

Mathias HATTERMANN, Gießen

## **Neue Zugmodi in 3D-Dynamischen Geometriesystemen**

Dynamische Geometriesysteme der Ebene wie *Euklid DynaGeo*, *Cinderella*, *Geonext* und *Zirkel und Lineal* haben in den letzten Jahren den Sprung in die deutschen Klassenzimmer geschafft und bringen mit Hilfe des Zugmodus Bewegung in die eher statisch geprägte Geometrie des Euklid. Die 2D-Systeme waren in der Vergangenheit ein beliebtes Objekt der Forschung, besonders in der internationalen Community der PME-Gruppe. Als Einführung in die definierenden Eigenschaften eines DGS-Systems eignet sich Strässer (2002). Für eine Zusammenfassung der breit angelegten Untersuchungen der 2D-Systeme siehe Laborde et al. (2006). Nutzungsmodalitäten des Zugmodus in 3D-Dynamischen Geometriesystemen wie Archimedes Geo3D<sup>1</sup> und Cabri 3D<sup>2</sup>, welche erst in den letzten Jahren entwickelt wurden, stellen unser aktuelles Forschungsinteresse dar.

### **Forschungsdesign**

Wir fassen die Ergebnisse zweier Studien zusammen, welche in den Jahren 2007 und 2008 an der Justus-Liebig-Universität in Gießen durchgeführt wurden. Unsere Forschungsgruppe wählte einen qualitativen Ansatz, um Hypothesen zu generieren und das Forschungsdesign abhängig von den ersten Ergebnissen anpassen zu können. An unserer Studie nahmen insgesamt 30 Studierende des Lehramtsstudiengangs (Realschule) teil. Die Studierenden arbeiteten in Gruppen, wobei die Gruppenstärke meist zwei, in Ausnahmefällen 3 Probanden, betrug. Die Untersuchungen fanden in getrennten Räumen statt, als Hilfsmittel wurden die screen-recording Software *Camtasia* und eine Webcam eingesetzt, die zusätzlich den Audioton aufnahm, sodass Diskussionen und Interaktionen der Probanden beobachtet und transkribiert werden konnten. Die screen-recording Software erlaubt die simultane Beobachtung des Webcambildes und der Aktionen der Probanden auf dem Bildschirm, was die Analyse des Datenmaterials vereinfacht.

### **Forschungsinteresse und Aufgaben**

In unserer ersten Studie stellten wir fest, dass Studierende, trotz Vorkenntnissen in 2D-Systemen, den Zugmodus keineswegs intuitiv benutzen und zur Validierung von Konstruktionsaufgaben bzw. zur Exploration heranziehen. Für Details siehe Hattermann (2008a, 2008b). Aufgrund der Ergeb-

---

<sup>1</sup> [www.raumgeometrie.de](http://www.raumgeometrie.de)

<sup>2</sup> [www.cabri.com](http://www.cabri.com)

nisse unserer ersten Studie entschlossen wir uns, die Probanden der zweiten Studie in einer Einführungsveranstaltung im Umgang mit den 3D-Systemen zu schulen. Besonderes Augenmerk legten wir hierbei auf die Verwendung des Zugmodus und auf Grundkonstruktionen, wie Strecke, Gerade, Ebene, Kreis, Orthogonalität und die Definition von Abbildungen (Hattermann, 2009). Mit Hilfe des neuen Forschungsdesigns und einer leicht veränderten Aufgabe stellten wir uns folgende Forschungsfrage: Wie benutzen Studierende den Zugmodus in 3D-DGS, d.h. welches Ziel soll mit dem Einsatz des Zugmodus erreicht werden und wie werden bewegliche Punkte in die Konstruktion integriert, um den Zugmodus überhaupt verwenden zu können? Es muss hier betont werden, dass der Zugmodus in 3D-Systemen nicht mit dem Zugmodus in 2D vergleichbar ist, da der Nutzer in 2D-Systemen freie Punkte in stetiger Weise in der ganzen Ebene bewegen kann, während in 3D-Systemen das stetige Ziehen auf einer Schraubenlinie beispielsweise nicht möglich ist.

Die Studierenden bearbeiteten die folgenden Aufgaben.

Aufgabe 1: Konstruieren Sie, ohne die im Programm Cabri3D/Archimedes Geo 3D bereits vorhandene Funktion „Würfel“ zu benutzen, einen Würfel. Verwenden Sie keine festen Koordinaten, um Punkte zu definieren.

Aufgabe 2: Konstruieren Sie nun mit Hilfe der bereits vorhandenen Funktion „Würfel“ einen Würfel und finden Sie experimentell alle möglichen „n-Ecke“ ( $n=3, 4, \dots$ ), welche als Schnittfigur einer Ebene mit einem Würfel auftreten können. Achten Sie besonders auf rechtwinklige und symmetrische Formen!

## Ergebnisse

Bei der Bearbeitung der ersten Aufgabe wurde der Zugmodus benutzt um:

- die Konstruktion des Würfels zu validieren.
- festzustellen, dass bei der Konstruktion des Würfels nur 2 Punkte (Ausgangspunkte der ersten Strecke) „ziehbar“ und alle anderen Punkte des konstruierten Würfels „fest“ sind.
- die Funktion eines Hilfspunktes herauszufinden, der auf einer Kante konstruiert wurde. (*Funktionstest, function test*)
- die Länge einer Strecke an die vorgegebene Ausgangsstrecke anzupassen. (führt zu keiner richtigen Konstruktion)
- mehr über den Freiheitsgrad von „ziehbaren“ Punkten herauszufinden. (*Freiheitsgradtest, degree of freedom test*)
- Fehler in der Konstruktion zu entdecken.

Bei der Bearbeitung der zweiten Aufgabe wurde der Zugmodus benutzt um:

- die spezielle Funktion eines konstruierten Punktes festzustellen (*Funktionstest, function test*).
- neue Schnittfiguren zu identifizieren.
- allgemeinere bzw. spezielle Schnittfiguren zu finden (bspw. um ein gleichschenkliges Dreieck aus einem beliebigen Dreieck zu erhalten).
- den Freiheitsgrad von Punkten festzustellen (*Freiheitsgradtest, degree of freedom test*).

Mit Ausnahme von zwei Zugmodi können alle beobachteten Zugmodi bereits bekannten und definierten Begriffen zugeordnet werden, siehe hierzu Arzarello et al (2002), Olivero (2002) und für eine Zusammenfassung Restrepo (2008). Aus diesem Grund definieren wir 2 neue Zugmodi, den *Funktionstest (function test)* und den *Freiheitsgradtest (degree of freedom test)*. Es steht außer Frage, dass diese Zugmodi bereits in 2D-Systemen auftauchen und bestimmt beobachtbar sind, jedoch gibt das vermehrte Vorkommen dieser Zugmodi in 3D-Systemen Anlass zu der Annahme, dass diese Zugmodi in 3D-Systemen stärkeres Gewicht haben und somit zur Problemlösung bzw. zur Orientierung sowohl im virtuellen Raum als auch in der jeweiligen Konstruktion öfter herangezogen werden und somit häufiger zu beobachten sind. Es ist weiter zu bemerken, dass in Aufgabe 2 die Schnittebene von den Probanden erst konstruiert werden muss; von dieser Konstruktion hängt es ab, ob und wie die Schnittebene mit Hilfe des Zugmodus variiert werden kann. So ist die Wahl von drei beliebigen Punkten im Raum zur Definition der Ebene oft nicht hilfreich, da ein kontrolliertes Ziehen der Schnittebene somit schwer möglich ist. Für Details und verschiedene Beispiele der Einbindung von beweglichen Punkten zur Definition der Schnittebene siehe Hattermann (2009).

### **Ausblick**

Mit dem angepassten Forschungsdesign unserer zweiten Studie ist es uns gelungen verschiedene Zugmodi, welche von Studierenden in 3D-Systemen benutzt werden, zu beobachten. Im weiteren Forschungsverlauf möchten wir die *instrumentelle Genese* des Zugmodus nach Rabardel (1995) beobachten und theoretisch fundieren. Zur theoretischen Klärung dieser Genese wurde eine Studie mit Seminar TeilnehmerInnen durchgeführt, die zu Beginn, in der Mitte und am Ende eines Semesters bei der Bearbeitung von Konstruktions- und Explorationsaufgaben in Cabri 3D

beobachtet wurden. Während des Seminars „Raumgeometrie mit dynamischen Geometriesoftwaresystemen“ arbeiteten die Probanden in jeder Sessungsitzung mit Cabri 3D. Aus diesen Resultaten möchten wir die instrumentelle Genese des Zugmodus in 3D-Systemen nachvollziehen, eventuell Kompetenzstufen im Umgang mit diesen Systemen festlegen und diesen Kompetenzstufen verschiedene Zugmodi zuordnen.

## Literatur

- Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D. & Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practices in Cabri environments. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34(3), 66-72.
- Hattermann, Mathias (2008a): Der Zugmodus in dreidimensionalen dynamischen Geometriesystemen. In: Vasarhélyi, Eva (Hg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2008. Vorträge auf der 42. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 13. bis 18. März in Budapest*. Münster: WTM-Verlag, S. 445–448.
- Hattermann, Mathias (2008b): The dragging process in three dimensional dynamic geometry environments (DGE). In: Figueras, Olimpia; Cortina, José Luis; Alatorre, Silvia; Rojano, Teresa; Sepúlveda, Armando (Hg.): *International Group for the Psychology of Mathematics Education. Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX, July 17-21, 2008*, Morelia. Mexico: Cinvestav-UMSNH, Bd. 3, S. 129–136.
- Hattermann, Mathias (2009) : The drag-mode in three-dimensional dynamic geometry environments-two studies. *Proceedings of the CERME 6-Conference*, 28.1.-1.2.2009, Lyon, France. (im Druck)
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strässer, R. (2006). Teaching and Learning Geometry with Technology. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (S. 275-304). Rotterdam: Sense.
- Olivero, F. (2002). *The proving process within a dynamic geometry environment* (PhD thesis). Bristol, UK: University of Bristol, Graduate School of Education.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et la technologie. Approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin. Translation to English (retrieved on 09.03.2009 at [http://ergoserv.psy.univ-paris8.fr/Site/default.asp?Act\\_group=1](http://ergoserv.psy.univ-paris8.fr/Site/default.asp?Act_group=1))
- Restrepo, Angela Maria (2008): *Genèse instrumentale du Déplacement en Géométrie dynamique chez des élèves de 6eme*. Dissertation. Betreut von Prof. Dr. Colette Laborde. Grenoble. Université Joseph Fourier, École Doctorale des Mathématiques, Sciences et Technologies de l'Information, Informatique.
- Strässer, Rudolf (2002): Research on Dynamic Geometry Software (DGS)- an introduction. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34(3), 65.