

Katja MAASS, Christoph MISCHO, Dagmar KARRER, Freiburg

## **Stratum<sup>1</sup> – Modellieren in der Hauptschule**

In der didaktischen Diskussion besteht Konsens darüber, dass Modellierungen in den Mathematikunterricht integriert werden sollen. Die hier beschriebene Studie wendet sich der Hauptschule zu. Basierend auf theoretischen Konzepten sollen Unterrichtseinheiten entwickelt und empirisch evaluiert werden.

### **Stratum im Überblick**

Wesentliche Forschungsfragen sind: Fördern realitätsbezogene Aufgaben die Modellierungskompetenzen und die mathematischen Kompetenzen der Hauptschüler? Haben Modellierungsaufgaben Einfluss auf die Einstellungen und motivationalen Merkmale der Hauptschüler? Theoretische Grundlage für die Studie sind empirische Untersuchungen zum Mathematikunterricht, insbesondere in der Hauptschule, Befunde zur Unterrichtsqualität, die Diskussion um Beliefs und um Modellierungen. Stratum hat im September 2007 begonnen und läuft bis August 2010. Die Intervention wird im zweiten Jahr, also im Schuljahr 2008/09 in 6. Klassen erfolgen. Während dieser Zeit sollen in den Unterricht ca. 8 bis 10 Doppelstunden zum Modellieren integriert werden. Interventionsgruppe und Kontrollgruppe umfassen je 20 Klassen. In der summativen Evaluation (Pre- und Posttest) sowie in der formativen Evaluation werden eine Vielzahl von Variablen erhoben und zwar auf Schülerseite (Kompetenzen in Mathematik, im Modellieren, im Lesen, Weltwissen; motivationale Merkmale; Beliefs und wahrgenommener Unterricht) und auf Lehrerseite (fachwissenschaftliche, didaktische, methodische und pädagogische Expertise, Beliefs, motivationale Merkmale). Im Folgenden wird der Aspekt der Aufgabenentwicklung exemplarisch dargestellt.

### **Modellierungsaufgaben - für den Unterricht und zum Testen**

*Theoretischer Hintergrund:* Modellierungsaufgaben sind offene, komplexe und realitätsbezogene Aufgaben, zu deren Lösung ein Modellierungsprozess durchlaufen werden muss. Dazu sind folgende Schritte nötig: 1. Text und Situation verstehen, 2. Realmodell aufstellen, 3. mathematisches Modell aufstellen, 4. Lösung innerhalb des mathematischen Modells finden, 5. Lösung interpretieren, 6. Lösung

---

<sup>1</sup> Stratum steht für „Strategies for teaching understanding in and through modelling“ und wird vom Forschungsverbund Hauptschule gefördert. Stratum ist eine Kooperation zwischen der PH Freiburg, der PH Ludwigsburg, dem RP Freiburg und zwei Schulen im Bereich Freiburg.

validieren (Blum & Leiß 2006). Modellierungskompetenzen umfassen die zum Durchlaufen des Modellierungsprozesses nötigen Teilkompetenzen: Kompetenzen im Argumentieren, Kompetenzen über das Modellieren auf einer Metaebene nachzudenken sowie die Fähigkeit, die Möglichkeiten der Mathematik zum Lösen von realen Problemen zu sehen (Maaß 2004). Die Bearbeitung von *Textaufgaben*, die von den üblichen Textaufgaben dadurch abweichen, dass sie weniger oder mehr Angaben als nötig beinhalten, können erste Schritte auf dem Weg zum Erwerb von Modellierungskompetenzen darstellen (Verschaffel 2002). Diese Aufgaben werden im Folgenden als unterbestimmt bzw. überbestimmt bezeichnet.

### **Pilotstudie I**

In einer qualitativen Interviewstudie wurden 159 Hauptschüler aus allen Jahrgängen verschiedene, eigens entwickelte Modellierungsaufgaben vorgelegt. Die Interviews wurden mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring evaluiert.

Die Aufgaben sollten für den Einstieg in das Modellieren in der Hauptschule geeignet sein. Dazu wurden einfache über- und unterbestimmte Aufgaben mit schülernahen Kontexten ausgewählt. *Beispielaufgabe: Ingo meint, dass er viel zu viel Zeit in der Schule verbringt. „Die meiste Zeit des Jahres sitze ich in der Schule!“, stöhnt er. Was meinst du dazu?*

Die Pilotstudie I zeigt, dass Modellieren in der Hauptschule grundsätzlich möglich ist. Die Schüler zeigen Interesse für unterschiedliche Realitätsbezüge, wenn sie die Aufgaben verstehen. Allerdings gibt es sehr große Leistungsunterschiede, außerdem verunsichern die neuen Aufgabenarten die Schüler. Motivationale Hilfen haben einen positiven Einfluss auf die Schüler. Probleme beim Modellieren lassen sich in allen Teilschritten des Modellierungsprozesses identifizieren. Basierend auf diesen Erkenntnissen sowie dem theoretischen Hintergrund wurden Aufgaben und Unterrichtseinheiten für Stratum entwickelt.

### **Pilotstudie II – Modellierungsaufgaben zum Testen**

Eine wesentliche Frage ist, ob die Modellierungskompetenzen mit offenen oder geschlossenen Aufgaben getestet werden sollen. Haines und Crouch (2005) haben gezeigt, wie man geschlossene Aufgaben zum Modellieren entwickeln kann. In PISA wurden offene und geschlossene Formate verwendet und Baumert und Köller (1998) stellen fest, dass die offenen Aufgaben keinen Gewinn an Validität mit sich bringen. Für ein offenes Aufgabenformat spricht, dass Modellierungsaufgaben selbst offen sind und

die Schüler auch lernen müssen, selbstständig zu argumentieren. Für ein geschlossenes Format spricht, dass die Auswertung objektiver und ökonomischer ist und weniger Anforderungen an die Motivation und Fähigkeit zur Verschriftlichung stellt, dafür aber u. U. höhere Anforderungen an die Lesekompetenz. Für die Pilotierung der Testaufgaben wurden die beiden folgenden Aufgaben ausgewählt:

**So:** Christian liebt die 3 Sommermonate Juni, Juli und August. Da bin ich fast 1000 Stunden im Wasser, freut er sich. Sein Freund David glaubt das nicht und will es nachrechnen.

**Ma:** In den letzten Jahren gab es in den Städten und Dörfern am Rhein immer wieder Hochwasser. Die Menschen wurden in Notunterkünften untergebracht. Als Notunterkünfte werden auch häufig Turnhallen benutzt. Dadurch haben die Menschen wenigstens eine **Matratze**, auf der sie schlafen können. Wie viele Menschen können in einer Turnhalle auf Matratzenlagern untergebracht werden?

Für beide Aufgaben wurde nun ein offenes (OF) und ein Multiple-Choice (MC)-Format entwickelt. Da in der Pilotstudie I alle Teilschritte im Modellieren bei der Bearbeitung durch die Hauptschüler identifiziert werden konnten, bietet es sich an, die Modellierungsaufgaben im Test auch in Teilaufgabe zu untergliedern. Die Anforderung erscheint in diesem Fall zwar geringer als bei einer ganz offenen Formulierung, sie stellt aber sicher, dass das offene Format und das geschlossene Format vergleichbar sind. Für den Teilschritt „Realmodell bilden“ sind beispielsweise folgende Items zur Aufgabe **So** entwickelt worden:

MC: Welche Überlegung ist für das Lösen der Aufgabe völlig unwichtig?

- Christian wohnt sehr dicht am See.
- Es regnet 10 Tage im Monat
- Auf dem See sind 5 Segelschiffe.
- Christian ist am Tag ungefähr 4 Stunden im Wasser.
- Ein Monat hat ungefähr 30 Tage.

OF: Was musst du alles überlegen und was musst du alles schätzen, um die Aufgabe zu lösen? Schreibe deine Überlegungen und Schätzungen auf!

*Methoden:* Es wurden zwei Testversionen entwickelt (V1: So\_MC, Ma\_OF, V2: Ma\_MC, So\_OF). In der Pilotierung hat jeder Schüler in der Stichprobe (N = 75) jede Version zu zwei verschiedenen Testzeitpunkten (Abstand ca. 1 Woche) bearbeitet, innerhalb einer Klasse bekam jeweils die Hälfte V1, die andere Hälfte V2, nach einer Woche war es umgekehrt. Die offenen Aufgaben wurden in der Auswertung geratet mit 0 bis 2 Punkten,

etwa ein Drittel der Schüler wurden doppelt geratet. Die Interraterreliabilität wurde durch Interklassenkorrelation bestimmt. Sie lag jeweils über .6 und war damit zufrieden stellend. Für die geschlossenen Items gab es 0 oder 1 Punkt, also insgesamt pro Aufgabenteil 5 Punkte.

*Ergebnisse:* Die Reliabilität über alle 9 Teilaufgaben im MC-Format liegt bei .572, über alle Aufgaben im offenen Format bei .491. Zwar erwartet man bei homogenen Konstrukten eine Reliabilität von  $> .8$ , da es sich bei dem Konstrukt „Modellierungskompetenzen“ um ein sehr komplexes Konstrukt handelt, kann die Reliabilität nicht bei .8 liegen. Bei PISA wurde für Problemlösekompetenzen eine Reliabilität von .6 erreicht und die Reliabilität der Aufgaben im MC-Format kommt diesem Wert sehr nahe. Zwischen dem Summenwert von allen 9 Teilaufgaben im MC-Format und dem Summenwert von allen 9 Teilaufgaben im offenen Format liegt eine höchst signifikante Korrelation von .305 vor. Vergleicht man die Formate bei beiden Aufgaben separat für jeden Inhalt, so liegt bei der Aufgabe So eine niedrige Korrelation und bei der Aufgabe Ma keine Korrelation vor. Zwischen beiden Aufgaben im MC-Format liegt eine signifikante mittlere Korrelation von .380 vor, die möglicherweise auf intelligentes Raten deutet. Viele offene Teilaufgaben wurden überhaupt nicht bearbeitet.

*Konsequenzen:* Die höhere Reliabilität im MC-Format, die Korrelation zwischen den beiden Aufgaben im MC-Format sowie die Korrelation zwischen den Summenwerten über beide Aufgaben im MC-Format einerseits und im offenen Format andererseits sowie das Nichtbearbeiten vieler offener Teilaufgaben sprechen dafür, die Modellierungskompetenzen im geschlossenen Format zu testen. Dagegen spricht nach wie vor, dass das schriftliche Argumentieren zu den Kompetenzen im Modellieren gehört und im MC-Format nicht getestet wird. Eine Lösung für das Projekt kann darin liegen, zwei Aufgaben im MC-Format und ergänzend eine offene Aufgabe zu wählen.

## **Literatur**

Baumert, Jürgen, Köller, Olaf (1998): Nationale und internationale Schulleistungsstudien: Was können sie leisten, wo sind ihre Grenzen? In: Pädagogik 50 (6), 12-18.

Blum, Werner, Leiß, Dominik (2005): Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. In: mathematik lehren 2005 (128).

Haines, Christoph, Crouch, Rosalind, Davis, John (2001): Understanding students' modelling skills. Aus: J. Matos, K. Houston, W. Blum, S. Carreira (Eds.): Modelling and mathematics education: ICTMA-9. Chichester: Horwood publishing, 366-380.

Verschaffel, Lieven (2002): Taking the modelling perspective seriously at the elementary school level: Promises and pitfalls. PME 26, 1, 64 -80.