

Tom GORIS, Freudenthal Institut, Universität Utrecht
Matthias LIPPERT, Gymnasium Schwertstraße, Solingen

Wie Mathematik entsteht:

Der niederländische Mathematikwettbewerb A-lympiade

Einleitung: In den Niederlanden sind sie höchst populär und gelten als originelle und unverzichtbare Bereicherung für den Mathematikunterricht der Oberstufe: die Mathematikwettbewerbe „A-lympiade“ und „Wiskunde B-dag“. Sie wurden vom Freudenthal Institut Utrecht ins Leben gerufen, um zu Problemlösen, Modellieren, Argumentieren und Teamarbeit anzuregen.

Seit 2001 nehmen auch Schülerinnen und Schüler aus Nordrhein-Westfalen an der A-lympiade teil. Der Wettbewerb wird als Landeswettbewerb in NRW durch das Ministerium für Schule und Weiterbildung und als internationaler Wettbewerb durch das Freudenthal Institut Utrecht ausgerichtet.

Die Aufgaben können mit den Fachkenntnissen der Mittelstufe bearbeitet werden. Ihr Anspruch liegt eher im methodischen Bereich: Die Teilnehmer sind als Forscher gefordert, die selbst beurteilen, welche mathematischen Werkzeuge im gegebenen Zusammenhang angemessenen eingesetzt werden können. Oft bringt die Erfindung oder Weiterentwicklung von mathematischen Verfahren und Begriffen die entscheidende Lösungsidee.

Der Wettbewerb ist an Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufen 10 bis 13 gerichtet. Diese arbeiten in Teams von drei oder vier Schülerinnen oder Schülern zusammen. Innerhalb von sieben Stunden erarbeiten sie ein vollständiges Produkt, z. B. einen Bericht für einen fiktiven Auftraggeber. Bei der Problemlösung und Darstellung der Ergebnisse darf der Computer mit all seinen Möglichkeiten verwendet werden.

Weitere Informationen finden sich auf den Webseiten [1], [2], [3] und [4].

Organisation: Die A-lympiade (wie auch der Wiskunde B-dag) findet am vierten Freitag im November statt. Die Aufgaben liegen in deutscher Sprache vor. Jede Schule darf bis zu zwei Schülerarbeiten zur Landesrunde NRW einsenden. Zur Bewertung der Schülerarbeiten erhält jede teilnehmende Schule ca. 6 der eingesandten Schülerarbeiten und bringt diese in eine Rangfolge. Aus den zurückgemeldeten Rangfolgen wird dann ein Gesamtranking aller eingereichten Arbeiten ermittelt. Die erfolgreichsten Teams aus diesem Ranking werden im Februar zu einem Wettbewerbswochenende eingeladen. Hier bearbeiten sie weitere Aufgaben und die nordrhein-westfälischen Teilnehmer für das Finale werden ermittelt. Im März findet die zweitägige, internationale Finalrunde in

Garderen (NL) mit insgesamt ca. 16 Teams aus verschiedenen Ländern (Niederlande, Dänemark, St. Marten, Deutschland) statt.

Statistik: Zur Landesrunde NRW der A-lympiade haben 2007 ca. 60 Schulen Arbeiten von insgesamt 85 Teams eingereicht. Damit waren an der Landesrunde ca. 400 Schülerinnen und Schüler beteiligt. Im Jahr 2007 erreichte ein Team aus NRW international den dritten Platz.

Wiskunde A in den Niederlanden: In den Niederlanden sind zur Teilnahme an der A-lympiade nur Schülerinnen und Schüler aus Profilen der „Wiskunde A“ (Wiskunde heißt übersetzt Mathematik) zugelassen. Diese Profile sollen auf Studienrichtungen vorbereiten, in denen mit Mathematik in erster Linie als Anwendung gearbeitet wird. Außer durch die mathematischen Inhalte zeichnet sich das Profil der Wiskunde A durch eine spezielle Aufgabenkultur im Sinne der „realistic mathematic education“ (rme) aus.

Der Ansatz der „rme“ impliziert eine Aufgabenkultur, in der den Schülerinnen und Schülern mathematisches Modellieren auf allen Ebenen abverlangt wird. Dies wird durch „eingekleidete“ Aufgaben, in denen ein mathematisches Objekt wie z. B. eine Gleichung oder eine Funktion als Modell „erkannt“ werden soll, nicht gewährleistet. Die Modellierung von Aufgaben im Sinne der „rme“ ist für Schülerinnen und Schüler vollständig nachvollziehbar, überprüfbar bzw. selbst entwickelbar.

Seit 1989 arbeitet eine vom Freudenthal Institut Utrecht beauftragte Kommission aus Hochschullehrern und Lehrern komplexe Modellierungsaufgaben aus, die durch die A-lympiade zu Popularität gelangten und an Schulen verbreitet wurden, die aber auch in anderen Formen – beispielsweise den „praktischen opdrachten“ (Facharbeiten) Eingang in den Unterricht gefunden haben. Zur Zeit besteht diese Kommission aus folgenden Mitgliedern: Tom Goris (Freudenthal Institut, Universität Utrecht), Dede de Haan (Freudenthal Institut, Universität Utrecht), Willem Hoekstra (Institut für Fachdidaktik der Mathematik, Universität Amsterdam), Johan van de Leur (Mathematisches Institut, Universität Utrecht), Matthias Lippert (Gymnasium Schwertsraße, Solingen), Ruud Stolwijk (Jac. P. Thijsse College, Castricum), Monica Wijers (Freudenthal Institut, Universität Utrecht) .

Aufgabenbeispiele: Aus der Vielzahl der mittlerweile für die A-lympiade entstandenen Aufgaben werden hier exemplarisch einige Fragestellungen vorgestellt:

Vorrunde 1999-2000: *Glatteis in Zeist*

Anhand eines Stadtplans und einiger Informationen über Streuwagen und

Salzdepots sollte ein Gutachten für die Stadt Zeist erstellt werden, in dem die Möglichkeiten zur Erhöhung der Effizienz beim Salzstreuen erörtert werden. Dabei sollten die folgenden Fragestellungen berücksichtigt werden: Wie beurteilt man, ob ein Streuplan effizient ist? Wie findet man einen möglichst effizienten Streuplan? Welche Randbedingungen beeinflussen die Effizienz des Streuplanes? Welche Auswirkungen haben Maßnahmen zu Verbesserung der Effizienz?

Vorrunde 2001-2002: *Gebietsneuordnung*

Ein Verfahren zur Planung einer Gebietsneustrukturierung sollte entwickelt werden. Die Aufgabe wurde schrittweise - ausgehend von konkreten und leicht zu berechnenden Beispielen bis hin zur Frage nach einem allgemeinen Verfahren - gestellt. Dabei sollten folgende Fragen behandelt werden: Was kostet eine vorgegebene Gebietsneuordnung? Wie findet man bei vorgegebenen Flächenanteilen eine preisgünstigste Gebietsneuordnung? Wie wirken sich weitere Randbedingungen wie die Forderung nach einer zusammenhängenden landwirtschaftlichen Fläche, der Erhaltung von Flüssen und Hauptverkehrsstraßen etc. auf das Lösungsverfahren aus?

Vorrunde 2005-2006: *Zwei gegen Hundert*

Ein bekanntes niederländisches Fernsehquiz sollte analysiert und verbessert werden. Dabei wurden folgende Fragestellungen untersucht: Welche Spielverläufe erbringen welche Gewinne? Welchen Einfluss haben die Joker? Was ist der maximale Gewinn? Welche Veränderungen sind notwendig, wenn statt eines Kandidaten ein zweiter Kandidat am Spiel teilnimmt?

Finale 2005-2006: *Let's play Darts*

Der Abschlussauftrag bestand darin, ein Dartspiel für Kinder mit einer Dartscheibe für Kinder und geeigneten Regeln zu entwerfen. Dazu musste das Dartspiel analysiert werden und es musste beurteilt werden, wie stark das Spiel durch Glück und Können beeinflusst wird. Folgende Fragen sollten in dieser Aufgabe behandelt werden: Welche Spielverläufe sind möglich? Woran erkennt man einen guten Dartwerfer? Warum ist die Dartscheibe so aufgebaut, wie sie ist? Welchen Einfluss hat eine Veränderung der Scheibe auf den Spielverlauf?

Anforderungen an die Aufgaben: Um Modellieren zu ermöglichen und zu motivieren, werden Kontexte gewählt, die aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler stammen (z. B. Fernsehquiz) oder die von Schülerinnen und Schülern als orientierungstiftend empfunden werden können (z. B. Gebietsneuordnung). Die Problembehandlung muss sich für geschickten Einsatz und Weiterentwicklung von Mathematik eignen. Der Problemlöseprozess soll zu Diskussionen im Team anregen muss daher mehrere Sichtweisen und Lösungswege zulassen. Da Schülerinnen und

Schüler von der Jahrgangsstufe 10 an zur Teilnahme eingeladen sind, darf nur den Mittelstufenstoff vorausgesetzt werden. Gleichzeitig muss die Problemstellung anspruchsvoll genug sein, um unterschiedliche Kompetenzniveaus in den Schülerlösungen deutlich werden zu lassen.

Erfahrungen: Die Schülerinnen und Schüler kommen innerhalb der kurzen Bearbeitungszeit zu erstaunlichen Ergebnissen. Sie finden überwiegend geeignete Modellierungsansätze, formalisieren ihre



ABBILDUNG 1: Schülerlösung zur Finalaufgabe „Let’s play Darts“; Die Regeln wurden nach sorgfältiger stochastischer Analyse möglicher Spielverläufe aufgestellt.

mathematischen Überlegungen auf hohem Niveau und bringen kreative Ideen ein. Allgemeine Begründungen fehlen allerdings häufig: Z. B. geben in der Vorrunde 2005-2006 („Einer gegen Hundert“) die meisten Teams den maximalen Spielgewinn richtig an, begründen aber die Maximalität nicht. Stochastik wird auch dann selten eingesetzt, wenn es sich anbietet. Die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler beurteilten die Aufgaben und den Wettbewerb durchweg positiv. Dabei entsprachen die Aufgaben vielfach nicht dem Bild, das die Schülerinnen und Schüler von Mathematik haben. Die Möglichkeit, Mathematik im Team zu entwickeln, wurde von vielen Teilnehmern als sehr motivierend und bereichernd beschrieben.

Webseiten für weitere Informationen:

- [1] Niederländische Mathematikwettbewerbe in NRW, <http://www.learn-line.nrw.de/angebote/olympiade/>.
- [2] A-lympiade beim Freudenthal Institut, Universität Utrecht, <http://www.fi.uu.nl/olympiade/>
- [3] Zentrum für mathematische und naturwissenschaftliche Bildung der Universität zu Köln, <http://zmnbn.uni-koeln.de/>.
- [4] Landesverband Mathematikwettbewerbe Nordrhein-Westfalen e.V., <http://www.mathe-nrw.de/>.