

Thomas ROTTMANN, Bielefeld

„Das Doppelte“ – Typen kindlichen Begriffsverständnisses

Im Rahmen einer qualitativen Interviewstudie wird das Verständnis von Kindergarten- und Grundschulkindern bezüglich des Begriffs „das Doppelte“ analysiert. Es lassen sich dabei unterschiedliche Typen des Begriffsverständnisses herausarbeiten. Der vorliegende Beitrag versucht, den Prozess der Typenbildung als zentralen Bestandteil der Theoriebildung anhand eines Beispiels zu skizzieren.

Ein Stufenmodell empirisch begründeter Typenbildung

Die Auswertung der empirischen Daten im vorliegenden Forschungsprojekt wird eingebunden in ein Stufenmodell empirisch begründeter Typenbildung, welches ausführlich von KLUGE (1999) beschrieben wird. Dabei lassen sich vier Stufen im Prozess der Typenbildung unterscheiden: (1) Erarbeitung relevanter Vergleichsdimensionen, (2) Gruppierung der Fälle und Analyse empirischer Regelmäßigkeiten, (3) Analyse inhaltlicher Sinnzusammenhänge und Typenbildung sowie (4) Charakterisierung der gebildeten Typen (vgl. Abb. 1).

Bei den nachfolgenden Ausführungen wird auf dieses Modell Bezug genommen und eine Einordnung in die jeweilige Stufe vorgenommen. Zu beachten ist, dass es sich bei der Typenbildung um einen zirkulären Prozess handelt; die ersten drei Stufen können mehrfach durchlaufen werden und so zu einer schrittweisen Weiterentwicklung der Vergleichsdimensionen führen.

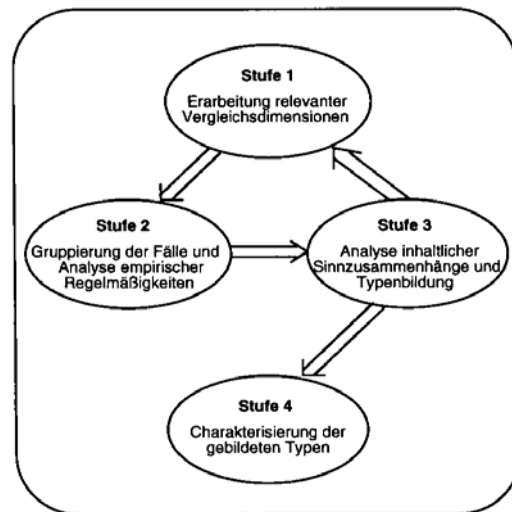


Abb. 1 (aus KLUGE 1999, 261)

Antwortkategorien zur Kodierung des Datenmaterials

Ein wesentliches Problem bei der Auswertung qualitativer Daten liegt i.d.R. bereits in dem beträchtlichen Umfang des Datenmaterials. Eine notwendige Voraussetzung für die Auswertung besteht daher in der Reduktion des Datenmaterials. Die vorliegende Studie verwendet dazu die Kodierung von Interviewsequenzen anhand eines Kategorienschemas, welches auf relevanten mathematischen Begriffsaspekten basiert.¹ Ein besonderes Ge-

¹ KELLE/KLUGE (1999) weisen auf die besondere Eignung von *empirisch nicht gehaltenen abstrakten theoretischen Konzepten* als Kodierkategorien hin. Um solche handelt

wicht kommt dabei dem Aspekt „Teil-Ganzes-Schema“ zu, bei welchem „das Doppelte“ als Spezialfall innerhalb der Teil-Ganzes-Beziehungen betrachtet wird.

Die nachfolgende Übersicht (Abb. 2) demonstriert exemplarisch, welche Antwortmöglichkeiten *theoretisch denkbar* sind, wenn von dem vorgegebenen Objekt (hier: 3 Kugeln am Rechenrahmen) das Doppelte erstellt werden soll.

Bei den Antworten lässt sich also unterscheiden, (a) ob Elemente zur Vorgabe hinzugefügt werden, (b) wie viele Mengen dabei gebildet werden, (c) ob diese Mengen gleichmächtig sind und (d) was schließlich als „das Doppelte“ bezeichnet wird.

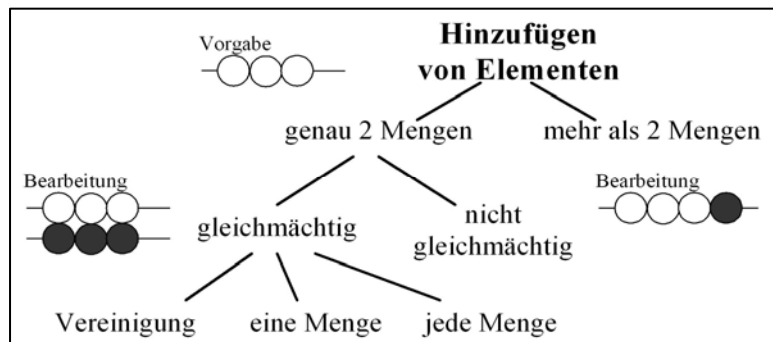


Abb. 2: hinzu geschobene Kugeln sind schwarz markiert (analoge Unterteilungen ergeben sich für die anderen Bereiche)

Die Kodierung der Antworten anhand dieses Kategorienschemas ist im Modell von KLUGE (1999) in die erste Stufe („Erarbeitung relevanter Vergleichsdimensionen“) einzuordnen.

Empirisch ermittelte Antwortkategorien

Bei den beschriebenen Antwortkategorien handelt es sich um *theoretisch denkbare* Antworten; Aussagen über ihr Vorkommen im Datenmaterial sowie über ihre empirische Verteilung lassen sich zunächst nicht treffen. Dazu ist eine vergleichende Analyse der Interviews (durch „Fallkontrastierung“; vgl. KELLE/KLUGE 1999) notwendig, welche es ermöglicht, eine Übersicht über das Datenmaterial zu gewinnen. Anhand einer Beispielaufgabe (vgl. Abb. 3, oben; Darstellung am Rechenrahmen) sollen unterschiedliche empirisch vorgefundene Antworten vorgestellt werden.

Für die beobachteten Antworten lässt sich die Deutungshypothese formulieren, dass die Kinder den Begriff „das Doppelte“ immer mit dem Vorhandensein von zwei „gleichen“ Einheiten verbinden.² Auf der Ebene der Materialhandlungen lassen sich folgende *Bearbeitungen* beobachten: „Glei-

es sich bei den berücksichtigten mathematischen Begriffsaspekten (Operator, Teil-Ganzes-Schema und Verhältnis), welche in Anlehnung an die von PADBERG (2002) beschriebenen Bruchzahlaspekte formuliert wurden.

² Ich verwende hier die Bezeichnung „gleiche“ Einheiten (statt mathematisch exakt „kongruente Einheiten“) in Anlehnung an die Formulierungen der Kinder.

che“ Einheiten können erzeugt werden, indem die Vorgabe (a) reduziert bzw. (b) erweitert wird oder indem diese (c) um eine kongruente Abbildung der Vorgabe („Kopie“) erweitert wird (vgl. Abb. 3, Mitte). Bei jeder dieser Bearbeitungen lassen sich verschiedene Varianten unterscheiden, was von den Kindern als „das Doppelte“ bezeichnet wird. „Das Doppelte“ ist die *Bezeichnung* für (a) eine Subeinheit, (b) eine von mehreren „gleichen“ Einheiten, (c) jede der „gleichen“ Einheiten oder (d) die Vereinigung der Einheiten (vgl. Abb. 3, unten; am Beispiel der Bearbeitung „Erweitern“). Dabei zeigt sich ein starker Einfluss des umgangssprachlichen Vorverständnisses der Kinder. Die Bezeichnung jeder Einheit für sich als „das Doppelte“ (das Verdoppeln erzeugt *zwei* „Doppelte“) ist aus mathematischer Sicht fehlerhaft, in bestimmten Alltagssituationen aber durchaus angemessen. So tauschen Kinder z.B. ihre „doppelten“ Briefmarken, wobei sie nur eine der doppelt vorhandenen Marken abgeben. Nicht die Vereinigung wird hier als „das Doppelte“ bezeichnet, sondern jede der Marken für sich.

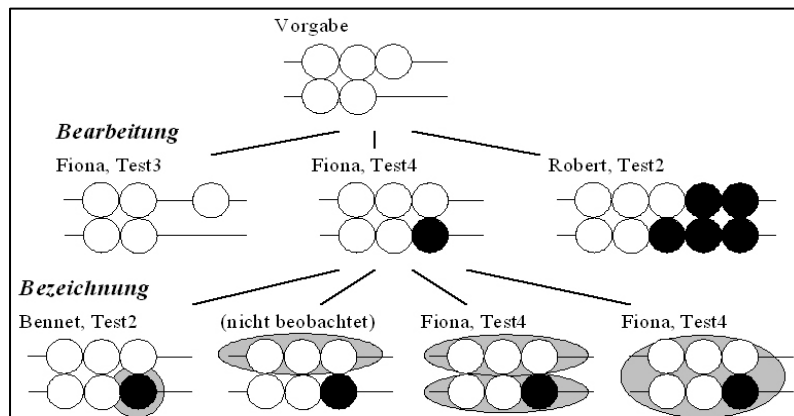


Abb. 3: hinzu geschobene Kugeln sind schwarz markiert

Abb. 3: hinzu geschobene Kugeln sind schwarz markiert

Antworttypen und Typen des kindlichen Begriffsverständnisses

Als relevante Vergleichsdimensionen lassen sich demnach die Merkmale „*Bearbeitung*“ und „*Bezeichnung*“ in den Antworten unterscheiden. Diese beiden Merkmale und ihre Merkmalsausprägungen liefern die verfeinerten Kategorien zur Kodierung der Antworten für einen erneuten Durchlauf des von KLUGE (1999) beschriebenen Stufenmodells. Das anfangs formulierte Kategorienschema wird durch Weglassen empirisch nicht bedeutsamer Kategorien sowie durch Hinzufügen neuer Kategorien bzw. durch Unterteilen in Subkategorien weiter entwickelt.

Die einzelnen Interviews lassen sich übersichtlich in Form von Mehrfeldertabellen des (reduzierten) Merkmalsraumes darstellen. Dies bietet die Möglichkeit, eine Übersicht über das empirische Material zu gewinnen (Stufe 2 im beschriebenen Stufenmodell) und liefert die Grundlage für die Analyse inhaltlicher Sinnzusammenhänge (Stufe 3). Exemplarisch soll dies anhand des zweiten Interviews von Bennet vorgestellt werden (vgl. Abb. 4).

Deutlich wird in dieser Übersicht die Dominanz der Bearbeitungen „Erweitern“ und „Erweitern um Kopie“, während andere Bearbeitungen in diesem Interview (nahezu) irrelevant sind. Ein Vergleich der Antworten in diesem Interview ergibt Hinweise auf Einflussfaktoren in den Aufgabenstellungen, welche zu unterschiedlichen Bearbeitungen führen (können). Einen starken Einfluss haben anscheinend figurale Aspekte der Vorgabe. So führen Abweichungen von einer „geschlossenen“, rechteckigen Form (vgl. METZGER 1966) dazu, dass Bennet die Vorgabe erweitert, indem er die „Lücken“ in der Vorgabe auffüllt (vgl. Abb. 5, Aufg. 19 und 20). Sämtliche anderen Aufgaben löst er hingegen mit der korrekten Bearbeitung des Erweiterns um eine Kopie der Vorgabe (vgl. Abb. 5, Aufg. 18). Die irreführenden figurale Aspekte führen zu einem

Abb. 4: Übersicht der Kodierung bei Bennet, Test 2; in % der vorgenommenen Kodierungen sowie absolut³

Test 2	Reduzieren	Beibehalten	Erweitern	Erweitern um Kopie
Subeinheit			12% (5)	
eine Einheit		2% (1)	10% (4)	20% (8)
jede Einheit		2% (1)	12% (5)	20% (8)
Vereinigung			12% (5)	10% (4)

„Rückfall“ auf weniger weit entwickelte Bearbeitungsstrategien. Die Antworten von Bennet charakterisieren als prototypische Beispiele einen in mehreren Interviews vorgefundenen Typus des kindlichen Begriffsverständnisses. „Das Doppelte“ wird hierbei idealtypisch als „mehr“ im Vergleich zur Vorgabe aufgefasst und wird mit Hilfe von gleichen Einheiten durch ein Hinzufügen von Elementen erzeugt. Prägend für die Bearbeitungen ist die Orientierung an figurale Aspekte der Vorgabe. Diese bestimmen letztlich, ob eine mathematisch korrekte Bearbeitung vorgenommen wird.

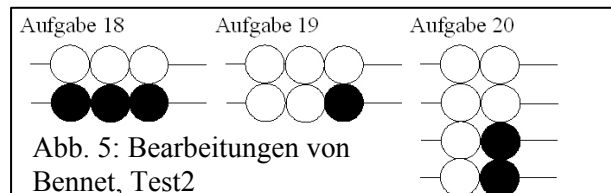


Abb. 5: Bearbeitungen von Bennet, Test2 (hinzu geschobene Kugeln sind schwarz markiert)

Literatur:

- KELLE, U. & KLUGE, S. (1999): Vom Einzelfall zum Typus. Opladen: Leske + Budrich.
- KLUGE, S. (1999): Empirisch begründete Typenbildung. Opladen: Leske + Budrich.
- METZGER, W. (1966): Figural- Wahrnehmung. In: K. GOTTSCHALDT u.a. (Hrsg.): Handbuch der Psychologie, 1. Band, 1. Halbband. Göttingen: Hogrefe. 693-744.
- PADBERG, F. (2002): Didaktik der Bruchrechnung. 3. Aufl. Heidelberg: Spektrum.

³ Abb. 4 enthält bezogen auf das Merkmal „Bearbeitung“ als weitere (in Abb. 3 noch nicht präsentierte) Ausprägung das „Beibehalten der Vorgabe“, welche bei Vorgaben mit gerader Elementanzahl als zusätzliche Bearbeitungsvariante beobachtet werden konnte.