden. Dadurch werden alle Modelle die sich außerhalb dieser Nullmenge gleich verhalten als gleich gut identifiziert, obwohl sie auf diesem nicht mehr beobachtbaren Teil eine beliebige, und damit schlechtere, Dynamik aufweisen können.

Daher bietet sich eine Erweiterung des Maximum-Likelihood-Schätzers wie folgt an:

Die Menge der durch den Maximum-Likelihood-Schätzer untersuchten Maße P_d wird a priori auf die Maße P_g beschränkt und die Berechnung des Maximum-Likelihood-Koeffizienten wird entsprechend modifiziert. Dies ist möglich, da geeignete Modelle gewisse Nebenbedingungen erfüllen müssen. Hier werden nur Modelle zugelassen, welche die folgenden beiden Kriterien erfüllen:

- Das Modell umfasst die Messreihe als eine mögliche Realisation.
- Es besitzt keine Eigenschaften oder Rauschwerte, welche so in der Messreihe nicht gefunden werden.

Diese beiden Eigenschaften können auch als eine strukturelle Eignung des Modells gesehen werden. Sie erzwingen die folgenden Eigenschaften bei den dazugehörigen Maßen:

- Der Träger¹ des Maßes P_ϑ die Messreihe $\{y(\gamma)\}_{\gamma \in \Gamma}$ enthalten.
- Die Dimension des Trägers² muss minimal³ sein.

Dies ergibt die beiden folgenden Formeln:

$$\text{supp}(P_\vartheta) \supseteq (y(t_0), \dots, y(t_n))$$

$$v := \dim(\text{supp}(P_\vartheta)) \leq \dim(\text{supp}(P_d)) \text{ für alle } d \in \mathcal{D}$$

Diese beiden Eigenschaften erzwingen allerdings noch keine Dominiertheit der Menge der P_ϑ . Aufgrund der obigen Eigenschaften ist dies jedoch auch nicht mehr von Bedeutung, da jetzt lediglich die Menge der Maße P_ϑ betrachtet wird, welche die Eigenschaft besitzen, dass sie alle zu einem Lebesgue-Maß λ^v (maßtheoretisch) äquivalent sind. Zwar sind die Lebesgue-Maße λ^v nicht notwendigerweise auf denselben Unterräumen von Y^Γ definiert, aber alle diese Lebesgue-Maße λ^v besitzen die gleiche Dimension v . Damit ist der Schätzer der die Dichte bezüglich des jeweiligen Lebesgue-Maßes λ^v benutzt kein Maximum-Likelihood-Schätzer im eigentlichen Sinne, aber er besitzt alle für die Identifikation notwendigen Eigenschaften.⁴

Hier ist zu beachten, dass diese Problematik, insbesondere bei White Box Modellen, also bei Fragestellungen, die schon viel Vorwissen⁵ benutzen, auftreten kann. Ist jedoch die Menge der Verteilungen hinreichend schön⁶, was von den Anforderungen abhängt, die an die zulässigen kontinuierlichen Dynamiken M und die zulässigen Verläufe \mathcal{D} des stückweise linearen Systems

¹Ein Träger stellt den Bereich dar, auf dem das Wahrscheinlichkeitsmaß existiert. Mathematisch bedeutet dies, dass der Träger das Komplement der größten offenen Nullmenge ist. Für Normalverteilungen ist der Träger immer ein affiner Unterraum.

²Die Dimension des Trägers ist das Supremum aller Dimensionen der Einzelpunkte. Ein Punkt hat die Dimension n , wenn es eine homöomorphe Abbildung von seiner Umgebung in den n -dimensionalen euklidischen Raum gibt. Für Normalverteilungen ist die Dimension gleich dem Rang der Varianzmatrix.

³Es ist trivial in einer endlichen Menge natürlicher Zahlen ein Minimum zu bestimmen.

⁴Diese Schlussfolgerung kann direkt aus der Translationsinvarianz des Lebesgue-Maßes gezogen werden.

⁵Hierbei liegt der Augenmerk weniger auf physikalischen Gesetzen, sondern auf die Einbindung von Expertenwissen, wie es die Fuzzylogik verwendet.

⁶Diese Eigenschaft hängt von den genauen Randbedingungen ab. Ein Beispiel für eine solche Nebenbedingung ist $R > 0$.

gestellt werden, so können die beiden obigen Nebenbedingungen auf die Gleichung $\text{supp}(P_\vartheta) = Y^\Gamma$ reduziert werden. Damit wird auch das Lebesgue-Maß $\lambda^{|Y^\Gamma|}$ auf Y^Γ zu dem einheitlich dominierenden Maß.

Dieses Vorgehen bedeutet somit, dass diejenigen Modelle entfernt werden, die erstens die Messreihe nicht erklären⁷ und/oder zweitens Rauschen besitzen, welches nicht durch die Messreihe erklärt werden kann. Danach wird unter den übrig gebliebenen Modellen das Wahrscheinlichste ausgewählt. Aufgrund dieser Eigenschaft wird dieser Schätzer modifizierter Maximum-Likelihood-Schätzer genannt.

Bemerkung 5.2.1

Der so gewonnene Schätzer genügt dem Maximum-Likelihood-Prinzip, obwohl die betrachtete Menge nicht dominiert ist. Dies ist so zu verstehen, dass der Schätzer Φ die Summe der richtigen Entscheidungen bezüglich der Entscheidungsfunktion E maximiert:

$$\sum_{d \in \mathcal{D}} P[E(y_1, \dots, y_n) = d | \text{diskreter Zustandsverlauf } d] = \text{Maximum}$$

Ist die Menge P_d μ -dominiert, so gilt:

$$\sum_d P(E = d | d) = \int p(y, E(y)) d\mu.$$

Somit ist genau dann die Summe maximal, wenn E der Maximum-Likelihood-Schätzer ist.

Außerdem bedeutet die Maximalität im nicht-dominierten Fall, dass für alle Entscheidungsfunktionen F und alle Teilmengen $\hat{\mathcal{D}} \subseteq \mathcal{D}$ die folgende Abschätzung gilt:

$$\sum_{\hat{d} \in \hat{\mathcal{D}}} P[E(y) = \hat{d} | \hat{d}, E(y) \in \hat{\mathcal{D}}] \geq \sum_{\hat{d} \in \hat{\mathcal{D}}} P[F(y) = \hat{d} | \hat{d}, E(y) \in \hat{\mathcal{D}}]$$

5.3 Basisalgorithmen

Um die technische Umsetzbarkeit der mathematischen Lösung mit Hilfe des ML-Identifikationsverfahrens näher zu beleuchten, wird dieses für die beiden

⁷Dies bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die (endliche!) Messreihe eine Realisation des Modells ist, 0 ist.

Aspekte der hybriden Systeme getrennt untersucht. So wird im ersten Absatz der Sprung bei bekannten Dynamiken identifiziert und im zweiten Absatz die Dynamik bei bekannten Sprungzeitpunkten.

Ziel dieses Abschnittes ist es Algorithmen vorzustellen. Das Hauptaugenmerk liegt dabei auf der Ermöglichung einer online-Untersuchung der Messreihe. Dabei wird untersucht, in wie weit ein Verzicht auf die vollständige Untersuchung und damit das Finden einer lediglich suboptimalen Lösung besser umsetzbar ist. Die hier vorgestellten Grundkonzepte werden zum einen für die Gesamtlösung mit Hilfe des ML-Identifikationsverfahrens benutzt, zum anderen stellen sie auch die Basis dar, auf der das LS-Identifikationsverfahren aufbaut.

5.3.1 Sprung

Bei diesem Algorithmus ist die Fragestellung dahingehend beschränkt, dass keine Suche auf dem Raum der kontinuierlichen Dynamiken M stattfindet. Es wird also $|M| = m$ mit m einer natürlichen Zahl angenommen. Damit ist die Anzahl der möglichen diskreten Verläufe d in einem endlichen Betrachtungshorizont ($|\Gamma| = g$ ist endlich) nicht mehr unendlich sondern lässt sich wie folgt berechnen:

$$|D\mathcal{V}| = |\Gamma|^{|M|} = g^m$$

Im Weiteren werden zur Untersuchung die folgenden Begriffe benötigt:

Definition

- $D\mathcal{V}_Z$ ist die Menge der zulässigen diskreten Verläufe. $D\mathcal{V}_Z$ ist damit die Menge der als möglich angesehenen Modelle.
- $d^{t+} := \{e \in D\mathcal{V} | e(x) = d(x) \forall x \geq t\}$ ist die Menge der diskreten Verläufe mit unbekannter Zukunft.
- $d^{t-} := \{e \in D\mathcal{V} | e(x) = d(x) \forall x \leq t\}$ ist die Menge der diskreten Verläufe mit unbekannter Vergangenheit.

Die Lösung des modifizierten Maximum-Likelihood-Schätzers wird wie im folgenden abstrakten Algorithmus dargestellt in ein Online-Verfahren implementiert:

Zuerst werden die zulässigen diskreten Verläufe DV_Z ermittelt. Da es sich um ein Online-Verfahren handelt, sind diese immer in der oben eingeführten Form d^{t+} gegeben.



In diesem Schritt wird für alle zulässigen Modelle $d \in DV_Z$ der Wert berechnet, den sie durch den modifizierten Maximum-Likelihood-Schätzer erhalten.



Mit Hilfe dieser Werte wird die Menge der zulässigen diskreten Verläufe DV_Z in die folgenden drei Kategorien eingeteilt:

1. Das Modell wird vom modifizierten Maximum-Likelihood-Schätzer als das Optimale bewertet. Diese Angabe wird für die Ausgabe benötigt.
2. Das Modell liegt in einem noch näher zu definierenden Toleranzbereich. Es wird somit als möglich, aber nicht wahrscheinlich bewertet.
3. Das Modell wird vom modifizierten Maximum-Likelihood-Schätzer als so schlecht bewertet, dass es aus der Menge der zulässigen Modelle gestrichen wird.



Nächster Zeitschritt:
Hier wird die neue Messung eingepflegt. Dies bedeutet insbesondere, dass sich die Menge der zulässigen Modelle DV_Z vergrößert, da nun $d^{(t+1)+}$ betrachtet wird.

Wie sich aus dem Schema ablesen lässt, sind einige Punkte hierbei zu beachten:

Gütekriterium

Um den Toleranzbereich festzulegen, muss aus den Ergebnissen δ_i des modifizierten Maximum-Likelihood-Schätzers eine entsprechende Güte der einzelnen Modelle berechnet werden. Hierbei ist zu beachten, dass die Ergebnisse

δ_i ihren Informationsgehalt in ihrem relativen Wert zueinander haben. Ihr Absolutwert bietet keine anwendbaren Informationen. Daher ist eine Normierung notwendig.

Die folgenden Gütekriterien für eine hinreichende Qualität der entsprechenden Modelle bieten sich an:

- $G = \frac{\delta_i}{\max_{j \neq i} \delta_j}$

Damit entspricht die Güte G der Realisierungswahrscheinlichkeit relativ gesehen zu der besten Realisierungswahrscheinlichkeit.

- $G_S = \frac{\delta_i}{\frac{\sum_j \delta_j}{|D_Z|}}$

Damit entspricht die Güte G_S der Realisierungswahrscheinlichkeit relativ gesehen zu der durchschnittlich erreichten Realisierungswahrscheinlichkeit.

Back-Tracking Kalman-Filter

Der Back-Tracking Kalman-Filter bringt mehr Genauigkeit als ein gewöhnlicher Kalman-Filter, er kostet aber dafür viel Rechenzeit. Daher sind die folgenden drei Methoden mit absteigender Qualität, aber jeweils geringerem Rechenaufwand hier aufgelistet:

a) *Komplettes Back-Tracking*

Es wird über den gesamten Zeithorizont der Back-Tracking Kalman-Filter verwendet. Dies liefert das optimale Ergebnis im Rahmen der Rechengenauigkeit.

b) *Semi Back-Tracking*

Es wird nur bis zu dem Punkt ab dem sich die als möglich angesehenen Verläufe unterscheiden ein Back-Tracking Kalman-Filter verwendet ($\max_t \exists d^{t-}$ bezüglich D_Z). Davor wird durch den normalen Kalman-Filter initialisiert. Im Vergleich zum kompletten Back-Tracking gibt es nur einen sehr geringen Qualitätsverlust, aber eine erhebliche Einsparung des Rechenaufwandes. Dies gilt insbesondere für sehr lange Messreihen.

c) *Kein Back-Tracking*

Es wird nur ein einfacher Kalman-Filter verwendet. Es ist fraglich, ob hiermit ein Ergebnis erzielt werden kann, welches nahe an der richtigen Lösung liegt.

Streichkriterium

Die Wahl des Streichkriteriums ist von entscheidender Bedeutung bei der Frage nach der Erreichbarkeit der optimalen Lösung. Wird zu viel gestrichen, kann es leicht passieren, dass die richtige Lösung aufgrund einer Störung oder eines Messfehlers wegfällt. Wird andererseits zu wenig gestrichen, dann explodiert der Rechenaufwand. Für die Wahl des Streichkriteriums müssen daher die folgenden Kriterien beachtet werden:

- Die Dimension der Lösung (siehe dazu Kapitel 5.2) muss gesondert behandelt werden, da sonst die geforderten Nebenbedingungen verletzt werden können. Modelle, die letzteres tun, sollten gleich im zweiten Programmschritt eliminiert werden.
- Die Mindestverweildauer (siehe dazu Abschnitt 3.3.2) muss an die Menge M angepasst werden, damit nicht übermodelliert wird. Auch können sonst nicht gewollte Determinismen auftauchen. Da die Menge M bekannt ist, sollte hierfür a priori ein Wert festgelegt werden.
- Die Berechnung der Güte G (siehe auch den ersten Punkt) ist bei Auftreten von Lösungen mit niedrigerer Dimension nicht mit der normalen Formel möglich. Es muss durch eine dimensions-reduzierende Unter-routine auf einen Teilraum von DV_Z eingeschränkt werden. Dann liefert die Güte G jedoch kein direkt verwertbares Streichkriterium. Hier müssen weitere Kriterien eingeführt werden. Da dies jedoch lediglich bei exotisch formulierten White Box Untersuchungen auftritt, ist eine fallspezifische Kriteriumswahl am geeignetsten.
- Die benötigte Rechnerleistung hängt stark von der verwendeten Kalman-Filter-Variante ab. Die drei möglichen Varianten wurden oben vorgestellt.

Dazu werden hier die durch den Algorithmus zu speichernden Werte angegeben.

Für das komplette Back-Tracking müssen immer die gesamten Verläufe des Kalman-Filters gespeichert werden, um Wiederholungsrechnungen zu vermeiden. Dies kann schnell zu einer Explosion der Datenmenge führen.

Beim Semi Back-Tracking ist die Speicherung von der Tiefe abhängig, bis zu der Unterschiede auftauchen. Diese Tiefe kann beschränkt werden, um den dazugehörigen Aufwand zu begrenzen.

Ohne Back-Tracking findet lediglich eine einfache Speicherung statt.

- Der maximale Entscheidungsspielraum, also die Zeit die vorhanden ist, bis eine Ausgabe⁸ benötigt wird, ist der wichtigste begrenzende Faktor der online Realisierung.

Sowohl die Wahl des Kalman-Filters als auch die des Streichkriteriums sind Entscheidungen, welche immer in Abhängigkeit zu dem konkreten Untersuchungsfall zu sehen sind.

5.3.2 Modus

Im vorigen Abschnitt wurden die Sprünge bei bekannter Dynamik gesucht, in diesem Abschnitt wird die umgekehrte Richtung untersucht. Das heißt, es wird die lineare Dynamik gesucht, bei der die Sprungpunkte⁹ bekannt sind. Dieser Ansatz wird darauf reduziert, dass kein Sprung vorliegt. Die Auswirkung dieser Einschränkung muss dabei abhängig von der Wahl der zugelassenen Sprünge gesehen werden. Können bei Sprüngen auch Zustandssprünge auftreten, so ist dies keine Einschränkung, da keine Informationen über den Sprungpunkt hinaus an die nachfolgende beziehungsweise vorhergehende lineare Dynamik weitergegeben werden kann. Liegt lediglich Schalten vor, dann muss ein ausreichend großer sprungfreier Messreihenabschnitt vorliegen, damit die Dynamik fehlerfrei bestimmt werden kann. In diesem Fall würde das Betrachten der nachfolgenden beziehungsweise vorhergehenden linearen Dynamik lediglich die Zustandsschätzung am Rand verbessern.

Im hier betrachteten Fall der Detektion ohne Sprung ist der modifizierte Maximum-Likelihood-Schätzer eine Funktion, die von den unbekanntem Parametern A , B , C , D , Q und R abhängt. Die Lösung ist das Maximum dieser Funktion. Da der modifizierte Maximum-Likelihood-Schätzer hier quasi-beschränkt ist, existiert eine nicht eindeutige Lösung. Es ist auch leicht zu

⁸Ein mögliches Kriterium wäre zum Beispiel, dass spätestens 1 Sekunde nach dem Dynamikwechsel dieser erkannt sein muss. Dies ist nicht zu verwechseln mit dem Zeitpunkt an dem der Dynamikwechsel stattfindet, welcher sich irgendwo im zugelassenen Zeithorizont befindet.

⁹Sprungpunkte sind die Zeitpunkte an denen die Sprünge stattfinden.

zeigen, dass, wenn C als Parameter zugelassen ist, immer mehrere gleichwertige Lösungen existieren (siehe dazu auch Absatz 3.3.6).

Das Hauptproblem hierbei ist der große Lösungsraum. Wenn die maximal zugelassene Zustandsraumdimension n ist, der Eingangsraum die Dimension p und der Messraum die Dimension q hat, dann ist die Dimension des untersuchten Lösungsraumes $n^2 + p^2 + nq + pq + n(n+1)/2 + q(q+1)/2$. Dadurch entsteht ein hoher Rechenaufwand, und die vom Rechner gefundene Lösung ist unter Umständen nur lokal optimal.

Es gibt unterschiedliche Programme, welche lineare Dynamiken identifizieren. In dieser Arbeit wird die Funktion `n4sid` aus Matlab verwendet, da dieses Programm am Lehrstuhl zur Verfügung stand. Der Algorithmus dieser Funktion ist in [Lju99] zu finden. Die Methode wird in [OM96, Ve94, La90] erläutert. Die Untersuchung der linearen Teildynamik lag nicht im Fokus der Arbeit, aus diesem Grund wurde auf den Vergleich mit anderen Verfahren verzichtet.

5.4 Gesamtprogramm

Da im vorherigen Abschnitt die abstrakten Algorithmen der Identifikation der beiden Aspekte von stückweise linearen Systemen erläutert wurden, wird hier der abstrakte Algorithmus für eine Gesamtidentifikation vorgestellt.

Eine Kombination der beiden obigen Verfahren, zur Sprung- und Modusdetektion, ist nicht möglich, da sie jeweils nur mit bekannten Sprüngen, bzw. bekannten Modi funktionieren. Somit kann keines der beiden Verfahren eine Berechnung beginnen, bevor es die Daten des anderen Verfahrens erhalten hat. Die Vorgabe eines Startwertes und eine Iteration, welche abwechselnd die beiden obigen Verfahren aufruft, könnte zu einer Akkumulation von Fehlern führen. Dies auszuschließen ist bei der hohen Komplexität nahezu unmöglich. Außerdem wäre das Verfahren welches zum Finden eines Startwertes eingesetzt würde, aufgrund des oben beschriebenen Risikos, schon selbst ein besseres Verfahren, als die Kombination der beiden Identifikationsverfahren. Daher wird ein eigenständiges Verfahren benötigt, welches einen globalen Ansatz verfolgt.

5.4.1 Hybrid-Offline

Die folgende abstrakte Algorithmus beruht einerseits auf der Erkenntnis, dass die Identifikation des Modus deutlich rechenaufwendiger ist, als die Detektion der Sprungpunkte. Andererseits soll das Verfahren in einer Weise modular aufgebaut werden, dass es sich leicht zu einem Online-Verfahren erweitern lässt.

Um diese Eigenschaften zu gewährleisten wird die folgende Iteration verwendet:

Zu Beginn jeder Schleife ist eine Menge T von schon gefundenen Sprungpunkten gegeben. Beim ersten Durchlauf dieser Schleife ist die Menge T daher leer.

↓

Nun werden alle Modelle^a verglichen bei denen höchstens ein Sprungpunkt hinzugefügt wurde. Es wird also $T := T \cup \{t_i\}$ gesetzt.

^aIm Gegensatz zum vorigen Abschnitt werden hier alle linearen Dynamiken gleichzeitig geschätzt.

↓

Nun sind $|\Gamma| + 1 - |T|$ Modelle gegeben. Diese lassen sich mit Hilfe des modifizierten Maximum-Likelihood-Schätzers auswerten.

↓

Im letzten Schritt findet die Entscheidung statt, ob ein Sprungpunkt zu T hinzugefügt wird. In diesem Fall wird die Iteration von neuem gestartet. Wird die Entscheidung getroffen, keinen Sprungpunkt hinzuzufügen, da keines der zur Auswahl stehenden Modelle ein Ergebnis liefert, welches nach zu definierenden Kriterien (siehe dazu auch Abschnitt 6.1.1) qualitativ hochwertiger ist, dann wird die Iteration abgebrochen und das aktuelle Modell als Lösung ausgegeben.

5.4.2 Hybrid-Online

Wie schon erwähnt, ist die obige Iterationsschleife dazu gedacht, zu einem online-Verfahren modifiziert zu werden. Diese Modifikation geschieht wie folgt:

Es wird nicht die gesamte Messreihe betrachtet, sondern lediglich die Messreihe seit dem letzten gefundenen Sprungpunkt. Falls keine Zustandssprünge zugelassen sind, werden die alten Daten zur Bestimmung des Startwertes mit Hilfe eines einfachen Kalman-Filters benutzt. Nun wird auf dieser Messreihe in jedem Zeitschritt untersucht, ob ein Modell mit einem Sprungpunkt gefunden werden kann, welches besser ist. Dieser Betrachtungshorizont ist notwendig, da die Verzögerung zwischen Erkennbarkeit eines Dynamikwechsels und aktueller Messung auf einem komplexen Zusammenhang zwischen der Größe der Kovarianzmatrizen R und Q und der Systemmatrix A beruhen. Es ist bis dato nicht möglich die Verzögerung verlässlich zu schätzen.

Wird ein derartiger Sprungpunkt gefunden, so wird das Verfahren neu initialisiert. Das heißt, es wird nun nur noch ab diesem Punkt die Messung ausgewertet und der neue Startwert mit einem Kalman-Filter bestimmt.

Damit wird nicht mehr die Menge T für die Identifikation benötigt, sie stellt aber weiterhin das gefundene Ergebnis dar. Auch kann davon ausgegangen werden, dass es sich in einem online-Verfahren anbietet, auf die Interdependenz der kontinuierlichen linearen Stücke keine Rücksicht zu nehmen und diese unabhängig voneinander zu bestimmen.

Zum Vergleich mit dem offline-Verfahren geht bei diesem Verfahren lediglich die Möglichkeit verloren, aus aktuellen Daten noch einen weit zurückliegenden Sprungpunkt zu finden. Außerdem kann ohne großen Genauigkeitsverlust das Verfahren mit einem maximalen Horizont ausgestattet werden. Es wird also nicht bis zum letzten Sprungpunkt zurückgerechnet, sondern immer nur eine bestimmte Zeitspanne. Dies führt zu einer leichten Überbewertung von Störungen, welche durch das Rauschen verursacht werden.

5.5 Grenzen des Verfahrens

Das ML-Identifikationsverfahren hat sich bei Tests, selbst unter der Verwendung von sehr kurzen Messreihen mit bis zu 30 Punkten, die lediglich

eindimensional sind, als sehr verlässlich gezeigt. Allerdings dauerte die Berechnung mit einem herkömmlichen PC bereits bei derartig wenigen Messpunkten mehrere Stunden, daher wurde auf Simulationen mit größeren Messreihen aufgrund der fehlenden Perspektive¹⁰ verzichtet.

Die theoretischen Grenzen des ML-Identifikationsverfahrens liegen in der fehlenden Möglichkeit die vollständige Korrektheit zu verifizieren. Hierbei taucht die strukturelle Unlösbarkeit auf, dass die Möglichkeit der Rückkopplung der Qualität der Zustandsschätzung auf die Gütebewertung des Modells nicht auszuschließen ist.

Es findet keine direkte Rückkopplung in dem Sinne statt, dass wenn ein Modell eine gute Zustandsschätzung zulässt, mit Hilfe der gefundenen Zustände auch ein guter Zusammenhang zwischen Zustand und Messreihe zu finden ist (Dies gilt, da ein Modell, welches über einen zu geringen Messfehler verfügt, einen auftretenden Messfehler als Störfehler interpretieren wird. Damit wird es eine größere Abweichung in Bezug auf die Messreihe aufweisen und schlechter bewertet werden).

Allerdings lässt sich eine komplexe Verschiebung in der Gesamtheit von Sprungpunktwahl, Stör- und Messrauschen nicht ausschließen. Diese könnte durch die ungleiche Überlagerung von Stör- und Messrauschen entstehen, welche vom Abstand zu den beiden begrenzenden Sprungpunkten abhängig ist.

Aufgrund des hohen Rechenaufwandes und der fehlenden Möglichkeit eine komplexe Verschiebung abzufangen, wird im nächsten Kapitel anstatt des ML-Identifikationsverfahrens der in diesen Gesichtspunkten besser geeignete Ansatz des LS-Identifikationsverfahrens betrachtet.

¹⁰Hier wurde eine Abwägung zwischen Erhöhung der Rechenleistung (z.B. Grid Computing) und Verbesserung des Algorithmuses getroffen.

Kapitel 6

Das LS-Identifikationsverfahren

Das in Kapitel 5 vorgestellte ML-Identifikationsverfahren hat verschiedene Restriktionen. Aufgrund der hohen Anforderungen an die Rechenleistung ist eine aufwendige Optimierung des Programmiercodes erforderlich. Außerdem stellt es einen immensen Arbeitsaufwand dar die korrekte Implementierung zu verifizieren. Dazu kommt, dass es nicht möglich war einen komplexen Fehler auszuschließen. Aus diesen Gründen wurde die Weiterverfolgung des ML-Identifikationsverfahren eingestellt und basierend auf den Erkenntnissen die Erweiterung zum LS-Identifikationsverfahren durchgeführt. Dieser Ansatz erlaubt es dann auch, das Risiko eines komplexen Fehlers mit Hilfe eines Puffers, wie im folgenden erläutert, auszuschließen.

Die Grundlage dieses Identifikationsverfahrens bildet die Idee, Fehler über den quadratischen Abstand (Least Squares) zu bestimmen. Bei Normalverteilungen liefern die Maximum-Likelihood-Schätzung und die Least Squares Schätzung identische Schätzungen für Erwartungswert und Varianz [Wit85]. Sie sind somit in dieser Anwendung gleich. Da sich die Auswirkungen von Mess- und Störfehlern grundlegend unterscheiden, kann die Identität für stückweise lineare Systeme nicht bewiesen werden.

Der wesentliche Unterschied zum ML-Identifikationsverfahren ist, dass bei der Least Squares Methodik die Feedback-Schleife in der Fehlerfortpflanzung nicht a priori ausgeschlossen werden kann. Eine Feedback-Schleife ist gegeben, wenn aus der Eigenschaft, dass ein Modell eine gute Zustandsschätzung zulässt, mit Hilfe der gefundenen Zustände auch ein guter Zusammenhang zwischen Zustand und Messreihe zu finden ist. Das heißt, dass ein Modell,

welches durch einen Modellfehler das Rauschen wegfiltert, dadurch genauere Ergebnisse liefert. Jedoch ist die Fragestellung deutlich zu komplex, um eine Abschätzung für sich gegenseitig beeinflussende Fehler zu finden. Daher muss bei der LS-Identifikation ein Puffer eingebaut werden, der verhindert, dass eine Feedback-Schleife auftaucht.

Dieser Puffer benutzt die Eigenschaft, dass die Feedback-Schleife die Charakteristik besitzt, eine Diskrepanz zwischen dem gefundenen Modell und den geschätzten Zuständen aufzuweisen. Es werden also alle Modelle herausgefiltert, die eine derartige Struktur besitzen.

Strukturen die von einer Feedback-Schleife erzeugt werden, können wie folgt erkannt werden:

Mit Hilfe des modifizierten Kalman-Filters wird der Zustand geschätzt. Modell und Zustand passen zusammen, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

- Die Messrauschvarianz \hat{R} stimmt mit der im Modell benutzten Messrauschvarianz \tilde{R} überein. Die Messrauschvarianz \hat{R} wird berechnet als der Mittelwert der Quadrate der Differenz der geschätzten Ausgangswerten $y(t)$ und der Messung.

Dies bedeutet, dass das Messrauschen R richtig erkannt wurde.

- Die Störvarianz \hat{Q} stimmt mit der im Modell benutzten Störvarianz \tilde{Q} überein. Die Störvarianz \hat{Q} wird berechnet als der Mittelwert der Quadrate der Differenz der geschätzten Zustandswerten $x(t)$ und den ungestörten Prognosewerten $Ax(t-1)$.

Dies bedeutet, dass das Störuschen Q richtig erkannt wurde.

- Die Summe der realisierten Störabweichungen ist Null. Somit nimmt die Zustandsschätzung keine gezielte Verschiebung vor, um die Modelldynamik an die wirkliche Dynamik anzupassen. Die Summe der realisierten Störabweichungen wird durch Aufsummieren der Differenz zwischen den geschätzten Zustandswerten $x(t)$ und den ungestörten Prognosewerten $Ax(t-1)$ berechnet.

Dies bedeutet, dass die Systemmatrix A richtig erkannt wurde.

- Das Modell vor dem Sprung und das Modell nach dem Sprung unterscheiden sich signifikant.

Dies bedeutet, dass die Dynamikwechsel richtig erkannt wurden.

Ist dies alles erfüllt, spiegelt sich die für die Zustandsschätzung benötigte Modellannahme auch in den gefundenen Zuständen wieder. Alle Modelle, die diese Bedingungen erfüllen, werden im weiteren zulässige Modelle genannt.

6.1 Ansatz für die Gütefunktion

Die Zulässigkeit ist aufgrund der obigen Betrachtungen gegeben und es wird der Begriff “am besten” mit Hilfe der quadratischen Abweichung definiert. Dies liefert als Gütekriterium für die kontinuierlichen linearen Dynamiken die Summe der auftretenden Stör- und Messrauschvarianzen. Ein höherer Wert bedeutet eine geringere Güte. Ein Modell ist somit besser, wenn es weniger zufällige, unbekannte Phänomene zur Beschreibung der beobachteten Messreihe benötigt.

Analog verschlechtert sich die Güte durch jeden Sprungpunkt (siehe dazu auch Absatz 3.3.2). Je nach Betrachtungsweise ist auch die Verteilung der Sprungpunkte ein die Güte verändernder Faktor. Dies ermöglicht es, das Ausgleichen schwer erfassbarer Bereiche durch viele Sprünge zu bewerten. Bei driftenden Systemen (siehe Absatz 3.3.5) wird auf diese Weise die Anpassungsgeschwindigkeit geregelt.

Da sich die Zulässigkeitsbedingungen nicht leicht berechnen lassen, wird auf eine weitere Eigenschaft der optimalen Lösung zurückgegriffen:

Der mittlere quadratische Abstand zwischen der Messreihe $\{\tilde{y}(\gamma)\}_{\gamma \in \Gamma}$, welche das Modell vorhersagt, und der wahren Messreihe $\{y(\gamma)\}_{\gamma \in \Gamma}$ ist minimal.

Wie aus den Formeln für den Kalman-Filter (siehe Abschnitt 4.2) ersichtlich wird, ist mit der obigen Eigenschaft für das Modell lediglich das Verhältnis von Störuschen zu Messrauschen geschätzt, da die Vorhersage vom absoluten Rauschen¹ unabhängig ist. Sobald die lineare Dynamik allerdings geschätzt ist, lässt sich auch das absolute Rauschen schätzen.

¹Mit absolutem Rauschen wird die Überlagerung von Mess- und Störuschen bezeichnet.

Ausgehend von dieser vereinfachten Darstellung, wird in den folgenden Absätzen Stück für Stück ein Gütemaß, welcher dann als ein Maß der Modellqualität genommen werden soll, definiert.

6.1.1 Sprungfehler

Der Qualitätsverlust, oder auch Fehlerwert, der einem Sprung zugemessen wird, sollte die folgenden Eigenschaften besitzen (siehe Absatz 3.3.2):

- Der Strafterm für Sprünge, der durch das Hinzufügen eines Sprungpunktes entsteht, muss größer als 0 sein. Da die Annahme, dass ein Sprungpunkt vorliegt, steigt je kleiner der Strafterm ist, wird in dieser Arbeit die nicht notwendige, aber sinnvoll erscheinende, zusätzliche Einschränkung gefordert, dass eine zu definierende echt positive Untergrenze nicht unterschritten wird.
- Die gewünschte Sprungstruktur muss durch den Strafterm für Sprünge bewertet werden. Dies ist zum Beispiel wichtig, wenn eine Häufung von Sprungpunkten zur Anpassung an eventuelle Nichtlinearitäten erwünscht ist oder verboten werden soll.
- Zu schnelles Springen erhöht den Sprungfehlerwert zusätzlich, denn sonst degeneriert das Modell zur Nachbildung der Messreihe. Alternativ kann zu schnelles Springen auch verboten werden. Dies entspricht unendlich hohen Zusatzkosten. Die Definition des Begriffes “zu schnell” ist eine Modellannahme. Da in dieser Arbeit der Schwerpunkt auf der Black Box Identifikation liegt und die ähnlich strukturierte zweite Eigenschaft hierfür ausreichend ist, wird diese Alternative im Weiteren nicht benutzt.

Die obigen Eigenschaften sind sichergestellt, wenn eine Kostenfunktion f gewählt wird, welche die folgenden Eigenschaften besitzt:

- f ist eine strikt positive konkave Funktion.
- Es gilt: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) > 0$.

Dann kann der folgende Strafterm für Sprünge S benutzt werden:

$$S = \sum_{i: t_i \text{ Sprungpunkt}} f(t_i - t_{i-1})$$

Für f eignet sich zum Beispiel die Funktion

$$f(x) = \frac{l}{x^\alpha} + k$$

mit $k \geq 0$, $l \geq 0$ und $\alpha > 0$.

In diesem Fall ist α ein vorgegebener struktureller Dämpfungsfaktor. Der Faktor k spiegelt die minimalen Sprungfehlerkosten wieder und der Faktor l eignet sich als Sprungabstandsgewichtung bei der Anpassung des Modells.

6.1.2 Dimensionsfehler

Der Dimensionsfehler muss nur eine Eigenschaft besitzen (siehe Absatz 3.3.7):

- Je höher die Dimension, desto höher der Dimensionsfehler. Mit anderen Worten die Erhöhung der Dimension muss an anderer Stelle den Fehler reduzieren, ansonsten ist das Modell schlechter.

Daher wird hier ein streng monoton wachsender additiver Dimensionsfehler benutzt. Der hier benutzte Dimensionsfehler D ist

$$D = d \cdot dim$$

mit dim der Dimension des Zustandsraumes und d der Gewichtungskonstanten des Dimensionsfehlers.

6.1.3 Gesamtfehler

Aufgrund der oben erwähnten Überlegungen lässt sich jedem Modell, genauer gesagt jeder Schätzung für den Verlauf der Messreihe \tilde{y} eine Güte zuordnen. Im weiteren soll dafür die folgende Gleichung benutzt werden:

$$G(\tilde{y}) = \sum_t (y(t) - \tilde{y}(t))^2 + \sum_{i:t_i \text{ Sprungpunkt}} \left(\frac{l}{(t_{i+1} - t_i)^\alpha} + k \right) + d * dim$$

6.2 Die Struktur des Algorithmus

In diesem Abschnitt werden zunächst die Anforderungen an den Algorithmus genauer spezifiziert, um dann den abstrakten Algorithmus vorzustellen.

Da die Anforderungen an den Algorithmus zur LS-Identifikation denen der ML-Identifikation entsprechen (siehe dazu Abschnitt 5.4), soll ein Weg gefunden werden, die Menge T der bereits gefundenen Sprungpunkte in jeder Programmschleife um einen weiteren zu erweitern. Damit ließe sich eine zu den Algorithmen in den Absätzen 5.4.1 und 5.4.2 korrespondierende Struktur einführen.

In eine derartige konzeptionelle Schleife lässt sich eine Bestimmung der Dimension nicht einbauen. Für jede vorgegebene Dimension kann die Lösung mit dem im Folgenden vorgestellten Algorithmus gefunden werden. Da in Abschnitt 6.1.2 die Gütemodifikation für die Dimension eingeführt wurde, lassen sich diese Lösungen vergleichen und die optimale kann bestimmt werden. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird nur mit vorgegebenen Dimensionen gearbeitet, daher wird die Dimension nicht weiter betrachtet.

Um eine Idee zu bekommen, wie Sprünge mit Hilfe einer Fehlerabweichung gefunden werden können, zeigt Abbildung 6.1 eine einfache stückweise lineare Funktion:

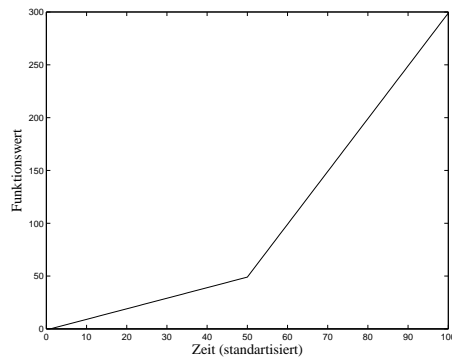


Abbildung 6.1: Stückweise lineare Funktion

Wenn allerdings nur eine lineare Dynamik erlaubt ist, wird diese stückweise

lineare Funktion durch die in Abbildung 6.2 gezeigte Regression ersetzt:

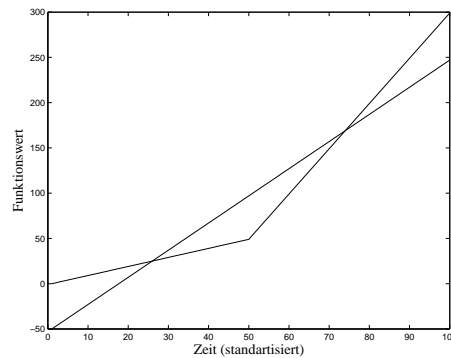


Abbildung 6.2: Stückweise lineare Funktion mit ihrer Regressionsgeraden

Die Anpassung einer stückweise linearen Funktion mit Hilfe einer linearen Funktion zeigt daher eine charakteristische Fehlerstruktur auf, welche die in Abbildung 6.3 gezeigte Gestalt besitzt:

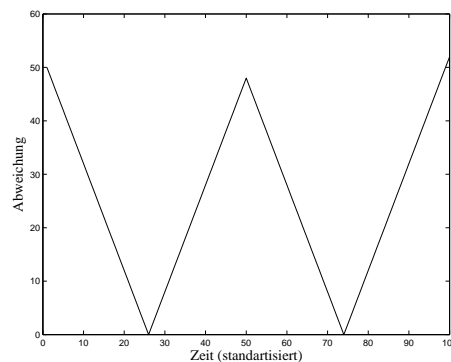


Abbildung 6.3: Abweichung (als Betrag) zwischen stückweise linearer Funktion und ihrer Regression

Eine analoge Struktur zu den der stückweise linearen Funktionen lässt sich auch bei stückweise linearen Modellen finden. So zeigen alle linearen Modelle, welche sich von der Realität durch das Fehlen eines Dynamikwechsels unterscheiden, die unten gezeigte Fehlerstruktur. In Abbildung 6.4 exemplarisch die Fehlerabweichung für ein solches lineares Modell.

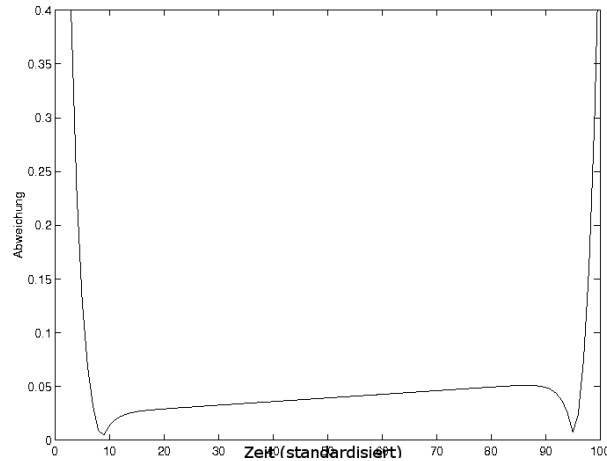


Abbildung 6.4: Fehlerverhalten

In Abbildung 6.4 ist zu erkennen, dass die Fehlerstruktur nicht identisch ist zu der von stückweise linearen Funktionen. Der Fehler steigt am Rand wesentlich stärker an. Dies ergibt sich aus der Eigenschaft, dass Randwerte von linearen Modellen ungenauer bestimmt werden. Somit zeigen sich dort größere Abweichungen.

Trotzdem liefert diese Eigenschaft einen Ansatz, der, bei richtiger Bewertung, die möglichen Orte der Sprungpunkte bestimmen kann. Dies wird im nächsten Abschnitt näher erläutert.

6.2.1 Der abstrakte Algorithmus

Unter Benutzung der oben dargestellten Eigenschaften eines stückweise linearen Systems, sieht der abstrakte Algorithmus zur LS-Identifikation wie folgt aus:

Zu Beginn jeder Schleife ist eine Menge T von schon gefundenen Sprungpunkten gegeben. Beim ersten Durchlauf dieser Schleife ist die Menge T daher leer.

↓

Es werden die kontinuierlichen linearen Dynamiken auf den durch T unterteilten Raum bestimmt. Aus Praktikabilitätsgründen wird diese Berechnung für jeden Raum separat gemacht. Dadurch lassen sich dafür vorhandene Programme zur Identifikation linearer Dynamiken nutzen.



Es wird eine Funktion δ berechnet, welche den Abstand zwischen der Messreihe und den aufgrund des Modells zu erwartenden Messwerten widerspiegelt. Dies ist möglich, da aus dem letzten Schritt die linearen Dynamiken bekannt sind. So können durch den Kalman-Filter die inneren Zustände berechnet werden, welche direkt die zu erwartenden Messwerte ergeben.



Die Auswertung der Funktion δ liefert den wahrscheinlichsten nächsten Dynamikwechsel. Die im weiteren verwendeten möglichen Dynamikwechsel sind die lokalen Maxima außerhalb der Menge T . Zu beachten ist hierbei, dass die Funktion δ durch ein starkes Rauschen überlagert ist, welches nicht notwendigerweise normalverteilt ist.



Die möglichen Orte eines weiteren Dynamikwechsels werden auf ihren Gütewert untersucht. Ist der Gütewert höher als der Gütewert ohne einen weiteren Wechsel, so wird der Ort mit dem höchsten Gütewert der Menge T hinzugefügt. Falls kein weiterer Dynamikwechsel gefunden wird, terminiert das Programm.



Die Funktion δ besitzt nur schlechte Lokalisierungseigenschaften. Daher wird untersucht, ob eine leichte Verschiebung des gerade gefundenen Dynamikwechsels die Gütefunktion weiter verbessert. Dies wird durchgeführt, bis der exakte Punkt des Dynamikwechsels gefunden wird.



Die nächste Schleife der Iteration wird mit der um einen Dynamikwechsel vergrößerten Menge T begonnen.

Kapitel 7

Anwendungen

In diesem Kapitel wird das entworfene LS-Identifikationsverfahren zur experimentellen Modellbildung von stückweise linearen Systemen eingesetzt. Zunächst wird das LS-Identifikationsverfahren für die Bestimmung eines Modells benutzt, welches auf einer stückweise linearen Dynamik beruht. Dies dient der Validierung des Verfahrens und des programmierten Algorithmus.

Als weitere Untersuchung findet eine Identifikation des Zwei-Tank Beispiels statt. Die Untersuchung von miteinander kommunizierenden Tanks eignet sich, da die hier zugrunde liegende Dynamik nahezu stückweise linear ist.

Das LS-Identifikationsverfahren ist in Kapitel 6 nur für offline Verwendungen eingeführt worden. Daher wird in diesem Rahmen auf eine Untersuchung mit online Daten verzichtet.

7.1 Stückweise lineares Beispiel

Um zu überprüfen, ob das Programm des LS-Identifikationsverfahrens korrekt arbeitet, wird zunächst die zeitdiskrete Simulation eines stückweise linearen Systems 1. Ordnung vorgegeben. Dabei soll geklärt werden, ob das LS-Identifikationsverfahren in der Lage ist, verrauschte stückweise lineare Dynamiken korrekt zu identifizieren.

Es handelt sich bei der zugrunde gelegten Dynamik um eine stückweise lineare Dynamik mit Dynamikwechsel jeweils zu den Zeitpunkten 100 und 350. Es wird ein konstantes Zustandsrauschen mit gleichverteilter Streuung $GL[-0, 5; 0, 5]$ aufgegeben, um zu große Zustandssprünge zu vermeiden.

Messrauschen wird nicht angegeben. Der Startwert ist 10 und die Teildynamiken haben einen Parameter a von jeweils 1,001, 0,96 und 1,03:

$$\begin{aligned}
 x(0s) &= 10 \\
 x(t + 1s) &= 1,001 \cdot x(t) + \epsilon(t) \quad \text{für } 0s \leq t \leq 99s \\
 &= 0,96 \cdot x(t) + \epsilon(t) \quad \text{für } 100s \leq t \leq 349s \\
 &= 1,03 \cdot x(t) + \epsilon(t) \quad \text{für } 350s \leq t \\
 y(t) &= x(t) \\
 &\text{mit } \epsilon(t) \sim GL[-0.5, 0.5]
 \end{aligned}$$

Hierzu wurde folgende Messreihe mit der oben dargestellten Formel und Schrittweite von 1s zeitdiskret simuliert:

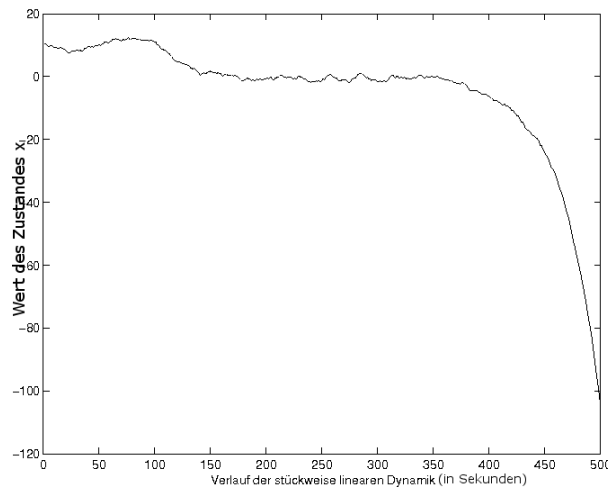


Abbildung 7.1: Verlauf der Ausgangsgröße eines stückweise linearen Systems mit gleichverteilter Störgröße

Die LS-Identifikation schätzte bei diesem Verlauf eine Dynamik mit Sprungpunkten bei 100 und 353, und weist die in Abbildung 7.2 gezeigte Abweichung im geschätzten Parameter (gepunktete Linie) zum wahren Parameter a (durchgezogene Linie) auf:

Der mittlere errechnete Wert des Störrauschens Q war 0,18 und der mittlere errechnete Wert des Messrauschens R war 0,01. Um zu visualisieren, in wie weit das LS-Identifikationsverfahren erkannt hat, dass zwar ein Störuschen Q vorhanden war, aber kein Messrauschen R , wird mit Hilfe des Kalman-Filters der innere Zustand x berechnet, und in der Abbildung 7.3 gezeigt.

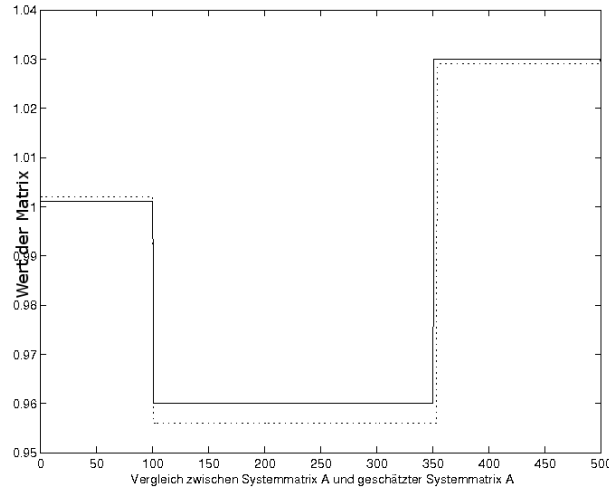


Abbildung 7.2: Vergleich des Parameters a mit der Schätzung von a

Wie zu erkennen ist, gibt es fast keinen Unterschied (der maximale Abstand ist 0,63) zwischen der Messreihe y und dem inneren Zustand x . Damit hat das LS-Identifikationsverfahren korrekt funktioniert.

7.2 Zwei-Tank Beispiel

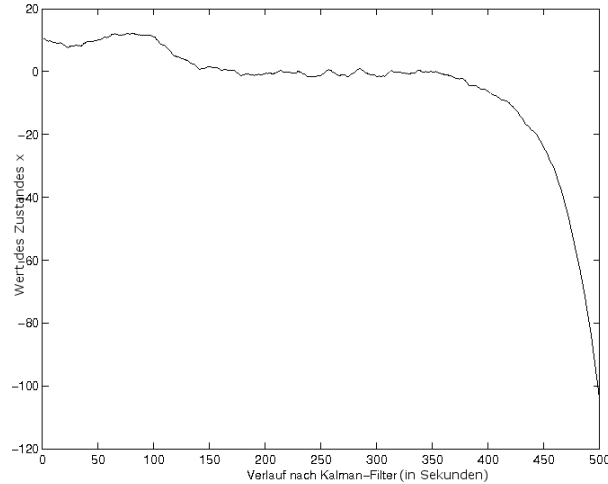
Im folgenden Abschnitt wird die in der Abbildung 7.4 dargestellte Laboranlage aus zwei in Reihe geschalteten Tanks untersucht [HE98, KSF+99].

Im Zwei-Tank Beispiel stellen die Füllhöhen h_1 des ersten Tanks und h_2 des zweiten Tanks die inneren Zustände x dar.

Der Zulaufstrom \dot{V}_{zu} ist die Eingangsgröße u in das System.

Die Steuerungseingriffe und autonomen diskreten Phänomene sind wie folgt: Gesteuert werden kann das Ventil V_{12} , welches die beiden Tanks verbindet. Dazu kann auch eine Abfluss- sowie eine Zuflusssteuerung mit in die Steuergrößen aufgenommen werden. Hier kann entweder eine kontinuierliche oder eine diskrete Steuerung der Ventile betrachtet werden. Da hier jedoch keine Regelstrategie untersucht wird, werden die Ventilstellungen V_{12} und V_{ab} als konstant angenommen.

Zu den autonomen diskreten Phänomenen, die beim Zwei-Tank Beispiel auf-

Abbildung 7.3: Verlauf des Kalman-gefilterten Zustandes x

treten können, gehört jeweils das Erreichen der maximalen bzw. minimalen Füllhöhe eines der beiden Tanks¹. Außerdem ändert sich das Differentialgleichungssystem sprunghaft, wenn die Füllhöhe des zweiten Tanks h_2 die Höhe H des Einfüllstutzens überschreitet. Ist die Füllhöhe h_2 größer als H , dann ist das System gekoppelt, ansonsten handelt es sich um ein einseitig gekoppeltes System.

Damit lässt sich aus den Massenbilanzen für die beiden Tanks das folgende Differentialgleichungssystem zur Beschreibung der Füllstände herleiten:

$$h_1(0s) = 5m$$

$$h_2(0s) = 4m$$

$$\dot{h}_1 = \frac{1}{A_1} (\dot{V}_{zu} - \dot{V}_{12})$$

$$\dot{h}_2 = \frac{1}{A_2} (\dot{V}_{12} - \dot{V}_{ab})$$

Hierbei bezeichnen A_1 und A_2 die jeweiligen Querschnittsflächen der Tanks.

¹In der Gleichung ist dies nicht dargestellt.

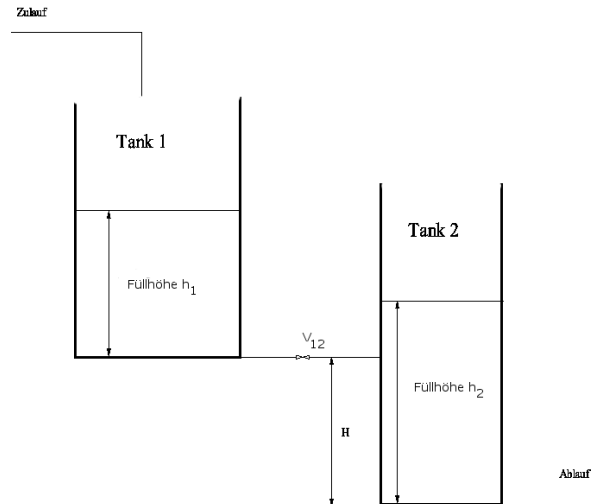


Abbildung 7.4: Zwei-Tank Beispiel

Die aus den Behältern austretenden Volumenströme ergeben sich gemäß der um einen Reibungsterm erweiterten Bernoulli-Gleichung als

$$\dot{V}_{12} = \begin{cases} K(P_{12})\sqrt{h_1 - (h_2 - H)} & , \quad h_2 \geq H \\ K(P_{12})\sqrt{h_1} & , \quad h_2 < H \end{cases}$$

$$\dot{V}_{ab} = K(P_{ab})\sqrt{h_2}$$

Hierbei bezeichnen P_{12} und P_{ab} die Positionen der Ventile V_{12} und V_{ab} in der Verbindungsleitung zwischen beiden Behältern sowie im Ablauf des Systems. Die Funktion K ordnet jeder möglichen Ventilposition P die entsprechende Konstante zu.

Da die Benutzung der Bernoulli-Gleichung aus dem Zwei-Tank Beispiel ein nicht stückweise lineares System machen würde, wird sie in der Simulation nicht berücksichtigt. Auf die Untersuchung nicht-linearer Systeme wird in Kapitel 8 näher eingegangen.

Wird die Bernoulli-Gleichung durch eine lineare Approximation ersetzt, dann ist die Darstellung des Modells für den einseitig gekoppelten Fall stückweise linear.

$$\dot{V}_{12} = \begin{cases} K_{lin}(P_{12})(h_1 - (h_2 - H)) & , \quad h_2 \geq H \\ K_{lin}(P_{12})h_1 & , \quad h_2 < H \end{cases}$$

$$\dot{V}_{ab} = K_{lin}(P_{ab})h_2$$

Da die Kopplung einer konstanten Verschiebung entspricht (es kann daher von einem affinen System gesprochen werden), ist diese für konstanten Zufluss \dot{V}_{zu} als Werteverchiebung in der Eingangsmatrix B zu beobachten. Wenn daher der Zufluss \dot{V}_{zu} als stückweise konstant und von Null verschiedenen angenommen werden kann, dann handelt es sich auch im gekoppelten Fall um ein stückweise lineares System. In diesem Fall stellt die identifizierte Eingangsmatrix B nicht mehr die wahre Eingangsmatrix B dar. Dies wird weiter unten näher erläutert.

Die oben dargestellten Gleichungen sind in zeitkontinuierlicher Form angegeben. Für die Simulation und die anschließende Identifikation wird mit der entsprechenden zeitdiskreten Form gearbeitet:

$$h_1(t+1) = a_{1,1}h_1(t) + a_{1,2}h_2(t) + (b_1V_{zu}(t) + k_1)$$

$$h_2(t+1) = a_{2,1}h_1(t) + a_{2,2}h_2(t) + (b_2V_{zu}(t) + k_2)$$

Die Parameter $a_{i,j}$, b_i und k_i mit $i, j \in \{1, 2\}$ sind abhängig von der aktuell gültigen linearen Dynamik.

Hierzu wurde der Verlauf der Füllhöhen zeitdiskret simuliert. Der Verlauf der Füllhöhe h_1 des ersten Tanks ist in Abbildung 7.5 zu sehen.

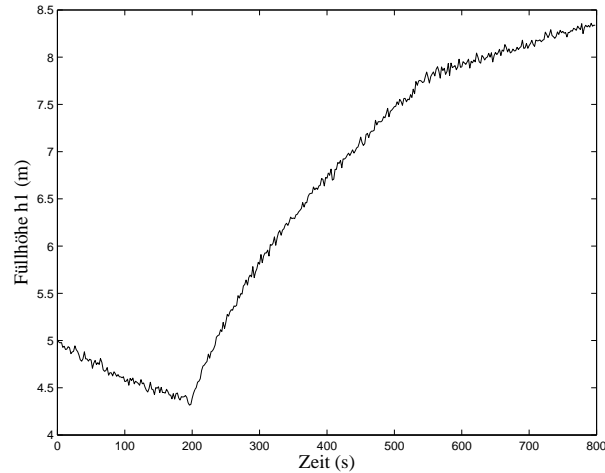
Die der Messreihe zugrunde liegende zeitdiskrete Dynamik teilt sich wie folgt in lineare Teilstücke auf:

Das System startet einseitig gekoppelt mit geringem Zufluss:²

$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} (t+2s) = \begin{pmatrix} 0,99 & 0 \\ 0,01 & 0,99 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} (t) + \begin{pmatrix} 0,04m \\ 0m \end{pmatrix}$$

Nach 200 Sekunden wird der Zufluss sprunghaft erhöht, dies bewirkt jedoch keine Veränderung der linearen Dynamik:

²In der Darstellung werden zur besseren Übersichtlichkeit das Störuschen und das Messrauschen nicht dargestellt. Beide sind normalverteilt mit Varianz 0,001.

Abbildung 7.5: Füllhöhe h_1 des ersten Tanks (Zwei-Tank Beispiel)

$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} (t + 2s) = \begin{pmatrix} 0,99 & 0 \\ 0,01 & 0,99 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} (t) + \begin{pmatrix} 0,08m \\ 0m \end{pmatrix}$$

Nach 352 Sekunden ist die autonome Schaltbedingung $h_2 \geq 5m$ erfüllt, so dass sich hier die Dynamik ändert:

$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} (t + 2s) = \begin{pmatrix} 0,99 & 0,01 \\ 0,01 & 0,98 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} (t) + \begin{pmatrix} 0,03m \\ 0,05m \end{pmatrix}$$

Die Dynamik ändert sich auch zum Zeitpunkt 560 Sekunden durch das Auftreten eines Loches im Tank 1. Die aus dem Loch austretende Abflussmenge ist um den Faktor 10 geringer als der Abfluss in den zweiten Tank:

$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} (t + 2s) = \begin{pmatrix} 0,989 & 0,01 \\ 0,01 & 0,98 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} (t) + \begin{pmatrix} 0,03m \\ 0,05m \end{pmatrix}$$

Hierzu wird in Abbildung 7.6 auch der Verlauf der Füllhöhe h_2 des zweiten Tanks dargestellt.

Der Verlauf der Füllhöhe h_2 zeigt, dass die Schaltbedingung $h_2 \geq 5m$, welche dem Überschreiten des Einfüllstutzens entspricht, wie oben angegeben zum Zeitpunkt 352 Sekunden stattfindet.

Wie aus den Gleichungen zu erkennen ist, stellt die letzte Matrix nicht die Eingangsmatrix B dar, welche den Zusammenhang zwischen Eingängen (hier:

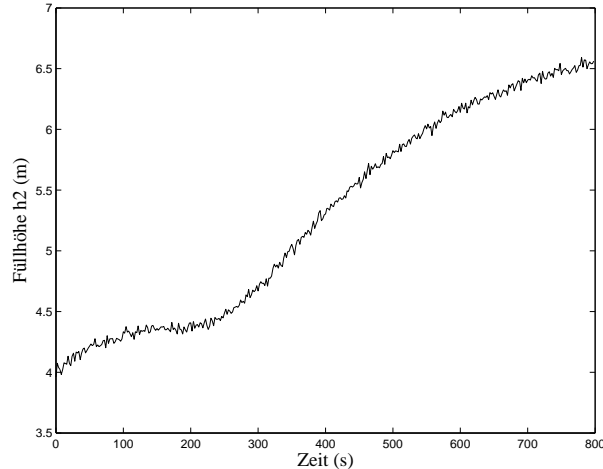


Abbildung 7.6: Füllhöhe h_2 des zweiten Tanks (Zwei-Tank Beispiel)

Zufluss) und Zuständen (hier: Füllhöhen) widerspiegelt. Bei dieser Matrix handelt es sich um die Überlagerung des Eingangseinflusses mit einem Korrekturterm, der aus der unterschiedlichen Standhöhe der Tanks resultiert. Um eine Identifikation der Eingangsmatrix B durchzuführen müsste eine kontinuierliche Veränderung des Eingangs stattfinden. Dann würde ein stückweise lineares Modell mit 3-dimensionalen Zustandsraum diese Daten abbilden. Daher ist eine Bewertung der Identifikation der Eingangsmatrix B in dieser Untersuchung nicht sinnvoll.

7.2.1 Zwei-Tank Identifikation

Die oben gegebene Messreihe wurde mit Hilfe des LS-Identifikationsverfahrens als 2-dimensionales Modell identifiziert. Der Eingang (hier der Zufluss) wurde als bekannte Größe angenommen. Der Korrekturterm wurde wie erwartet in die identifizierte Eingangsmatrix B aufgenommen. Hierbei werden die Dynamikwechsel bei den Zeitpunkten 376 Sekunden und 560 Sekunden bestimmt. Der Eingangssprung, der zum Zeitpunkt 200 Sekunden stattfindet, wird korrekt als solcher identifiziert und nicht in die Dynamikwechsel aufgenommen.

Zur Veranschaulichung des Ergebnisses wird die Eigendynamik des ersten Tanks (durchgezogene Linie) und die identifizierte Eigendynamik des ersten

Tanks (gepunktete Linie) in Abbildung 7.7 angegeben.

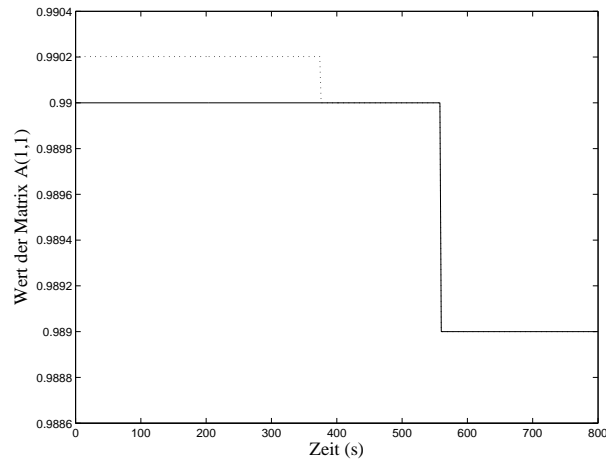


Abbildung 7.7: Identifikation der Eigendynamik des ersten Tanks

Die identifizierte Eigendynamik des ersten Tanks ist mit der wahren Eigendynamik des ersten Tanks im zweiten und dritten Abschnitt identisch, da der zweite Sprungpunkt korrekt identifiziert wurde. Im ersten Abschnitt besteht eine leichte Abweichung, da der Sprungpunkt zu einem späteren Zeitpunkt identifiziert wurde und damit Messpunkte mit anderer Dynamik in die Bestimmung der Dynamik des ersten Abschnitts aufgenommen wurden.

Bei der Untersuchung, warum der erste Dynamikwechsel nicht korrekt bestimmt wurde, stellte sich heraus, dass die Varianz der Daten nicht konstant war. Da im ersten Teil mehr Rauschen auftritt als im Rest der Messreihe, hat das LS-Identifikationsverfahren eine den Daten entsprechende Anpassung vorgenommen.

7.3 Ergebnis

Aus den oben gemachten Untersuchungen ergibt sich, dass das LS-Identifikationsverfahren in der Lage ist, stückweise lineare Systeme korrekt zu identifizieren. Es erfüllt damit die in dieser Arbeit gegebene Zielsetzung.

Über die Korrektheit hinaus ist allerdings auch interessant, in wie weit ein Ergebnis erzielt werden kann, wenn die untersuchte Dynamik nicht stückweise

linear ist, wie es in der Fragestellung (siehe Abschnitt 3.2) als Voraussetzung gegeben war. Auf diese Frage soll im folgenden Kapitel näher eingegangen werden.

Kapitel 8

Modellierung einer Polykondensation

Im vorherigen Kapitel wurde das LS-Identifikationsverfahren auf seine Korrektheit überprüft. In diesem Kapitel werden die Anwendungsmöglichkeiten des LS-Identifikationsverfahrens mit Hilfe der Analyse einer nicht-linearen Fragestellung gezeigt.

Untersucht wird die Polykondensation von Polyethylterephthalat (PET) [App96, Ges01]. Polyethylterephthalat ist ein thermoplastischer Kunststoff und gehört zu den weltweit am meisten produzierten Polyestern. Aus PET werden Fasern, reißfeste Folien, Getränkeflaschen und Formteile für Industrie und Haushalt hergestellt.

Für vorgenommene Analyse wird das folgende Differentialgleichungssystem zur Modellierung des Systemverhaltens zugrunde gelegt [App96, S.50]¹:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\beta a (x_1 - x_1^*) + \frac{1}{2} k_1 \left(x_2^2 - 8x_1 \left(x_{30} + \frac{x_{20} - x_2}{2} \right) \right) \\ \dot{x}_2 &= -k_1 \left(x_2^2 - 8x_1 \left(x_{30} + \frac{x_{20} - x_2}{2} \right) \right) \end{aligned}$$

¹Erläuterungen zu den einzelnen Größen findet sich in [App96]. x_1^* steht für die Konzentration von x_1 in der Phasengrenzfläche.

Bis auf die OH-Gruppenkonzentration² x_2 und Stofftransportparameter βa werden die Parameter des nicht-linearen Modells im weiteren nicht mehr benötigt. Die messbare Größe in diesem System ist die OH-Gruppenkonzentration x_2 . Der Stofftransportparameter βa hängt in komplexer Weise vom Druck und von der Viskosität der Schmelze ab und damit auch von der Temperatur. Mit Einsetzen der Blasenbildung vergrößert sich der Stofftransportparameter βa sehr stark. Es wird vorausgesetzt, dass diese Blasenbildung erkannt wird. Daher wird der Stofftransportparameter βa als bekannter Eingangswert genommen.

Für die Untersuchung mit dem LS-Identifikationsverfahren wurde die Zeitreihe $x_2(t)$ als eindimensionale Ausgangsgröße des Systems und die Zeitreihe $\beta a(t)$ als Eingangsgröße des Systems gemäß den zitierten Modellannahmen verwendet.

Das Ziel dieser Analyse ist die Bewertung des LS-Identifikationsverfahrens. Aus diesem Grund wird die Fragestellung als Black Box Modellierung, also ohne die Verwendung von physikalischem Wissen durchgeführt.

Hierfür wird ein Prozess simuliert bei dem die Eingangsgröße βa konstant bei 0,01 bis zum Zeitpunkt 2395 Sekunden gehalten wird. Dann findet ein Steuerungseingriff statt, welcher die Eingangsgröße βa auf 0,04 sprunghaft ansteigen lässt.

Damit wird der in Abbildung 8.1 dargestellte Verlauf der Ausgangsgröße x_2 beobachtet:

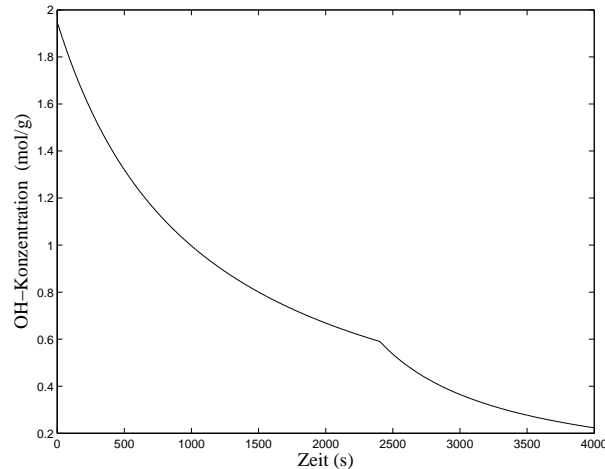
Im Weiteren wird somit als Wissen über den Prozess lediglich der Verlauf der Ausgangsgröße x_2 und der Eingangsgröße βa als bekannt vorausgesetzt. Um auf die für stückweise lineare Modelle verwendete Notation zu kommen wird x_2 durch y und βa durch u ersetzt. Damit lässt sich das für den PET Prozess benutzte Modell wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned}x(t+1) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + \epsilon(t) \\y(t) &= x(t) + \varepsilon(t)\end{aligned}$$

mit $\epsilon(t) \sim \mathcal{N}(0, Q(t))$ und $\varepsilon(t) \sim \mathcal{N}(0, R(t))$

Da das beobachtete System eindimensional ist, wird die Untersuchung ausschliesslich für ein eindimensionales Modell durchgeführt. Damit sind auch

²Die Bezeichnungen x_2 und βa werden zur besseren Übersichtlichkeit zunächst analog zu [App96] weiterbenutzt.

Abbildung 8.1: Verlauf von x_2 bei PET-Simulation

die Matrizen A , B , Q und R eindimensional. Eindimensionale Matrizen können auch als Parameter bezeichnet werden. Zur einheitlichen Bezeichnung wird in diesem Kapitel der Begriff Matrix auch für eindimensionale Matrizen beibehalten.

8.1 Identifikation der PET-Simulation

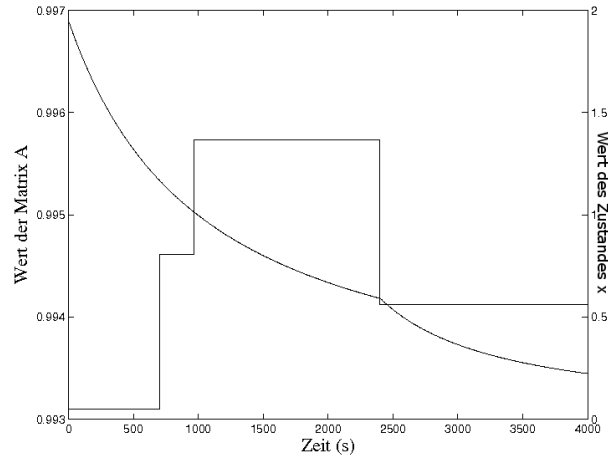
Wie oben erwähnt findet eine Black Box Identifikation des PET-Prozesses statt.

Für einen ersten Lauf der LS-Identifikation wurden die Parameter $k = 0,0005$, $\alpha = 5$ und $l = 0,005$ zur Steuerung der Abstände der Dynamikwechsel benutzt (siehe dazu auch Abschnitt 6.1.1).

Diese Parameter ergeben den folgenden Verlauf der geschätzten Systemmatrix A . Zum besseren Auffinden des Sprungpunktes wird auch die Messreihe des PET Prozesses in Abbildung 8.2 angezeigt:

Diese Grafik zeigt, dass der Prozess im Zeitintervall 600 Sekunden bis 1200 Sekunden seine Dynamik im Vergleich zu möglichen Linearisierungen stark ändert, da hier die stückweise lineare Dynamik öfter angepasst wird.

Auch ist die Dynamikänderung, welche durch den Sprung der Eingangsgröße βa beim Zeitpunkt 2395 Sekunden verursacht wurde, deutlich zu erkennen.

Abbildung 8.2: Verlauf der Systemmatrix A bei PET, grobe LS-Identifikation

Da dieses Ergebnis jedoch noch nicht aussagekräftig genug ist, wird die Auflösung erhöht. Es wird die feinste Auflösung betrachtet, das bedeutet, dass die Parameter k und l jeweils auf 0 gesetzt wurden. Somit ist der Strafterm für Sprünge, wie er in Abschnitt 6.1.1 eingeführt wurde, auf Null gesetzt. Zur Kompensation wird eine Mindestlänge der Dynamik von 10 Abtastschritten gefordert.

Damit ergibt sich der in Abbildung 8.3 dargestellte Verlauf für die Systemmatrix A :

Bei dieser Einstellung der Güteparameter lässt sich der Verlauf der Systemmatrix A deutlich erkennen. Er steigt kontinuierlich bis zum Eingangssprung. Dieser Sprung bewirkt, dass A wieder auf einen niederen Wert fällt. Von dort aus steigt A wieder kontinuierlich. Der Anstieg ist im zweiten Abschnitt deutlich schneller als im ersten Abschnitt. Da der Wert der Systemmatrix A gegen den Wert 1 konvergiert bedeutet dies, dass der Prozess immer langsamer wird. Durch den Sprung des Eingangswertes βa findet jedoch noch einmal eine Beschleunigung der Prozessdynamik statt.

Neben der Systemmatrix A wird auch die Eingangsmatrix B betrachtet.

Die Aussagekraft des Verlaufes der Eingangsmatrix B war bei der groben Auflösung noch sehr gering, daher wird in Abbildung 8.4 nur der Verlauf der Eingangsmatrix B für die feine Auflösung angegeben (auch hier wird zum

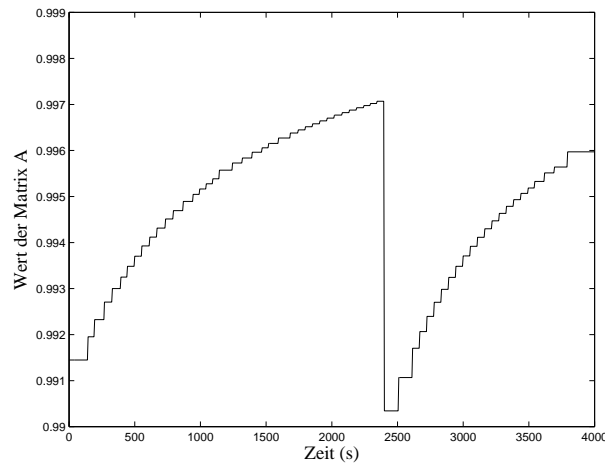


Abbildung 8.3: Verlauf der Systemmatrix A bei PET, feine LS-Identifikation

besseren Überblick gleichzeitig die Messreihe gezeigt):

Der Wert der Eingangsmatrix B nimmt kontinuierlich ab. Diese Abnahme wird auch nicht nennenswert durch die Veränderung des Eingangswertes βa beeinflusst.

Dies zeigt, dass der Einfluss des Eingangswertes βa auf den Prozess immer geringer wird. Da die Veränderung des Eingangswertes βa keine sichtbare Veränderung dieses Einflusses bewirkt hat, kann angenommen werden, dass dieser Einfluss sich zumindest lokal linear verhält.

8.2 Analyse der PET-Simulation

Mit Hilfe der LS-Identifikation auf grober Auflösung zeigt sich, dass sich der untersuchte PET-Prozess im Bereich zwischen 600 Sekunden und 1200 Sekunden nicht-linear verhält. Verfahren, welche auf einer lokalen Linearisierung beruhen, können an dieser Stelle den Prozess nur schlecht approximieren. Daher liefern nicht-lineare Verfahren, wie der Extended Kalman-Filter [Gel74] oder der nicht-lineare Luenberger Beobachter [Zei77] an dieser Stelle bessere Ergebnisse.

Dass das Verfahren hier nicht die Qualität eines nicht-linearen Verfahrens

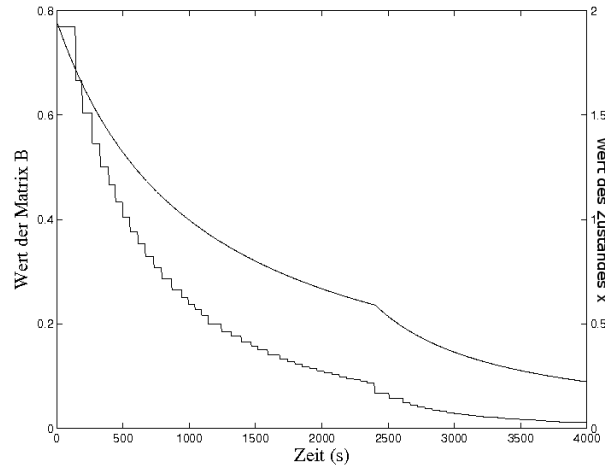


Abbildung 8.4: Verlauf der Eingangsmatrix B bei PET, feine LS-Identifikation

besitzt, war zu erwarten. Es ist bei einem Black-Box Ansatz jedoch notwendig zu prüfen, ob auch in einem solchen Fall verwendbare Ergebnisse erzeugt werden können.

Da eine Black-Box Modellierung benutzt wurde, wird auch im Weiteren nicht auf die physikalischen Eigenschaften und Interpretationen eingegangen, sondern eine abstrakte Analyse der Messreihe vorgenommen.

Auf der feinen Auflösung kann das driftende Verhalten der linearen Dynamik erkannt werden. Da die Systemmatrix A gegen 1 konvergiert, wird der Prozess immer langsamer wobei die Erhöhung der Eingangsgröße βa die Geschwindigkeit noch einmal erhöht. Hierbei zeigt sich, dass die Verlangsamung des Prozesses nach dem Eingangssprung deutlich schneller ist, als vor dem Eingangssprung. Dies deutet an, dass eine konstante Erhöhung der Eingangsgröße βa die Prozessgeschwindigkeit nicht stabil halten kann.

Der Einfluss der Eingangsgröße βa auf den Prozess, wie er sich in der Abnahme der Eingangsmatrix B widerspiegelt, fällt mit der Zeit ab. Die Eingangsgrößenveränderung zeigt, dass der Prozess noch einmal beschleunigt wurde, daher kann ohne weitere Messungen nicht davon ausgegangen werden, dass dieser Einfluss nicht nur auf spezifischen Eigenschaften dieses Verlaufes be-

ruht. Es kann lediglich ein Zusammenhang erkannt werden. Dieser Zusammenhang ist aber nicht mit Hilfe einer zeitvarianten linearen Abbildung, wie dem Eingangsmatrixverlauf $B(t)$, vollständig erfassbar.

Diese Analyse stellt das mit Hilfe der LS-Identifikation erreichbare Ergebnis unter Black Box Bedingungen dar.

Wird der Verlauf mit Hilfe des durch die Simulation gewonnenen Modells simuliert, dann ergibt sich bei Benutzung des groben Modells eine Abweichung zur ursprünglichen Messreihe von durchschnittlich 1%, mit einer maximalen Abweichung von 2,5%. Bei Verwendung des feinen Modells sinkt diese Abweichung auf durchschnittlich 0,036% und einer maximalen Abweichung von 0,34%.

Der große Vorteil der Betrachtungsweise mit Hilfe des LS-Identifikationsverfahrens ist, dass die Feinheit, in der die Daten betrachtet werden, manuell gesteuert werden kann. So können durch die stückweise lineare Darstellung unbedeutende Anteile gut herausgefiltert werden. Dies führt zu einer Erhöhung der Interpretierbarkeit der Ergebnisse.

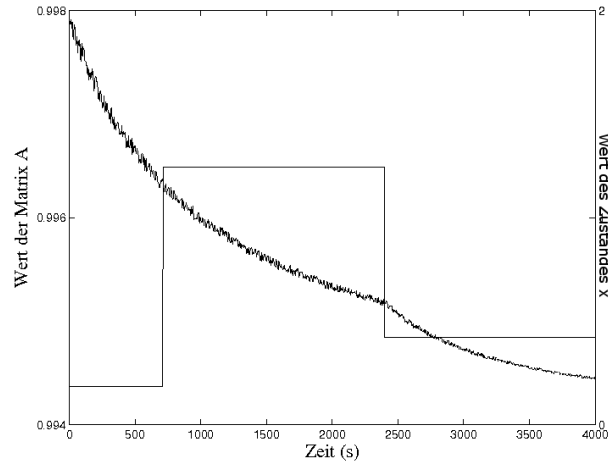
Abschließend zeigt sich damit, dass selbst nicht-lineare Systeme wie die Polykondensation von Polyethylenterephthalat mit Hilfe eines stückweise linearen Modells auf verwendbare Weise darstellen lassen.

8.3 Verrauschte PET-Simulation

Zum Abschluss der Modellierungen wird hier noch eine Untersuchung der Anfälligkeit des Programms, mit dem die LS-Identifikation betrieben wurde, auf Rauschen untersucht.

Wird statt dem korrekten Verlauf der PET-Simulation eine um einen Prozent vom Absolutwert verrauschte Zeitreihe angenommen, dann lässt sich lediglich noch die in Abbildung 8.5 gezeigte maximale Einteilung für die Systemmatrix A erreichen:

Dementsprechend ist auch die maximale Einteilung, welche für die Eingangsmatrix B erreicht werden kann auf drei beschränkt. Dies zeigt Abbildung 8.6: Dies zeigt, dass das Programm zur LS-Identifikation stark rauschanfällig ist. Für eine weitere Untersuchung dieser Eigenschaft wird der gleiche Datensatz untersucht, aber eine Filterung vorgeschaltet.

Abbildung 8.5: Verlauf der Systemmatrix A bei PET, verrauscht

Bei der Verwendung eines Filters zur Vorbereitung der Daten muss beachtet werden, dass der verwendete Filter keine eigenen Dynamikeigenschaften besitzen darf, welche die Dynamikwechsel³ beeinflusst. Daher wird auf die Verwendung eines Tiefpassfilter [CH96] verzichtet. Hier wurde ein zentrierter⁴ gleitender Mittelwert [KK92] verwendet und das brachte die in Abbildung 8.7 dargestellte Verbesserung. Diese Abbildung stellt die feinste Auflösung, die für den Verlauf der Systemmatrix A erreicht werden konnte, dar. Auch der Verlauf der Eingangsmatrix B konnte, wie in Abbildung 8.8 dargestellt, deutlich besser bestimmt werden:

8.3.1 Analyse der verrauschten PET-Simulation

Die Genauigkeit des Programms, mit dem die LS-Identifikation durchgeführt wurde, konnte durch eine vorgeschaltete Filterung verbessert werden. Eine Filterung bringt keinerlei neue Informationen in das System ein. Auch wurde das Program für die Durchführung mit vorgeschalteter Filter nicht modifiziert. Daher fand, durch die Einbeziehung der Dynamik des Filters, eine systematische Fehleinschätzung statt.

³Selbst wenn der Filter die Dynamikwechsel nicht beeinflusst, so beeinflusst er trotzdem die Dynamik.

⁴Zentriert bedeutet, dass die Werte vor und nach dem Messpunkt in gleichem Maße in die Mittelung eingehen.

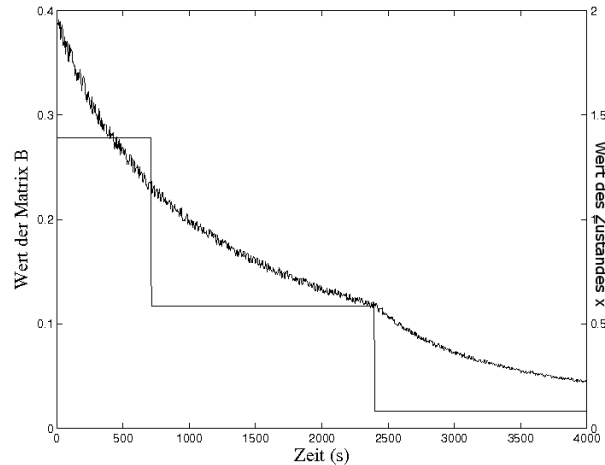


Abbildung 8.6: Verlauf der Eingangsmatrix B bei PET, verrauscht

Aufgrund dieser Beobachtung, wird davon ausgegangen, dass die Anfälligkeit des verwendeten Programms gegen Rauschen, maßgeblich durch eine Fehlerakkumulierung bei dem Zusammenspiel der einzelnen Programmroutinen hervorgerufen wird. Es kann nicht abschließend geklärt werden, ob dies durch die Ungenauigkeit der Identifikation der kontinuierlichen linearen Dynamik, eine Rundungsfehlerfortpflanzung oder die Untersuchung nicht-linearer Dynamiken hervorgerufen wird. Aufgrund der Arbeit mit dem Programm wird angenommen, dass die rapide Verschlechterung auf die Verwendung der Matlab-Routine `n4sid` zurückzuführen ist, mit der die kontinuierlichen linearen Dynamiken berechnet werden.

Diese Bewertung führt zu dem Schluss, dass eine Verbesserung des Programms primär von der Verwendung einer speziell auf die Bedürfnisse der LS-Identifikation abgestimmten Identifikation der linearen Dynamiken abhängt.

Trotz dieser Schwierigkeit zeigt sich, dass das LS-Identifikationsverfahren fehlerfrei arbeitet. Es wird ausschließlich die maximale Feinheit, mit der die Messreihe betrachtet werden kann, eingeschränkt.

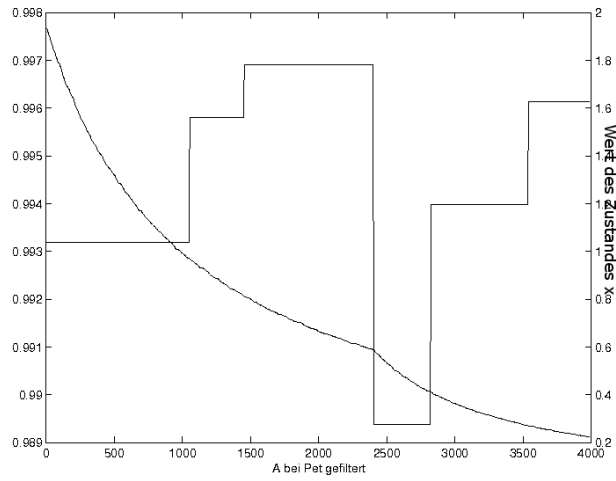


Abbildung 8.7: Verlauf der Systemmatrix A bei PET, gefiltert

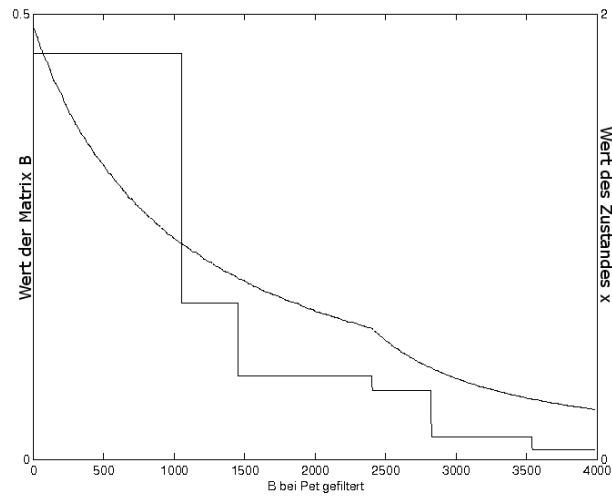


Abbildung 8.8: Verlauf der Eingangsmatrix B bei PET, gefiltert

Kapitel 9

Zusammenfassung und Ausblick

9.1 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde die Identifikation hybrider Systeme untersucht. Da sich jede Zeitreihe durch eine unendlich oft stetig differenzierbare Funktion darstellen läßt, ist eine Beschränkung der kontinuierlichen Dynamiken notwendig. Hier wurden als kontinuierliche Dynamiken lineare Dynamiken zugelassen, da diese den Vorteil besitzen, alle auftretenden Verteilungen durch Erwartungswert und Kovarianz vollständig beschreiben zu können.

Da es sich bei der Identifikation um die Feststellung einer Übereinstimmung handelt, stellt jedes Identifikationsverfahren ein Auswahlverfahren dar. Wissen ist dabei immer als eine Einschränkung an die Zulässigkeit dieser Auswahl zu bewerten. Durch diese Formulierung des Wissensbegriffes wurde die Implementierung von beliebigem Wissen ermöglicht.

Die Betrachtungsweise der Identifikation als Auswahlverfahren führte zu dem in der Mathematik für derartige Strukturen am häufigsten verwendeten Auswahlverfahren. Dies ist der Maximum-Likelihood-Schätzer. Mit dem ML-Identifikationsverfahren wurde diese Fragestellung für stückweise linearen Modelle abschliessend behandelt.

Da das ML-Identifikationsverfahren jedoch nur sehr begrenzt technisch umsetzbar ist, wurde es zum LS-Identifikationsverfahren modifiziert, welches nicht mehr auf einem Maximum-Likelihood Ansatz beruht, sondern eine Least-Squares Methodik verwendet.

Bei der Untersuchung von Messreihen, die auf einer stückweise linearen Dynamik beruhten, zeigte sich, dass das LS-Identifikationsverfahren in der Lage

ist, die linearen Dynamiken und die Lage der Sprungpunkte korrekt zu identifizieren.

Darüber hinaus wurde das LS-Identifikationsverfahren zur Untersuchung des nicht-linearen PET-Prozesses verwendet. Hier zeigte sich, dass es auch zur Identifikation bei nicht-linearen Fragestellungen geeignet ist.

9.1.1 Stärken und Schwächen

Die Stärke des entwickelten ML-Identifikationsverfahren ist die Absicherung durch die Theorie. Damit stellt es ein Gütemaß dar, mit dem andere Verfahren auf ihre Verlässlichkeit bewertet werden können. Aufgrund der Schwierigkeiten bei der Umsetzung in ein Programm, ist der Vergleich mit anderen Verfahren bisher noch nicht erfolgt.

Das entwickelte LS-Identifikationsverfahren ist eine Black Box Identifikation stückweise linearer Systeme. Es ist damit das erste Programm, welches mit diesem Ansatz umgesetzt wurde. Durch seinen bewertenden Suchalgorithmus ist es recheneffizient. Außerdem treten keine strukturierten Fehler beim LS-Identifikationsverfahren auf. Dazu kommt ein hohes Maß an Interpretierbarkeit der ausgegebenen Analyse. Dies ermöglicht es, auch nicht-lineare Systeme mit stückweise lineareren Systemen so zu beschreiben, dass das Ergebnis verwendbar ist.

Die Schwäche des LS-Identifikationsverfahrens liegt darin, dass das Verfahren sich nicht recheneffizient erweitern lässt. Die Ursache hierfür ist der globale Ansatz, der zur stückweise linearen Identifikation benötigt wird. Dieser gibt einen Komplexitätsgrad vor, der eine Folgenabschätzung für weitere Vereinfachungen praktisch unmöglich macht. Damit eignet sich das Verfahren zwar für die Interpretation und Bewertung nicht stückweise linearer Systeme, aber es läßt sich nicht durch Näherungsverfahren oder Abschätzungen in seiner Rechenleistung optimieren.

Außerdem läßt sich nicht ausschließen, dass Fehlerfortpflanzungen von Rundungsfehlern stattfinden. Dies Verifikation und Validierung des Programmcodes wäre vor einem Einsatz in industriellen Maßstab zwingend erforderlich.

9.2 Ausblick

Der theoretische Teil der Identifikation von stückweise linearen Systemen aus Zeitreihen ist umfassend behandelt worden, offen hingegen sind noch einige Fragen der praktischen Umsetzung:

a) In dieser Arbeit wurde auf die Untersuchung von Zeitreihen verzichtet, welche durch eine asynchrone Abtastung (unterschiedlich getaktete Messungen) entstehen. Dies hätte keine weiteren Erkenntnisse über die Qualität dieses Ansatzes erbracht, es hat jedoch unter anderem zur Folge, dass die Annahme benutzt wurde, dass Dynamikwechsel nur während der Messzeitpunkte auftreten können.

Wird ein asynchroner Algorithmus verwendet, so ist die modellierte Abtastung feiner als die der Messreihe wählbar, und somit eine Lokalisation des Dynamikwechsels möglich, welcher genauer ist als die Abtastzeit des untersuchten Systems.

b) Es wurden keine Annahmen über die hinter der diskreten Dynamik liegenden Steuerung getroffen, da derartige Untersuchungen erst nach der in dieser Arbeit vorgestellten Identifikation möglich sind. Nach der LS-Identifikation sind die einzelnen kontinuierlichen Dynamiken und die Zeitpunkte der Dynamikwechsel bekannt. Soll jedoch über die in dieser Arbeit untersuchte Fragestellung hinaus auch noch diese Steuerung identifiziert werden, so muss zunächst eine Heuristik für das Finden der geeigneten inneren Zustände benutzt werden. Dies ist bei White Box Modellierungen gegeben, jedoch bei Black Box Modellen nur eingeschränkt möglich. Liegen diese inneren Zustände vor, dann lässt sich die Steuerungseigenschaft mit Hilfe eines Clustering-Verfahrens, wie zum Beispiel bei [Hof99], bestimmen.

c) Aufgrund der Programmierung in der Programmiersprache Matlab, wurden Subroutinen verwendet, für die keine exakten Erkenntnisse über die dazugehörige Rechengenauigkeit vorlagen. Da diese jedoch kompliziert verschaltet werden mussten, wird davon ausgegangen, dass Einschränkungen in der erreichbaren Genauigkeit (siehe dazu Abschnitt 8.3.1) vorliegen. Sollte sich diese Vermutung bestätigen, dann liegt darin ein großes Potential dieses Verfahrens auch für kompliziertere und verrauschtere Messreihen aussagekräftig zu machen. Dies liegt daran, dass abgestimmte Programmierung von linearen Schätzalgorithmen wie ein interner Fehlerfilter wirken würden. Außerdem

wird davon ausgegangen, dass die sich so beeinflussenden Rundungen einen konstanten Shift erzeugen, der exponentiell (oder schneller) zum Messrauschen anwächst.

d) Die Möglichkeit eine übergeordnete Dimensionsuntersuchung durchzuführen wurde theoretisch vorgestellt, aber nicht in Programmcode umgesetzt, da es für die untersuchten Beispiele nicht notwendig war.

9.3 Abschluss

Mit dem LS-Identifikationsverfahren ist für einen theoretischen Ansatz die abschließende Lösung für die Problematik der Black Box Identifikation von stückweise linearen Systemen gefunden. Dieses Verfahren ist ohne erhebliche Einschränkungen an seine Verlässlichkeit nicht weiter zu vereinfachen.

Zwar liegen im Bereich der technischen Umsetzung noch einige Möglichkeiten zur Verbesserung, es bleibt aber zu beachten, dass eine Identifikation immer eine Beobachtung der Realität als Beobachter erster Ordnung ist [Foe93]. Er erfasst also nur das sichtbare Input-Output Verhalten des Systems. Will man die Eigenschaften einer Anlage analysieren, so benötigt man einen Beobachter zweiter Ordnung. Dieser beobachtet (analysiert) die Beobachtung und zieht daraus Schlüsse, welche weiteren Inputs in das System gegeben werden müssen, um ein ausreichendes Bild über den Zustand der Anlage zu erhalten. Für einen Beobachter zweiter Ordnung bietet das LS-Identifikationsverfahren ausreichende Interpretationen einer Anlage. Eine weitere Vertiefung würde zwar zu einer feineren Auflösung führen, doch gleichzeitig würde der Beobachter mit Daten überflutet werden, die ihm bei der Analyse der Anlage keinen weiteren Nutzen bringen würden.

Anhang

Die Definition hybrider Systeme

Wie bereits in Abschnitt 2.4 erläutert, lässt sich die in dieser Arbeit gewählte Darstellung für zeitdiskrete, stückweise lineare Systeme auch auf hybride Systeme verallgemeinern. Mit Hilfe der folgenden Definition lässt sich zeigen, dass, zumindest von Seiten der Theorie, sich das Identifikationsverfahren auf die Identifikation hybrider Systeme erweitern lässt.

Definition eines hybriden Systems

Ein hybrides dynamisches System wird definiert als ein 8-Tupel:

$$\mathcal{HS} := (X, U, Y, \Gamma, M, \mathcal{D}, \mu, \nu)$$

mit:

- einem Messraum (X, \mathcal{A}) (Zustandsraum);
- einem Raum U (Eingangsraum);
- einem Messraum (Y, \mathcal{C}) (Ausgangsraum);
- einer Halbgruppe Γ mit Neutralelement n (Zeit);
- einer Menge $M \subseteq \{(m_1, m_2) \mid m_1 : (X, U, \Gamma) \mapsto \mathbb{P}[X] \text{ mit } m_1 \text{ stetig, } m_1(x, u, n) = \delta_x \text{ und } m_1(m_1(x, u, \gamma_1), u, \gamma_2) = m_1(x, u, \gamma_1 + \gamma_2) \text{ und } m_2 : (X, U, \Gamma) \mapsto \mathbb{P}[Y] \text{ mit } m_2 \text{ stetig und } m_2(x, u, \gamma_1) * m_2(x, u, \gamma_2) = m_2(x, u, \gamma_1 + \gamma_2)\}$ von kontinuierlichen dynamischen Systemen (Modi);
- einem Funktionenraum $\mathcal{D} \subseteq \{d : \Gamma \mapsto M\}$, der die möglichen Verläufe des diskreten Zustandes über die Zeit widerspiegelt;

- einer Verteilung μ , welche das Störrauschen charakterisiert;
- und einer Verteilung ν , welche das Messrauschen charakterisiert.

Damit ist, zu gegebener Startverteilung P_{x_0} , jedem $d \in \mathcal{D}$ ein Wahrscheinlichkeitsmaß P_d auf Y^Γ zugeordnet.

Diese Wahrscheinlichkeitsmaße P_d erfüllen alle Voraussetzungen, welche an die stückweise linearen Wahrscheinlichkeitsmaße P_d aus der Definition in Absatz 2.4.1 gestellt wurden. Wie allerdings bereits in Absatz 2.4.4 erläutert wurde, ist die Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsmaße P_d für hybride Modelle technisch im Allgemeinen nicht umsetzbar.

Optimale Gesamtschätzung aus verschiedenen Schätzungen

In diesem Abschnitt wird erklärt, wie aus verschiedenen unabhängigen Schätzungen eines Wertes, der von einer normalverteilten Störung überlagert ist, eine optimale Gesamtschätzung gewonnen werden kann [Wit85]. Dieser Abschnitt bezieht sich auf kein konkretes Kapitel, sondern stellt impliziet genutztes Wissen vor.

Die hier verwendeten Angaben sind, der leichter verständlichen Schreibweise wegen, nur eindimensional, sie gelten aber analog auch im Mehrdimensionalen.

Ein normalverteilter Schätzer s ist immer das Paar aus seinem Erwartungswert a und seiner Varianz v [$s \sim (a, v)$]. Sind verschiedene Schätzungen s_i vorhanden, die voneinander unabhängig sind und die den gleichen Wert w schätzen, dann können sie zu einer optimalen Gesamtschätzung S vereinigt werden. Die Schätzung ist optimal, da sie eine erwartungstreue Schätzung ist, deren Varianz nicht größer als die Varianz jedes anderen erwartungstreuen Schätzers für den Wert w ist.

$$S \sim \left(\frac{\sum_i \left(\prod_{j \neq i} v_j \right) a_i}{\sum_i \left(\prod_{j \neq i} v_j \right)}, \frac{\prod_i v_i}{\sum_i \left(\prod_{j \neq i} v_j \right)} \right)$$

Insbesondere ergibt sich daraus für zwei Schätzungen s_1 und s_2 :

$$S \sim \left(\frac{v_2 a_1 + v_1 a_2}{v_1 + v_2}, \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} \right)$$

Auch zeigt die Formel, dass für n Schätzungen mit gleicher Varianz v das arithmetische Mittel der beste Schätzer ist:

$$S \sim \left(\frac{1}{n} \sum_i a_i, \frac{v}{n} \right)$$

Damit ist gezeigt, wie aus verschiedenen Schätzungen ein gemeinsamer Schätzer erzeugt werden kann. Die Voraussetzung für diese einfache Formel ist lediglich, dass es sich um normalverteilte Schätzungen handelt und diese voneinander unabhängig sind.

Aufgrund der Struktur des Modellierungsansatzes (Messreihe, innerer Zustand) ist die Unabhängigkeit der Schätzungen immer durch eine Unabhängigkeit der Wege, welche von der Messung zu dem Wert w zurückgelegt werden, gewährleistet. Daher findet bei diesem Modellierungsansatz eine Sequenzierung der Überlagerung statt.

Literaturverzeichnis

- [ACHH93] R. ALUR, C. COURCOUBETIS, T. A. HENZINGER UND P.-H. HO: *Hybrid automata: an algorithmic approach to the specification and verification of hybrid systems*, A. P. Ravn R. L. Grossman, A. Nerode und H. Rischel (Hrsg.) Hybrid Systems, Bd. 736 der Reihe Lecture Notes in Computer Science, S. 209-229, Heidelberg, Berlin, 1993.
- [AHS66] R. ALUR, T. A. HENZINGER UND E.D. SONTAG(HRSG.): *Hybrid Systems III: Verification and Control*, Bd. 1066 d. Reihe Lecture Note in Computer Science, Heidelberg, Berlin, 1966.
- [AnA88] D.V. ANOSOV, V.I.ARNOLD: *Dynamische Systeme I-IX*, Heidelberg, 1988.
- [ANKS95] P. ANTSLAKIS, A. NERODE, W. KOHN UND S. SASTRY(HRSG.): *Hybrid Systems II*, Bd. 999 d. Reihe Lecture Notes in Computer Science, Heidelberg, Berlin, 1995.
- [ANKS97] P. ANTSLAKIS, A. NERODE, W. KOHN UND S. SASTRY(HRSG.): *Hybrid Systems IV*, Bd. 1273 d. Reihe Lecture Notes in Computer Science, Heidelberg, Berlin, 1997.
- [ASL93] P. ANTSLAKIS, J. STIVER UND M. LEMMON: *Hybrid system modeling and autonomous control systems*, Bd. 736 der Reihe Lecture Notes in Computer Science, S. 366-392, Heidelberg, 1993.
- [App96] P. APPELHAUS: *Einsatz eines erweiterten Zustandsschätzers am Beispiel der Polymerisation von Polyethylenterephthalat*, Dissertation, Aachen, 1996.

- [AMP95] A. ASARIN, O. MALER UND A. PNUELI: *On the analysis of dynamical systems having piecewise-constant derivatives*, in Theoretical Computer Science, Bd. 138, S. 35-65, Stanford, 1995.
- [Ass00] W. ASSENBACHER: *Deskriptive Statistik*, 2.Auflage, Berlin, Heidelberg, 2000.
- [BGM93] A. BACK, J. GUCKENHEIMER UND M. MYERS: *Models for hybrid systems*, in G. Goos und J Hartmann (Hrsg.) Lecture Notes in Computer Science, Bd. 736, S. 255-267, Heidelberg, 1993.
- [Bae02] D. BAECKER: *Wozu Systeme?*, Berlin, 2002.
- [BV08] L. BAKO UND R. VIDAL: *Algebraic Identification of MIMO SARX Models*, in Hybrid Systems: Computation and Control, York, 2008.
- [BP96] P. I. BARTON UND T. PARK: *Analysis and Control of Combined Discrete/Continuous Systems: Progress and Challenges in the Chemical Processing Industries*, in: Proc. Chemical Process Control V, Tahoe City, 1996.
- [BFM00] A. BEMPORAD, G. FERRARI-TRECATE UND M. MORARI: *Observability and Controllability of Piecewise Affine and Hybrid Systems*, in IEEE Trans. Automatic Control, volume 45, S. 1864-1876, Brookline, 2000.
- [BGPV05] A. BEMPORAD, A. GARULLI, S. PAOLETTI UND A. VICINO: *A bound-error approach to piecewise affine system identification*, IEEE Trans. Automatic Control, volume 50, S. 1567-1580, Brookline, 2005.
- [BMM99] A. BEMPORAD, D. MIGNONE UND M. MORARI: *Fault detection and state estimation for hybrid systems*, Proc. American Control Conference, Arkansas, 1999.
- [BM99] A. BEMPORAD UND M. MORARI: *Verification of Hybrid Systems via Mathematical Programming*, in F. W. Vaanderags und J.H. van Schuppen (Hrsg.) Lecture Notes in Computer Science, Bd. 1569, Heidelberg, 1999.
- [BRL01] A. BEMPORAD, J. ROLL UND L. LJUNG: *Identification of hybrid systems via mixed-integer programming*, Technical Report, Automatic Control Group, Linköping, 2001.

- [Beu92] A. BEUTELSPACHER: *“Das ist o.B.d.A. trivial!”*, Wiesbaden, 1992.
- [BT99] V. D. BLONDEL UND J. N. TSITSIKLIS: *Complexity of stability and controllability of elementary hybrid systems*, Automatica, Bd. 35, S. 479-489, Amsterdam, 1999.
- [BrS90] K. BRAMMER UND G. SIFFLING: *Stochastische Grundlagen Des Kalman-Bucy-Filters*, München Wien, 1990.
- [BrS94] K. BRAMMER UND G. SIFFLING: *Kalman-Bucy-Filter*, München Wien, 1994.
- [BBM94] M. BRANICKY, V. S. BORKAR UND S. K. MITTER: *A unified Framework for Hybrid Control*, in: Proc. of the 33rd Conf. on Decision and Control, Lake Buena Vista, S. 4228-4234, 1994.
- [Bra95] M. S. BRANICKY: *Studies in Hybrid Systems: Modeling, Analysis, and Control*, Dissertation, Cambridge, 1995.
- [BBM98] M. S. BRANICKY, V. S. BORKAR UND S. K. MITTER: *A unified Framework for Hybrid Control: Model and Optimal Control Theory*, IEEE Transactions on Automatic Control, 43(1): 31-45, Brookline, 1998.
- [CH96] W. S. LEVINE(EDITOR): *The Control Handbook*, Boca Raton, 1996.
- [Dud76] DUDENREDAKTION(HRSG.) *Duden-Lexikon*, Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich, 1976.
- [Dud96] DUDENREDAKTION(HRSG.) *Duden: Die deutsche Rechtschreibung*, Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich, 1996.
- [Eng95] S. ENGELL(HRSG.): *Entwurf nicht-linearer Regelungen*, München, Wien, 1995.
- [Eng97] S. ENGELL: *Modellierung und Analyse hybrider dynamischer Systeme*, AT 1/97, Dortmund, 1997.
- [EKK96] S. ENGELL, S. KOWALEWSKI UND B. H. KROGH: *Discrete Events and Hybrid Systems in Process Control*, in: Proc. Chemical Process Control V, Tahoe City, 1996.

- [FaT97] L. FAHRMEIR, G. TUTZ: *Multivariate Statistical Modelling Based on Generalized Linear Models*, Berlin, Heidelberg, 1997.
- [FMLM01] FERRARI-TRECATE, M. MUSELLI, D. LIBERATI UND M. MORARI: *Identification of piecewise affine and hybrid systems*, Proc. American Control Conference, Arlington, 2001.
- [FMLM03] G. FERRARI-TRECATE, M. MUSELLI, D. LIBERATI UND M. MORARI: *A clustering technique for the identification of piecewise affine and hybrid systems*, Automatica, 39:205–217, Amsterdam, 2003.
- [FS03] G. FERRARI-TRECATE AND M. SCHINKEL: *Conditions of optimal classification for piecewise affine regression*, in O. Maler and A. Pnueli (Hrsg.) Proc. 6th International Workshop on Hybrid Systems: Computation and Control, Bd. 2623 der Reihe Lecture Notes in Computer Science, S. 188-202, Berlin, Heidelberg, 2003.
- [Föl92] O. FÖLLINGER UNTER MITWIRKUNG VON F. DÖRRSCHEIDT UND M. KLITTICH: *Regelungstechnik, Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*, Heidelberg, 1992.
- [Foe93] H. VON FOERSTER: *Wissen und Gewissen*, Frankfurt, 1993.
- [Foe02] H. VON FOERSTER: *Der Anfang von Himmel und Erde hat keinen Namen: Eine Selbsterschaffung in 7 Tagen*, hrsg. von Albert Müller und Karl H. Müller, Berlin, 2002.
- [Gel74] A. GELB: *Applied Optimal Estimation*, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1974.
- [Ges01] R. GESTHUISEN: *Prozessvisualisierung von Polymerisationsprozessen mittels nichtlinearer Zustandsschätzung*, Dissertation, Aachen, 2001.
- [GNRR93] R. L. GROSSMAN, A. NERODE, A.P. RAVIN UND H. RISCHEL(HRSG.): *Hybrid Systems*, Bd. 736 d. Reihe Lecture Notes in Computer Science, Berlin, Heidelberg, 1993.
- [HKPV95] T. A. HENZINGER, P. W. KOPKE, A. PURI UND P. VARAIYA: *What's decidable about hybrid automata?*, in Proc. 27th ACM Symposium on the Theory of Computing, S. 373-381, New York, 1995.

- [HS98] T. A. HENZINGER UND S. SASTRY (HRSG.): *Hybrid Systems - Computation and Control (HSCC'98)*, Bd. 1386 d. Reihe Lecture Notes in Computer Science, Berlin, Heidelberg, 1998.
- [Hof99] I. HOFFMANN: *Identifikation Hybrider Dynamischer Systeme*, Dissertation, Aachen, 1999.
- [HE98] I. HOFFMANN UND S. ENGELL: *Identification of Hybrid Systems*, in Proc. of the American Control Conference ACC 98, Bd. 2, S.711-712, Philadelphia, 1998.
- [HLS00] J. HU, J. JYGEROS UND S. SASTRY: *Towards a Theory of Stochastic Hybrid Systems*, In Hybrid Systems: Computation and Control, Nummer 1790 in LNCS, S. 160-173, Berlin, Heidelberg, 2000.
- [Hüt96] HÜTTE: *Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*, Berlin, Heidelberg, 1996.
- [Ise88] R. ISERMANN: *Identifikation dynamischer Systeme (2 Bände)*, Berlin, Heidelberg, 1988.
- [Isi89] A. ISIDORI: *Nonlinear Control Systems, An Introduction*, Berlin, Heidelberg, 1989.
- [JHB+95] A. JUDITSKY, H. HJALMARSSON, A. BENVENISTE, B. DELYON, L. LJUNG, J. SJÖRBERG UND Q. ZHANG: *Nonlinear Black-box Modeling in System Identification: Mathematical Foundations*, Automatica, Bd. 31(12), S. 1725-1750, Amsterdam, 1995.
- [JDA99] P. JULIÁN, A. DESAGES UND O. AGAMENNONI: *High level canonical piecewise linear representation using a simplicial partition*, IEEE Trans. Circuits Systems I, Bd. 46, S. 463-480, New York, 1999.
- [JH03] A. JULOSKI UND W. P. M. H. HEEMELS: *Identification of an industrial hybrid systems*, submitted to the IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems, Amsterdam, 2003.
- [JHF04] A. JULOSKI, W. P. M. H. HEEMELS UND G. FERRARI-TRECATE: *Data-based hybrid modelling of the component placement process in pick-and-place machines*, Control Engineering Practice, S.1241-1252, Amsterdam, 2004.

- [JW06] A. JULOSKI UND S. WEILAND: *A Bayesian approach to the identification of piecewise linear output error models*, Proceedings of the 14th IFAC Symposium on System Identification, S. 374-379, Newcastle, Australia, 2006.
- [JWH05] A. JULOSKI, S. WEILAND UND W. P. M. H. HEEMELS: *A Bayesian approach to identification of hybrid systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, Volume 50(10), S.1520-1533, Brookline, 2005.
- [Kal60] R. E. KALMAN: *A new approach to linear filtering and prediction problems*, Journal of Basic Engineering (ASME), 83D: 35-45, New York, 1960.
- [KK92] K. D. KAMMEYER UND K. KROSCHEL: *Digitale Signalverarbeitung*, Stuttgart, 1992.
- [KHH02] M. KANO, S. HASEBE UND I. HASHIMOTO: *Statistical Process Monitoring Based on Dissimilarity of Process Data*, American International Chemical Engineering Journal, Bd. 48, number 6, S. 1231-1240, New York, 2002.
- [KSF+99] S. KOWALEWSKI, O. STURSBERG, M. FRITZ, H. GRAF, I. HOFFMANN, J. PREUSSIG, M. REMEHLE, S. SIMON UND H. TRESELER: *A case Study in Tool-Aided Analysis of Discretely Controlled Continuous Systems: the Two Tanks Problem*, in Hybrid SystemsV, Bd. 1569 d. Reihe Lecture Notes in Computer Science, S. 163-185, Berlin, Heidelberg, 1999.
- [KEPS99] S. KOWALEWSKI, S. ENGELL, J. PREUSSIG UND O. STRUSBERG: *Verification of Logic Controllers for Continuous Plants using Timed Condition/Event System Models*, Automatica - Special Issue on Hybrid Systems, Bd. 35(3), S.505-518, Amsterdam, 1999.
- [La90] W.E. LARIMORE: *Canonical variate analysis in identification, filtering and adaptive control*, in Proc. 29th IEEE Conference on Decision and Control, S. 596-604, Honolulu, 1990.
- [LB08] F. LAUER UND G. BLOCH: *Switched and PieceWise Nonlinear Hybrid System Identification*, 11th International Conference on Hybrid Systems: Computation and Control, Berlin, Heidelberg, 2008.

- [LB08b] F. LAUER UND G. BLOCH: *A new hybrid system identification algorithm with automatic tuning*, 17th IFAC World Congress, Seoul, 2008.
- [Lju99] L. LJUNG: *System Identification - Theory for the User*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New York, 1999.
- [Lun00] J. LUNZE: *Diagnosis of Quantised Systems by Means of Timed Discrete Event Representations*, in *Hybrid Systems: Computation and Control*, Bd. 1790 d. Reihe Lecture Notes in Computer Science, S. 258-271, New York, 2000.
- [Lun03] J. LUNZE: *Automatisierungstechnik*, München, Wien, 2003.
- [MV05] Y. MA UND R. VIDAL: *Identification of deterministic switched ARX systems via identification of algebraic varieties*, *Hybrid Systems: Computation and Control*, Bd. 3414, S. 449-465, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [MS00] A. S. MATVEEV UND A. V. SAVKIN: *Qualitative Theory of Hybrid Dynamical Systems*, Boston, 2000.
- [MFM00] D. MIGNONE, G. FERRARI-TRECCATE UND M. MORARI: *Stability and Stabilization of Piecewise Affine and Hybrid Systems: an LMI Approach*, Proc. 39th Conference on Decision and Control, Sydney, 2000.
- [OM96] P. VAN OVERSCHEE AND B. DE MOOR: *Subspace Identification of Linear Systems: Theory, Implementation, Applications*, Dordrecht, 1996.
- [PFC89] R. PATTON, P. FRANK, R. CLARK: *Fault Diagnosis in dynamic Systems*, Cambridge, 1989.
- [PJFV07] S. PAOLETTI, A. JULOSKI, G. FERRARI-TRECCATE UND R. VIDA: *Identification of hybrid systems: a tutorial*, *European Journal of Control*, Bd. 13, Milano, 2007.
- [Sch00] R. SCHLITTEG: *Einführung in die Statistik*, München, 2000.
- [Seb77] G. A. F. SEBER: *Linear Regression Analysis*, Wiley Series in Probability and mathematical Statistics, John Wiley & Sons, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, 1977.

- [Sim01] S. SIMON: *Einsatz von Wavelets zur Analyse hybrider Systeme*, Dissertation, Aachen, 2001.
- [SZL+95] J. SJÖBERG, Q. ZHANG, L. LJUNG, A. BENVENISTE, B. DEY-LON, P.-Y. GLORENNEC, H. HJALMARSSON UND A. JUDITSKY: *Non-linear Black-box Modeling in System Identification: a Unified Overview*, Automatica, Bd. 31(12), S. 1691-1724, Amsterdam, 1995.
- [Söd94] T. SÖDERSTRÖM: *Discrete-time stochastic systems estimation and Control*, in M. J. Grimble (Hrsg.) Prentice Hall International series in systems and control engineering, Jackson, 1994.
- [Stu00] O. STURSBERG: *Analyse gesteuerter verfahrenstechnischer Prozesse durch Diskretisierung*, Dissertation, Aachen, 2000.
- [TGSS06] M. TABATABAEI-POUR, M. GHOLAMI, K. SALAHSHOOR UND H.R. SHAKER: *A Clustering-Based Bounded-Error Approach for Identification of PWA Hybrid Systems*, Control, Automation, Robotics and Vision, S.1-6, Singapore, 2006.
- [Ve94] M. VERHAEGEN: *Identification of the deterministic part of MIMO state space models*, Automatica, Bd. 30, S. 61-74, Amsterdam, 1994.
- [Wit85] H. WITTING: *Mathematische Statistik*, Stuttgart, 1985.
- [Zei77] M. ZEITZ: *Nichtlineare Beobachter für chemische Reaktoren*, Habilitationsschrift, in der Reihe: Meß-, Steuerungs- und Regeltechnik, Düsseldorf, 1977.
- [ZhL95] J. ZHOU AND R. H. LUECKE: *Estimation of the Covariances of the Process Noise and Measurement Noise for a linear discrete dynamic System*, Computers and Chemical Engineering, Bd. 19, No.2, S. 187-195, Bethlehem, 1995.

Lebenslauf

	Persönliche Daten
Name	Michael Wieland
geboren am	03. Juni 1971
in	Stuttgart
	Schulbildung
09/1978 - 06/1982	Eduard-Mörrike Grundschule, Böblingen
08/1982 - 05/1991	Otto-Hahn Gymnasium, Böblingen
	Abschluss: Abitur
	Studium
10/1992 - 10/1999	Studium der Mathematik an der Universität Tübingen
	Schwerpunkt: Stochastik und theoretische Statistik
	Nebenfach: Psychologie
	Abschluss: Diplom
	Beruf
01/2000 - 12/2002	Stipendiat im DFG-Graduiertenkolleg <i>Modellierung und modellbasierte Entwicklung komplexer technischer Systeme</i> der Universität Dortmund
07/2004 - 08/2008	AREVA NP: Leitung und Durchführung der Entwicklung eines neuen Messsystems (Patent)
Seit 09/2008	Inhouse-Consulting bei der SEWAG-Gruppe

Dortmund, im April 2009

Michael Wieland