

Elke SÖBBEKE, Duisburg-Essen

Welche Faktoren beeinflussen eine strukturorientiert relationale Deutung von Anschauungsmitteln?

Ansätze zur Erhebung möglicher Rahmungen bei der Interpretation von Anschauungsmitteln in der Grundschule

Anschauungsmittel und Mathematiklernen

- Epistemologische Perspektive -

Sollen Anschauungsmittel als Denk- und Artikulationsmittel im Mathematikunterricht genutzt werden, ist es unerlässlich diese nicht ausschließlich in einer direkten und eindeutigen Weise zu nutzen, sondern sie notwendigerweise bewusst in ihrer Mehrdeutigkeit zu verstehen. Die unten angeführten verschiedenen Gebrauchs- und Nutzungsweisen der beiden Punktefelddarstellungen (Abb.1) sollen diese Mehrdeutigkeit verdeutlichen:

1. Gebrauchsweise: „Addition von Mengen“:

Hier werden beide Darstellungen weitgehend getrennt voneinander betrachtet, zudem stehen vor allem die konkreten Eigenschaften des Materials im Vordergrund: Die Anzahl der roten und blauen Plättchen kann gelegt oder gezeichnet und anschließend zur Bestimmung der Summe abgezählt werden.

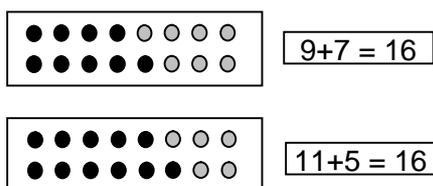


Abb. 1

2. Gebrauchsweise: „Operative Veränderungen vornehmen und nutzen“:

Demgegenüber könnten Kinder auch eine Beziehung zwischen beiden Punktefelddarstellungen herstellen, hierüber operative Beziehungen entdecken und erste Deutungen entwickeln, dass bei gegenseitiger Veränderung zweier Summanden die Summe immer gleich bleibt.

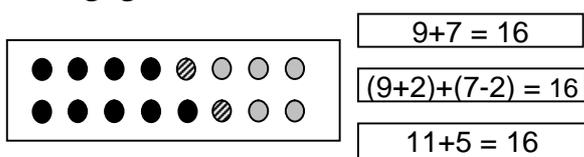


Abb. 2

3. Gebrauchsweise: „Gesetzmäßigkeiten erkennen und erklären“:

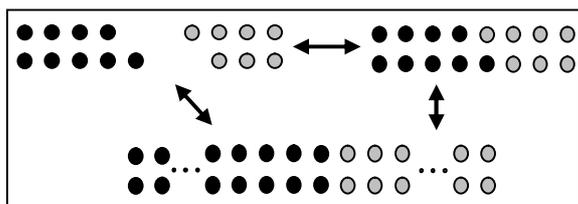


Abb. 3

In einer dritten Gebrauchsweise könnte das Verallgemeinerbare in beiden Darstellungen im Vordergrund stehen. Hier spielen die konkreten Eigenschaften und Anzahlen eine untergeordnete Rolle, vielmehr stehen die Strukturen im Vordergrund der Betrachtung und

ermöglichen die Deutung einer übergeordneten Beziehung: die Addition zweier ungerader Zahlen muss *immer* eine gerade Zahl ergeben.

Die verschiedenen Deutungen und Sichtweisen ein und desselben Materials sind fundamental für den Aufbau eines nachhaltig stabilen mathematischen Wissens. Insofern können Kinder nicht eine festgelegte, eindeutige „Bedeutung“ von Anschauungsmitteln wie einen klassischen „Lernstoff“ auswendig lernen, vielmehr müssen sie von Anfang an in eine spezielle Deutungskultur eingeführt werden, die sich bewusst mit der Komplementarität von Anschauungsmitteln auseinandersetzt: Zum einen muss das Kind ein Anschauungsmittel zur *Lösung einer mathematischen Problemstellung benutzen*, zum anderen muss es *interpretieren, unter welcher „Lesweise“* das Anschauungsmittel in einem speziellen *Kontext zu deuten* ist.

- Wahrnehmungspsychologische Perspektive -

Sehen ist kein geistloser Reizreaktionsvorgang, sondern ein intelligenter, hoch entwickelter Konstruktionsprozess (vgl. Kebeck 1994). Insbesondere das individuelle Wissen eines Menschen spielt in dem Prozess der Informationsaufnahme und -verarbeitung eine fundamentale Rolle. Folglich stellt auch der jeweilige *Kontext*, in den die Wahrnehmungssituation eingebettet ist, einen nicht unbedeutenden Faktor dar, der das Wahrnehmungsergebnis beeinflussen kann (vgl. Guski 2000, 68f.). Diese Erkenntnisse nutzend, wird im eigenen Forschungsprojekt herausgearbeitet, in welchen mathematischen Kontext ein Anschauungsmittel eingebettet ist, d.h. welcher Kontext in dem gegebenen Anschauungsmittel von dem Hersteller oder der Lehrperson intendiert ist sowie welcher Kontext von dem jeweiligen Kind individuell konstruiert wird.

- Interaktionistische Perspektive -

Im Prozess des Mathematiklernens muss das Kind die im Unterricht verwendeten Zeichen deuten. Ein solch subjektiver Prozess des Deutens wird im Kontext des symbolischen Interaktionismus mit dem Begriff der „Situationsdefinition“ bezeichnet und umfasst die bewusste und unbewusste Strukturierung der Bedeutungskomponenten einer gegebenen Situation (vgl. Mollenhauer 1972, zit. nach Krummheuer 1984, 286). Eine solche Situationsdefinition ist immer auch durch Prozesse der Entwicklung und Veränderung geprägt. Verschiedene Muster strukturieren diese Entwicklungsprozesse, so dass die einzelnen Deutungszüge in umfassendere Sinnzusammenhänge eingebettet werden können. Mit Hilfe des „*Rahmungskonzeptes*“ von Goffman (1974) lassen sich solche bedeutsamen Prozesse der Entwicklung beschreiben: Zu Beginn steht ein für das Kind grundlegendes Deutungsschema, der „(Primär-)Rahmen“. Dieser kann im Prozess der

Auseinandersetzung mit anderen verändert werden. Das Ergebnis einer solchen „Modulation“ ist wieder als ein Deutungsmuster zu verstehen und wird dann als (abgeleiteter) Rahmen bezeichnet (vgl. Krummheuer 1984, 287). Rahmungen können als „*Sinngebungshorizonte*“ (Schwarzkopf 2003, 219) eines Individuums zur Deutung von Inhalten und Kontexten verstanden werden. Sie beeinflussen grundlegend das Verständnis, die Deutung und Bearbeitung von mathematischen Begriffen, Aufgaben und Medien des Unterrichts (vgl. Krummheuer 1984).

Zusammenfassung und Konsequenzen für die eigene Forschung

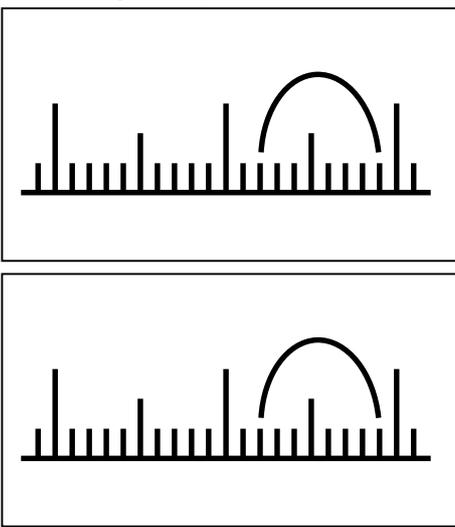
Für den Aufbau mathematischen Wissens sind verschiedene Deutungsweisen (*Mehrdeutigkeit*) eines Anschauungsmittels fundamental. Grundsätzlich ist jede Wahrnehmungssituation in einen speziellen *Kontext* eingebettet. Das Kind muss somit dem Anschauungsmittel in diesem Kontext einen Sinn verleihen. Diese Deutungen werden geprägt von dem individuellen Sinngebungshorizont (*Rahmung*), mit dem das Kind das Anschauungsmittel betrachtet. Für die Deutung und Nutzung von Anschauungsmitteln im Mathematikunterricht sind somit zwei *Anforderungsebenen* relevant, die im Rahmen des Forschungsvorhabens erhoben werden müssen.

AUFGABENBEARBEITUNG	SINNGEBUNGSHORIZONT
<p>Erhebung der eigentlichen Anforderung:</p> <p>4 Nutzung des Anschauungsmittels hinsichtlich besonders gut passender arithmetischer Rechensätze</p>	<p>Erhebung des prägenden Hintergrundes:</p> <p>4 Deutung und Sinngebung, warum der gewählte Rechensatz gut passt.</p>

Um der beschriebenen komplementären Anforderung gerecht zu werden, wird im vorliegenden Forschungsprojekt ein in der aktuellen naturwissenschaftlichen Forschung etabliertes Testinstrument „Two-Tiers-Test“ (vgl. Treagust 1988) genutzt und auf die eigenen Forschungsanforderungen hin adaptiert. Die von Treagust entwickelte zweigeteilte Testform dient insbesondere in der Physik und Chemie einer Erhebung von *Aufgabenbearbeitungen* sowie der zugrunde liegenden „*conceptions and misconceptions*“, die die Aufgabenbearbeitungen maßgeblich beeinflussen.

Nachfolgend ist ein Item der Testkonzeption des eigenen Forschungsprojektes beispielhaft aufgeführt. Jedes einzelne Item ist so konzipiert, dass auf einer ersten Ebene (linke Seite, Abb. 4) die eigentliche Anforderung „Nutzung des Anschauungsmittels hinsichtlich besonders gut passender arithmetischer Rechensätze“ per Multiple-Choice-Darbietung abgefragt wird. Die zweite Ebene (rechte Seite, Abb. 4) bietet speziell auf die inhaltlichen Antworten der ersten Ebene bezogene Begründungen an.

Welche Aufgaben passen besonders gut?



$1+1+1+1+1$ $5+1$	$19-7$ $190-70$	$12+7$ $7+12$	$99-7$ $620+70$
----------------------	--------------------	------------------	--------------------

Ich habe mich für die Aufgabenkarte entschieden,...

- weil die kurzen Striche auch Zehnerzahlen und Hunderterzahlen sein können.
- weil ich am Bogen sehen kann, wie viele Schritte ich weitergehen oder zurückgehen muss.
- weil der erste lange Strich nicht immer eine Null sein muss.
- weil ich die Striche zählen muss.

Abb. 4

Die Antwortmöglichkeiten und Begründungen der beiden Ebenen sind auf der Grundlage von Datenmaterial aus einer abgeschlossenen empirischen Studie (Söbbeke 2005) sowie aus aktuellen Voruntersuchungen (klinische Interviews) rekonstruiert und typisiert worden. Nur ein zweigeteiltes Testinstrument kann einer Erhebung der oben begründeten zweifachen Anforderung im Umgang mit Anschauungsmitteln gerecht werden und auch solche für den Unterricht bedeutsamen Faktoren erheben, die eine strukturorientierte relationale Deutung von Anschauungsmitteln beeinflussen.

Literatur

- Goffman, E. (1974). *Frame Analysis*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Guski, R. (2000). *Wahrnehmung. Eine Einführung in die Psychologie der menschlichen Informationsaufnahme*. 2. überarb. Auflage. Stuttgart: Kohlhammer.
- Kebeck, G. (1994). *Wahrnehmung. Theorien, Methoden und Forschungsergebnisse der Wahrnehmungspsychologie*. Weinheim und München: Juventa.
- Krummheuer, G. (1984). Zur unterrichtsmethodischen Dimension von Rahmungsprozessen. *JMD* 5 / 4, 285-306.
- Söbbeke, E. (2005). *Zur visuellen Strukturierungsfähigkeit von Grundschulkindern – Epistemologische Grundlagen und empirische Fallstudien zu kindlichen Strukturierungsprozessen mathematischer Anschauungsmittel*. Hildesheim: Franzbecker.
- Schwarzkopf, R. (2003). Begründungen und neues Wissen: Die Spanne zwischen empirischen und strukturellen Argumenten in mathematischen Lernprozessen der Grundschule. *JMD* 24, H3/4, 211-235.
- Treagust D.F., (1988). Development and use of diagnostic tests to evaluate students' misconceptions in science. *International Journal of Science Education*, 10, 159-169.