

Brigitte LUTZ-WESTPHAL, Berlin¹

Typisch diskret - Was macht diskretes Arbeiten aus?

Diskrete Mathematik in der Schule: heute und früher

An vielen Stellen im Unterricht befinden sich Elemente der diskreten Mathematik, allerdings wird die spezielle Charakteristik diskreten Arbeitens nur selten thematisiert. In den neuen Lehrplänen von Hamburg (seit 2005) und Berlin (ab 2006) befinden sich in der Oberstufe bzw. Mittelstufe Wahl-(pflicht)module zur Graphentheorie und kombinatorischen Optimierung. Doch die Idee, diese Themen in den Mathematikunterricht zu integrieren, ist nicht neu.

Bigalke beschrieb bereits 1974 das hohe didaktische Potenzial dieses Stoffes: die immense Anwendungsfreudigkeit, die große Anschaulichkeit und die weitgestreute Problemfreudigkeit auf jedem beliebigen Niveau (siehe (1)). Eine ähnliche Sichtweise hatte auch Floer (siehe (2)). Andere Autoren betonten eher die Nähe der Graphentheorie als Zweig der kombinatorischen Topologie zur Mengenlehre und versuchten die Graphentheorie damit im Rahmen der sogenannten „Strukturmathematik“ in den Unterricht einzugliedern

Im Rahmen der propädeutischen Geometrie in der Grundschule entdeckte Heinrich Winter schon 1971 Graphentheorie und kombinatorische Optimierung (die damals noch nicht diesen Namen trug) für den Unterricht (siehe (6)). Einige dieser Ideen fanden damals Eingang in den Grundschulunterricht. In den weiterführenden Schulen konnten sich die Themen nicht durchsetzen: „Graphentheoretische Fragestellungen haben seit einigen Jahren Eingang in die neuere Schulbuchliteratur gefunden. Die letzten zwei, drei Jahre verstärkten diese Tendenz nicht.“ (siehe (4)). Gründe sind u. a. eine Abneigung gegen „moderne Mathematik“ nach dem Scheitern der Ideen der Rahmenrichtlinien von 1986 und daraufhin eine Rückbesinnung auf bewährte Inhalte, aber auch dass die Graphentheorie damals noch keiner eigenen Fachrichtung zugeordnet werden konnte und somit keinen klaren Platz innerhalb der Curricula finden konnte.

Erst zu Beginn des neuen Jahrtausends wuchs das Interesse an Graphentheorie und kombinatorischer Optimierung in Deutschland wieder, wie einige Publikationen und Projekte bezeugen, u. a. das von der Volkswagenstiftung finanzierte MATHEON-Projekt „Diskrete Mathematik für die

¹gefördert von der Volkswagenstiftung

Schule“ (Grötschel, (7)) und das MATHEON-Projekt „Visualisierung von Algorithmen“ (Kortenkamp, (8)). Das wiedererwachte Interesse ist durch die rasante Entwicklung des Fachgebietes und seiner Anwendungen, aber auch durch die Kompetenzorientierung in der Schulmathematik und die damit verbundene Suche nach kompetenzfördernden Inhalten begründet.

Typisch diskret

Was ist nun typisch diskret? Diskrete Objekte sind oft schwer auf einen Blick zu erfassen, sind häufig zunächst amorph erscheinende Gebilde. Man kann ihre Elemente aber zählen, ordnen oder strukturieren und das sind Tätigkeiten, die wir im Alltag mit den Dingen, die uns umgeben ständig tun. Diskrete Grundtätigkeiten kennen wir aus dem Alltag.

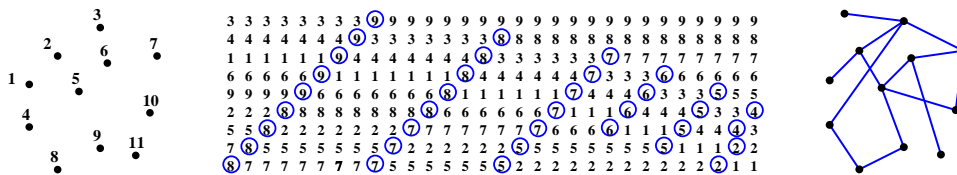


Abb. 1: Diskrete Grundtätigkeiten: zählen, ordnen, strukturieren/in Beziehung setzen.

Diese hier beispielhaft angeführten diskreten Grundtätigkeiten werden nun zu neuen Methoden verknüpft, Geschicktes Zählen durch Anordnen beispielsweise, was direkt zur Beweismethode „Beweisen durch Weiterzählen“, der vollständigen Induktion führt. Dort wird der sonst nicht näher betrachtete Schritt des Weiterzählens genau analysiert. Ein weiteres Beispiel sind Kombinationen von Ziffern, die zu Codierungs- und Decodierungsmethoden führen.

Im Englischen wird für Diskrete Mathematik gelegentlich auch der Begriff „Decision Mathematics“ verwendet. Dieser Begriff hebt eine weitere wichtige diskrete Grundtätigkeit hervor: Entscheidungen treffen. Bei der Modellierung mit Graphen findet man diesen Aspekt, etwa bei der Modellierung eines Labyrinths. Eine typische erste Lösung sieht so aus, dass an jeder Knickstelle des Weges im Labyrinth ein Knoten gezeichnet wird, um dann später festzustellen, dass ein Knoten nur dann gebraucht wird, wenn es eine Entscheidung zu treffen gibt.

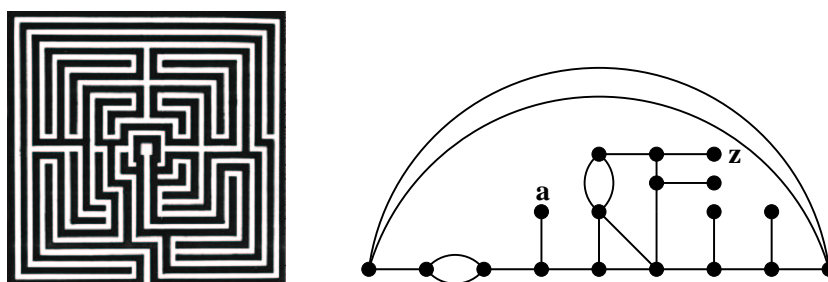


Abb. 3: Modellierung eines Labyrinths. Knoten markieren Entscheidungsmöglichkeiten.

Graphen besitzen eine große Anschaulichkeit und einen sehr hohen Anforderungscharakter. Ein Grund dafür ist der leichte Übergang zwischen enaktiver, ikonischer und symbolischer Darstellungsebene (vgl. dazu auch Floer a. a. O.). Dieser schnelle und leichte Übergang wird von Schülerinnen und Schülern insbesondere bei der Entwicklung von Graphenalgorithmien ausgiebig genutzt. Mit der Software „Visage“ können Graphen und ihre Adjazenzmatrizen gleichzeitig dargestellt werden (siehe (3)).

Ein weiteres hervorzuhebendes Charakteristikum diskreten Arbeitens ist, dass oft die Einzelschritte (Grundtätigkeiten) sichtbar und dadurch leicht nachvollziehbar bleiben. „Es gibt keine Formel“ äußerte sich ein Schüler erstaunt, während er das chinesische Postbotenproblem erarbeitete. Sowohl bei der Konstruktion von Objekten wie etwa aufspannenden Bäumen, als auch beim Beweisen von Aussagen, wie etwa der Anzahl der Kanten eines Baumes mit n Knoten, bleibt das Vorgehen algorithmisch. es kann nicht im Nachhinein zu einer geschlossenen Form bzw. Formel zusammengefasst werden. Für die leichte Fasslichkeit von diskreten Methoden ist dies vermutlich einer der Hauptgründe.

Literatur/Links

- (1) H.-G. Bigalke: Graphentheorie im Mathematikunterricht?
Der Mathematikunterricht 20 (1974), Nr. 4, S. 5-10
- (2) J. Floer: Optimierung von Netzwerken - kürzeste Wege und größte Flüsse,
Praxis der Mathematik 19 (1977), Nr. 1, S. 1-6, 40-44
- (3) A. Geschke, U. Kortenkamp, B. Lutz-Westphal, D. Materlik:
Visage - Visualization of Algorithms in Discrete Mathematics,
Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 37 (2005), Nr. 5, S. 395-401
- (4) K.-D. Klose: Netze und Landkarten, Der MU 24 (1978), Nr. 3, S. 53-99
- (5) B. Lutz-Westphal: Versuch einer Charakterisierung diskreten Arbeitens,
Preprint (2006)
- (6) H. Winter: Geometrisches Vorspiel im Mathematikunterricht der Grundschule,
Der Mathematikunterricht 17 (1971), Nr. 5, S. 40-66
- (7) <http://www.math.tu-berlin.de/westphal/projekt>
- (8) <http://www.cinderella.de/visage>