Renate RASCH, Landau

Frühes operatives Denken beim Arbeiten mit Textaufgaben – Nutzen verschiedener Repräsentationsebenen

Über Sachverhalte können schon zu Schulbeginn alle vier Grundrechenoperationen angesprochen werden. Ein frühes Operationsverständnis ist mit Handlungen bzw. mit Vorstellungen von diesen Handlungen verbunden. Textaufgaben sind gut geeignet, diese Vorerfahrungen aufzugreifen und weiter zu entwickeln. Der Text repräsentiert dabei eine anschauliche Ebene, die Grundlage für enaktive, ikonische und symbolische Lösungsdarstellungen sein kann. Dabei sind die Vorerfahrungen für die einzelnen Operationen und die Beziehungen zwischen diesen, wie nicht anders zu erwarten, unterschiedlich entwickelt und vom bisherigen Zahlbegriffsverständnis abhängig.

Additive Grundkompetenzen

Texte, die additive Zusammenhänge widerspiegeln, konnten in der hier zugrunde liegenden Untersuchung von nahezu allen Schulanfängern (häufig unter Hinzunahme von Arbeitsmitteln) bearbeitet werden. Sachsituationen, die das Subtrahieren, Multiplizieren oder Dividieren repräsentierten, wurden vor allem dann erfolgreich bearbeitet, wenn für die Kinder die Verbindung zur Addition deutlich wurde bzw. sie die Rechnung auf ihr additives Grundverständnis zurückführen konnten. Wenn ich acht Dinge gerecht an zwei Personen verteilen soll, hilft diese additive Sicht - ebenso, wenn dreimal hintereinander eine zwei gewürfelt wird und die Augenzahl bestimmt werden soll. Dabei kann der für Schulanfänger vertraute Zehnerraum durchaus auch einmal überschritten werden, wenn Material zur Stützung der Zählkompetenzen bereitgestellt wird. Die additive Grundkompetenz ist vor allem für Kinder der 1. und 2. Klassenstufe eine wichtige Stütze, aber auch ältere Grundschulkinder nutzten immer wieder additive Zusammenhänge beim Bearbeiten von Textaufgaben, die eigentlich andere Operationen ansprachen.

Konstruieren unbekannter operativer Zusammenhänge mit Material

Wenn der mathematische Zusammenhang nicht auf vertraute Operationen zurückzuführen war, versuchten die meisten Schulanfänger die für sie unbekannten operativen Beziehungen über Handlungen zu konstruieren - in der Regel mit den Fingern und bei weiterem Materialangebot, das die Grenzen des eingeschränkten Finger-Zahlenraumes besser überwinden ließ, mit Plättchen, Zählstäbchen, Muggelsteinen oder ähnlichem. Diese Konstruktionsbereitschaft lässt mit zunehmendem Schulalter scheinbar nach. Dritt- und Viertklässler, die inzwischen sicher über alle vier Rechenoperationen verfügten, suchten die Lösung fast ausschließlich mit Hilfe ihrer Rechenfähigkeiten. War dieses Wissen nicht lösungsfördernd, gaben sie die Lösungssuche häufig auf. Sie nutzten seltener eine heuristisch-probierende Lösungssuche als junge Grundschulkinder und verwendeten von sich aus kaum lösungsunterstützende Mittel, wenn es „der Kopf“ nicht schaffen konnte. Ein Vergleich des Lösungsverhaltens zwischen einer Viertklässlerin und einer Erstklässlerin, die beide zur leistungsstärkeren Schülergruppe gehörten, soll dies verdeutlichen.

Die Aufgabe „Max und Jan haben zusammen 10 Sammelbilder. Max hat 4 mehr als Jan. Wie viele hat Max, wie viele hat Jan?“ wurde ohne weitere Unterweisung durch die Interviewerin von der Erstklässlerin auf folgende Weise bearbeitet:

Zunächst nahm sie 4 einzelne Würfel. „Also 4 hat Max mehr, zusammen haben sie 10.“ Sie griff zu einem Zehnerstab. „Also 4 hat Max mehr, also 1, 2, 3, 4.“ Sie tippte dabei 4 Würfel auf dem Zehnerstab an und grenzte diese von den übrigen Würfeln ab. „Die hat schon der Max mehr.“ Sie schaute auf den Zehnerstab und wollte zunächst noch Würfel dazu nehmen, verwarf diesen Gedanken aber gleich wieder. („Zusammen haben sie 10.“) Sie betrachtete das restliche Stück des Zehnerstabes und zeigte immer jeweils links und rechts auf einen Würfel: „Das ist der erste und das ist der erste, das ist der zweite und das ist der zweite, …“ Sie überlegte kurz und sprach dabei ganz langsam: „Dann hat der Jan 3 und Max 7.“

Die Viertklässlerin, die die gleiche Problemstellung in einem etwas größeren Zahlenraum zu bearbeiten hatte (30 Legosteine, Differenz zwischen den beiden Mengen 6), reagierte auf folgende Weise:

„Mhm, das ist ja wohl `ne Knobelaufgabe. Da muss man sich ja ehrlich gesagt erst was ausdenken: 14 und 16. Nee, haut nicht hin.“ Sie überlegte: “Es muss aber trotzdem noch 30 ergeben?“ Die Interviewerin gab die Anregung: „Du könntest doch erst einmal mit den beiden Zahlen 14 und 16 beginnen? Hier liegen auch Zehnerbündel mit Stäbchen, insgesamt 30 Stück, du könntest auch damit probieren.“ Die Viertklässlerin nahm das Material zwar in die Hand, legte es dann aber wieder zur Seite und fuhr mit ihren Überlegungen fort: „Das geht ja nicht, wenn 6 mehr sein sollen. Aber es gibt ja keine andere Aufgabe, dass man auf die 30 kommt, höchstens mit ‚Mal'. Können wir die Aufgabe überspringen?"

Ein Fazit aus diesen Beobachtungen könnte sein, Grundschulkinder stärker dazu anzuregen, verschiedene Repräsentationsebenen in Abhängigkeit vom Niveau der Aufgabe und ihren eigenen Möglichkeiten zu nutzen. Durch das Zurückgreifen auf die handelnde Ebene können zum einen mathematische Zusammenhänge erhellt werden, zum anderen wird auch das Arbeitsgedächtnis entlastet, weil man sozusagen parallel zum Denken arbeiten kann.

Darstellen der Kopfrechenaktivitäten

Mit den sich entwickelnden Kopfrechenfähigkeiten fielen weitere Besonderheiten auf, die eine unterrichtliche Betrachtung von Textaufgaben berücksichtigen sollte. Das Kopfrechnen erfordert in den Klassenstufen 1 und 2 von den Lernenden noch eine hohe Konzentration auf einzelne Rechenschritte. Bei Textaufgaben wie den folgenden, die bei den Lösenden in der Regel sofort Kopfrechenaktivitäten auslösen, scheitern vor allem leistungsschwächere Kinder. Sie errechnen häufig ein Ergebnis, können aber aus den einzelnen Rechenschritten keine Rechenaufgabe, die bei Textaufgaben in der Regel von Anfang an verlangt wird, konstruieren.

Die 33 Kobolde des Waldes fürchten den Donner: Als das Gewitter kommt, verstecken sich 12 in einer Höhle, die anderen suchen Schutz unter einem großen Stein. Wie viele sind unter dem Stein? (Kl. 2)

Bei dieser Aufgabe rechnen viele Zweitklässler ausgehend von der 12 und nehmen schrittweise Zahlen dazu, bis sie die 33 erreichen. Die Kinder sollten darin bestärkt werden, genau diese Rechenaktivitäten zu notieren. So bleibt anfangs die Denk- und Rechenebene eng mit der Darstellungsebene verbunden.

Teilen fällt nicht immer leicht. Ich esse gern Schokolade. 26 Schokoladenriegel soll ich mit meiner Schwester teilen. Wie viele muss ich abgeben (wenn es gerecht sein soll)? (Kl. 2)

Die Zweitklässler nehmen auch hier oft eine additive Sicht ein und beginnen damit, die 26 gleichmäßig aufzubauen: 10 und 10 kann`s nicht sein, 11+11 ist 22, 12+12 ist 24, 13+13=26. Die Rechenaktivitäten des Kindes werden in der Regel im Unterricht nicht sichtbar, da nach dem Schema „Frage-Rechnung-Antwort" nur eine Rechenaufgabe verlangt wird. Beim Abbilden der Rechenhandlungen sollten auch Terme, unvollständige Aufgaben, formale Notierungsfehler zunächst toleriert werden, damit die Schülerinnen und Schüler lernen, die mathematisch-symbolische Ebene als Darstellungsinstrument zu nutzen (vgl. Rasch 2007).

Verbindung verschiedener Repräsentationsebenen

An verschiedenen Stellen der Untersuchung zeigte sich, dass es wichtig ist, die einzelnen Repräsentationsebenen für die Kinder sichtbar aufeinander zu beziehen. Ebenso sollten die Stärken und speziellen Anwendungsbereiche der Darstellungsmöglichkeiten für die Lernenden deutlich werden.

Das Hantieren mit Material kann immer dann nützlich sein, wenn die operativen Beziehungen, die in der Aufgabe stecken, für die Lösenden nicht sofort ersichtlich sind. Wie man das Material in diesen Fällen nutzen kann, muss erlernt werden, am besten von Schulanfang an, wo Grundschulkinder auf die enaktive Ebene noch angewiesen sind. So können Übungen zu Zuordnungen und zur Paarbildung gemacht werden. Kinder können im Zusammenhang mit einer entsprechenden Textaufgabe darin unterwiesen werden, wie man einen Unterschied mit Material bestimmen kann. Ebenso kann der Bezug zu additiven Beziehungen mit Material verdeutlicht werden, wenn es zum Beispiel um das Teilen oder Malnehmen geht, um nur einige Beispiele zu nennen. Diese Übungen zum Hantieren mit Material sollten in der Regel immer mit der mathematisch-symbolischen Stufe verbunden werden: Wie kann das, was gelegt wurde, durch Zahlen, Rechenaufgaben, Terme (später Gleichungen) dargestellt werden. Im Laufe der Grundschulzeit sollte deutlich werden, dass jedes Darstellungsmittel seine Grenzen hat und bspw. die skizzierende zeichnerische Ebene mitunter dem Hantieren mit Arbeitsmitteln überlegen ist oder dass die Rechenaufgaben oft am kürzesten und am genauesten die Lösungssituation abbilden können.

Literatur

Rasch, R. (2007): Fördern eines frühen Operationsverständnisses durch das Bearbeiten von Sachaufgaben in den Klassenstufen 1 und 2. In: Sache-Wort-Zahl, Heft 85, S. 42-47, Aulis.