Andreas VOHNS, Klagenfurt

Was fängt man mit dem Wissen um fundamentale Ideen in der (AHS-)Oberstufe an?

Im Vortrag wurde keine Antwort auf obige Frage gegeben, sondern es wurde motiviert, warum man sich diese Frage stellen sollte und vor welchem theoretischen Hintergrund der Vortragende sie im Rahmen seines Habilitationsprojekts zu beantworten gedenkt. Dabei wurden zwei zentrale Voraussetzungen hervorgehoben:

- Eine Rückbesinnung auf das Wort ‚Ideen' in seinem alltäglichen Begriffsumfang, oder jedenfalls eine Interpretation dieses Wortes, die man auch außerhalb der fachdidaktischen Subkultur um ‚fundamentale Ideen' gelten lassen würde.
- Eine Konkretisierung des häufig verwendeten Vorspanns ‚Orientierung an …' derart, dass klar werden kann, wem, woran entlang und in welcher Weise Orientierung geboten werden soll.

Diese Vorraussetzungen wurden durch die Formulierung der folgenden sechs, auf einer sorgfältigen Analyse der Ideengeschichte dieser didaktischen Kategorie (Vgl. Vohns 2007, S. 4-68) beruhenden Thesen weiter untermauert und mit Blick auf mögliche Konsequenzen präzisiert:

These 1:

Eine mathematische Idee ist ein entscheidender Gedanke, den man hinter gewissen Strategien, Techniken, Denk- und Handlungsmustern auszumachen sucht, der Versuch einer Antwort auf die Frage nach dem springenden Punkt.

These 2:

Didaktisch bedeutsam kann eine mathematische Idee dann werden, wenn sie zum Nachdenken über einen konkreten schulmathematischen Gegenstand einlädt, wenn sie hilft, ihn besser oder anders oder überhaupt einmal zu verstehen sowie hinsichtlich seiner Bedeutung einzuordnen.

Solche Ideen sollten insbesondere geeignet erscheinen, Lehrer(innen) ebenso wie Schüler(innen) zum Nachdenken über Kohärenzen und Differenzen

- zwischen bereits Gelerntem und noch zu Lernendem,
- zwischen implizit Genutztem / Geahntem und explizit Thematisiertem,
- zwischen alltäglichen und mathematischen Denk- und Handlungsweisen

anzuregen.

These 3:

Hinter dem Konzept ‚fundamentale Idee' steckt die Überzeugung (die Hoffnung), dass man für die gesamte Mathematik (oder jedenfalls für bestimmte Teilbereiche) eine Hand voll mathematischer Ideen angeben kann, die die entscheidenden Gedanken hinter dem Mathematiktreiben (in diesem Teilbereich) berühren.

Es beschreibt den Versuch, eine ‚Antwort auf die Frage nach dem springenden Punkt' für ganze Bündel von Strategien, Techniken, Denk- und Handlungsmustern zu beantworten.

Wenn behauptet wird, dass es solche fundamentale Ideen „gibt", so ist damit stets die Vorstellung eines im Wesentlichen kohärenten mathematischen Wissens verbunden.

These 4:

Wer ‚Orientierung an fundamentalen Ideen' fordert, will Kohärenzerfahrungen stiften. Seit Bruner hat sich zwar die Art der angestrebten Kohärenzstiftung laufend verändert und fachdidaktisch ausdifferenziert, allerdings wenig getan, was die theoretische und empirische Absicherung dieser Forderung, sowie Überlegungen zu ihrer praktischen Umsetzung angeht.

These 5:

Je ausdifferenzierter die angestrebte Kohärenzstiftung, desto problematischer ist die permanente Verwechslung von mathematischen Ideen hinter den Strukturen, Konzepten und Begriffen mit den mathematischen Strukturen, Konzepten und Begriffen.

These 6:

Wenn fundamentale Ideen mathematische Ideen im Sinne der ersten These sein sollen, so ist den Überlegungen in These 2 gerade und erst recht für fundamentale Ideen zu folgen.

Orientierung an fundamentalen Ideen kann nur heißen, das Spannungsfeld von Kohärenzen *und Differenzen*

- zwischen bereits Gelerntem und noch zu Lernendem,
- zwischen implizit Genutztem / Geahntem und explizit Thematisiertem,
- zwischen alltäglichen und mathematischen Denk- und Handlungsweisen

im Unterricht selbst, dort wo es geboten scheint, auch über einzelne Begriffe und Verfahren hinausgehend zum Thema zu machen.

Im zweiten Teil des Vortrags wurden die Konsequenzen aus der letzten These bildungstheoretisch unter Bezugnahme auf Konzeptionen von Dressler, Fischer, Lengnink und Peschek verortet und präzisiert (vgl. Dressler 2007, Fischer o.J., Lengnink / Peschek 2001). Zentral ist dabei die Forderung, aus bildungstheoretischer Perspektive nicht mehr vornehmlich auf Kohärenzen und Kontinuitäten hin zu arbeiten, sondern der Erfahrung von Diskontinuitäten innerhalb des mathematischen Denkens und Arbeitens, Differenzen zwischen alltäglichem und mathematischen Denken und Arbeiten eine integrale Rolle für den Bildungsprozess zuzugestehen.

Dazu wurde die Forderung erhoben, die Klärung der Kohärenzhypothese zum Gegenstand der Auseinandersetzung zwischen Lehrer(inn)en und Schüler(inn)en zu machen. In diesem Zusammenhang wurde betont, dass vieles von dem, was in der Mathematikdidaktik normalerweise als ‚fundamentale Idee' bezeichnet wird, im Sinne von These 1 und These 3 eher als Kristallisationspunkt für das Nachdenken *über* solche Ideen im Unterricht verstanden werden sollte und nicht schon für die Idee selbst gehalten. Insbesondere wurde betont, dass die Klärung, was noch als kohärente Fortsetzung einer Idee aufgefasst werden kann und was nicht, aus dieser Perspektive keine Frage ist, die Didaktiker vorab entscheiden sollten, sondern vielmehr eine, deren (offene) Diskussion Gegenstand des Unterrichts sein müsste.

Der Vortrag schloss mit einer Motivation der einleitenden Frage für die Oberstufe (als Ort zunehmender Reflexion über das mathematische Arbeiten und wenigstens für die ‚Analytische Geometrie und Lineare Algebra' mit einem Curriculum, dass einer Rückbesinnung auf zentrale Leitideen dringend bedarf (Vgl. Schupp 2000)) und präsentierte einen ersten Ausblick auf zwei mögliche, sehr basale Kristallisationspunkte für das Nachdenken über fundamentale Ideen in der Oberstufe: Quantität und Form.

Der Abbildung auf der folgenden Seite können lernbereichsspezifische Konkretisierungen dieser übergreifenden Kristallisationspunkte entnommen werden. In seiner weiteren Arbeit plant der Vortragende ausgehend von diesem Katalog folgenden Fragen nachzugehen:

- Könnte Nachdenken darüber, welchen Beitrag dieser Inhalt zum Umgang mit Quantität und Form leistet, bei diesen Inhalten sinnvoll sein? Hilft es mir, sie besser zu verstehen oder einordnen zu können?
- Was erschließen mir genau diese Inhalte über den Umgang mit Quantität und Form, was sich mir nicht bereits vorher erschlossen haben könnte? Was erschließt es mir weniger deutlich, was deutlicher?

– Was fehlt eigentlich noch, wenn ich die neuen Aspekte etwas weiter verfolge? Wo stößt das Curriculum an Grenzen, die eigentlich nicht nachvollziehbar sind? Wo gibt es offene Fragen der Unterstufe, die mir auch diese Themen nicht erschließen? Warum ist das so? Muss das so sein?

Quantität	Form
Lineare Algebra: Vektoren, Matrizen und LGS als Möglichkeit, mit Mengen (Systemen) von Zahlen als algebraischen Objekten zu arbeiten „wie mit Zahlen"	**Analytische Geometrie:** Beschreibung und Realisierung von Formen durch Nutzung der (relativen und) gegenseitigen Lage mit Hilfe von Koordinaten, Vektoren und LGS (lineare Geometrie)
Analytische Geometrie: Arithmetisierung von zweidimensional und dreidimensional gerichteten Größen (Vektoren in Ebene und Raum)	**Trigonometrie:** Austauschbarkeit von Winkeln und Seitenverhältnissen bei der Beschreibung und Realisierung von Formen
Funktionen und Analysis: Umgang mit veränderlich(gedacht)en Größen (Änderungen), Umgang mit infinitesimalen Größen	**Analysis und Analytische Geometrie:** Beschreibung des „Krummen" / von Kurven, Flächen und Körpern mit Gleichungen und Funktionen, mit und ohne infinitesimale Kalküle
Beschreibende Statistik: Kenngrößen als Möglichkeit zur Orientierung in Mengen von Daten (Raffung)	
Beschreibende Statistik: Möglichkeiten und Grenzen der Messbarkeit, des empirischen Zugriffs auf Realität	**Beschreibende Statistik:** Möglichkeiten und Grenzen graphischer Darstellungen zur (Re-)Präsentation von / Orientierung in Datenmengen (Mustererkennung)
Wahrscheinlichkeitsrechnung und schließende Statistik: Arithmetisierung nicht-deterministischer Phänomene, Umgang mit unsicheren Größen	

Literatur

Dressler, A. (2007). Modi der Weltbegegnung als Gegenstand fachdidaktischer Analysen. *JMD, 28 (3/4)*, 249-262.

Fischer, R. (o.J.). *Höhere Allgemeinbildung*. Klagenfurt (Manuskript). URL: http://imst2.uni-klu.ac.at/materialien/_design/fischer190901.pdf (zuletzt abgerufen am 12.03.2009).

Lengnink, K., Peschek, W. (2001). Das Verhältnis von Alltagsdenken und mathematischem Denken als Inhalt mathematischer Bildung. In K. Lengnink & al. (Hrsg.), *Mathematik und Mensch – Sichtweisen der Allgemeinen Mathematik* (65 - 82). Mühltal: Verlag Allgemeine Wissenschaft.

Schupp, H. (2000). Geometrie in der Sekundarstufe II. In: *JMD*, *21 (1)*, 50-60.

Schweiger, F. (1992). Fundamentale Ideen. Eine geistesgeschichtliche Studie zur Mathematikdidaktik. *JMD, 13 (2/3)*, 199-214.

Vohns, A. (2007). *Grundlegende Ideen und Mathematikunterricht*. Norderstedt: Books on Demand.