

Joachim ENGEL, Ludwigsburg

Daten, Funktionen, Zufall, Modelle: Vernetzung von Leitideen des Mathematikunterrichts

Mathematik ist eine höchst kumulative Wissenschaft, deren Erkenntnisse stark aufeinander aufbauen und zueinander bezogen sind. Mathematisches Denken ist Denken in Zusammenhängen. Das Herstellen von Querbezügen zu schon Gelerntem hilft, neues mathematisches Wissen aufzubauen.

Jüngere curriculare Dokumente wie die KMK-Bildungsstandards [4] oder neuere Lehrpläne einzelner Bundesländer verlangen eine Orientierung des Mathematikunterrichts an Leitideen wie Zahl, Messen, Modellieren, Raum und Form, Funktionaler Zusammenhang, Daten und Zufall. Bezogen auf die gymnasiale Oberstufe gilt Ähnliches für die von der Kultusministerkonferenz beschlossenen Einheitlichen Anforderungen für die Abiturprüfung [3]. Inhaltlich hat in den curricularen Dokumenten die Leitidee “Daten und Zufall” eine Bedeutung erhalten, die sie in vielen internationalen Curricula (z.B. [5]) schon seit längerem besitzt und die auch bei uns eingefordert wird [1].

Dadurch erfährt Stochastik im Schulcurriculum allgemein eine deutliche Aufwertung. Zu beachten ist dabei, dass der schon in den 70-er aufgegriffene (und im Verlauf der Folgejahre in vielen Bundesländern wieder weitgehend fallen gelassenen) Ansatz des sich an Wahrscheinlichkeitsrechnung orientierenden “stochastischen” Denkens ergänzt wird durch ein mehr an der Analyse realer Daten ausgerichtetes “statistisches Denken”. In der internationalen Diskussion werden dabei mit den Begriffen “Numeracy” und “Statistical Literacy” Grundkompetenzen bezeichnet, die den aufgeklärten und mündigen Bürger befähigen unter vernünftiger Abwägung von Risiken kompetent zu Entscheidungsfindungen in Gesellschaft, Beruf und Privatleben beizutragen. Datenanalyse wird dabei als ein Teilgebiet des Mathematikunterrichts mit eigenständiger Bedeutung angesehen – entgegen einem Primat des Wahrscheinlichkeitsbegriffs, das frühere Curricula geprägt hat und (schlussfolgernde) Statistik lediglich als Anwendung vorher erarbeiteter Konzepte der Wahrscheinlichkeitsrechnung vorgesehen hat.

Kennzeichen der neueren didaktischen Dokumente ist die Hervorhebung des gesamten Prozess der empirischen Erkenntnisgewinnung, in dem Schüler Er-

fahrungen sammeln beim Planen von Experimenten, dem Erheben und Organisieren von Daten (Datenerzeugung), beim Prozess der Modellbildung, der visuellen Darstellung von Datenmaterial in geeigneten Graphiken und zusammenfassenden Statistiken (Datendarstellung und Analyse), bei der Aufstellung und Evaluation von Vorhersagemodellen (Schlussfolgerungen aus Daten) und durch zahlreiche Möglichkeiten, Ergebnisse zu interpretieren und informativ, knapp und präzise anderen Menschen mitzuteilen.

Eine Umsetzung dieser curricularen Ziele ist nur möglich, wenn es gelingt, Inhalte des Mathematikunterrichts weiter und stärker zu vernetzen. Mathematik darf Schülern nicht als Ansammlung verschiedener Inseln von Lernstoff präsentiert werden, sondern muss als vernetztes Gebäude von Wissen vermittelt werden. Diese Einsicht zwingt uns, den Mathematikunterricht noch mehr und konsequenter so zu strukturieren, wie es ohnehin schon längst überfällig ist und dem Wesen der Mathematik entspricht.

Ausgehend von einer (wieder-)erstarkten curricularen Position der Stochastik ist die Fachdidaktik herausgefordert, Analysen zu erstellen und Konzepte zu erarbeiten, wie diese Leitideen in einem anwendungsorientierten Mathematikunterricht miteinander vernetzt werden können.

Die folgenden Überlegungen können für eine Vernetzung von Stochastik mit anderen Leitideen des Mathematikunterrichts hier nur als stichwortartige Anregungen verstanden werden. Einige dieser Ideen werden in den weiteren Vorträgen dieses Minisymposiums vertieft.

1. Leitidee Zahl:

Daten sind nicht bloß Zahlen, sondern Zahlen in einem Kontext. Mit statistischen Zahlen werden elementare arithmetische Operationen durchgeführt, um die Information in Datensätzen effizient und übersichtlich auf wenige Kennzahlen zu komprimieren. Lageparameter, Streuungsparameter sowie andere Kennzahlen und Indices sind Zusammenfassungen von quantitativer Information in Form von Zahlen. Diese Kennzahlen werden arithmetisch ermittelt sowie in graphischer Form visualisiert. Über Proportionen, Brüche und Prozente führt ein direkter Weg zu Wahrscheinlichkeiten.

2. Leitidee Messen:

Misst der Body-Mass-Index, definiert als Quotient aus Gewicht (in kg)

und Quadrat der Körpergröße (in m) den Grad der Fettleibigkeit eines Menschen? Was bedeutet eine Arbeitslosenquote von 9,8%? Was heißt es, wenn – wie der Berliner Tagesspiegel am 12. 10. 2006 berichtet –, 36% aller Deutschen über 14 Jahre ehrenamtlich engagiert sind?

Jede Datenerhebung ist ein Akt des Messens. Das betrifft sowohl Fragen des Erhebungsdesigns (*wie* messe ich in effektiver Weise eine mich interessierende Größe) wie auch Fragen der Definition von Variablen. Die beiden zentralen Fragen bei einer Datenerhebung lauten:

- (a) Wie lassen sich ökonomisch aussagekräftige Daten sammeln mittels eines Designs, der uns Verallgemeinerungen und Schlussfolgerungen aus den Daten erlaubt?
- (b) Wie können wir auf praktische Begrenzungen reagieren und ethische Anforderungen der Datenerhebung respektieren?

Bisher gibt es kaum irgendwelche Unterrichtskonzepte, wie einem in den Standards gefordertes Aufgreifen des Themas “Daten erheben” Rechnung getragen werden kann

Darüberhinaus begegnet uns die Idee des Messens an zentraler Stelle der Wahrscheinlichkeitsrechnung: Wahrscheinlichkeit ist ein Maß für Ungewissheit. Letzlich ist die Verbindung vom Zufallsbegriff mit der Idee des Messens der Grund, warum für viele Fachstudenten der Mathematik eine vertiefende Auseinandersetzung mit Stochastik mit einem intensiven Studium der Maßtheorie beginnt.

3. Leitidee Strukturieren in Ebene und Raum

Es streiten sich (mindestens) fünf Städte Deutschlands darum, die Mitte Deutschlands zu sein (siehe <http://www.mittelpunkt-deutschlands.de/>). Hingegen hat das französische Institut Geographique National, das nationale Geografieinstitut Frankreichs, den Mittelpunkt der seit dem 1. 1. 2007 erweiterten Europäischen Union im hessischen Meerholz ausgemacht. Aus der Dreiecksgeometrie kennen wir verschiedene Begriffe von Mitte: Schwerpunkt, In Kreismittelpunkt, Umkreismittelpunkt, Fermatpunkt, etc. Lassen sich diese Konzepte auch auf ebene, räumliche oder mehrdimensionale Daten übertragen [2]? Wie lassen sich Lage-

und Streuungsparameter mehrdimensionaler Größen definieren? Welche Eigenschaften haben die entwickelten Begriffe? Allgemeiner: Wie lassen sich zwei-, drei- oder hochdimensionalen Daten graphisch darstellen?

4. Leitidee Funktionaler Zusammenhang

Hier geht es um zentrale Fragen, Algebra, Analysis, Lineare Algebra und Stochastik mit der Leitidee Modellbilden im Sinne eines realitätsbezogenen Mathematikunterrichts zu verbinden. Wie können Funktionen an Streudiagramm Daten angepasst werden? Diese Fragestellungen bieten sehr vielfältige Möglichkeiten, angefangen vom Unterricht in der Mittelstufe bis hin zu komplexen Modellierungen stochastisch-funktionaler Zusammenhänge in der Oberstufe, datenbezogene Modellbildung zum Inhalt des Mathematikunterrichts werden zu lassen.

Ein Mathematikunterricht, der konsequent seine Inhalte vernetzt, ist – verstärkt noch durch die Reduktion des Gymnasialzeit auf 12 Jahre – nicht nur wegen des Stofffülleproblems unvermeidlich, sondern vor allem Chance eines beziehungshaltigen Lehrkonzepts.

Literatur

- [1] Arbeitskreis Stochastik der GDM (2003): Empfehlungen zu Zielen und zur Gestaltung des Stochastikunterrichts, Stochastik in der Schule, Jahrgang 23, Heft 3, S. 21 - 26
- [2] Engel, J. (2001): Datenorientierte Mathematik und beziehungshaltige Zugänge zur Statistik: Konzepte und Beispiele. In Borovcnik et al. (Hrsg.) *Anregungen zum Stochastikunterricht* Franzbecker Verlag, Hildesheim, 63 - 82.
- [3] Kultusministerkonferenz (2002): Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Mathematik (Beschluss der KMK vom 24.05.2002)
- [4] Kultusministerkonferenz (2004): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss - Beschluss der KMK vom 4.12. 2003
- [5] National Council of Teachers of Mathematics (2000): *Principles and Standards for School Mathematics*: Reston, VA: NCTM