

Ralf WAGNER, Engelbert NIEHAUS, Koblenz-Landau

## **Neuronale Netze und Förderung von mathematisch begabten Schüler(-inne)n in universitären Lehrveranstaltungen**

Förderung von hochbegabten Schülern verbindet das Denken in komplexen mathematischen Zusammenhängen mit fächerübergreifenden Aspekten. In dem Vortrag wird deutlich, dass mathematische Inhalte der Sekundarstufe II in die Behandlung der neuronalen Netze integriert werden können. Betrachtet wird die Förderung auf drei verschiedenen Ebenen: der Lehrerausbildung, der Förderung der Schülerinnen und Schüler und der konkreten unterrichtlichen Umsetzung. Komplexe mathematische und offene fächerübergreifende Problemstellungen wurden in die Lehrerbildung integriert, um den angehenden Lehrern die Leistungsdifferenzierung und das Potenzial der Schülerinnen und Schüler bei einer gemeinsamen mathematischen Problemlösung zu veranschaulichen. Die gemeinsame Problemlösung soll auf die notwendigen Differenzierungsmaßnahmen im späteren Unterrichtsalltag vorbereiten.

### **1. Mathematikdidaktische Konzeption der Lehrveranstaltung.**

Das im Rahmen von "WissenSchaf(f)t Zukunft" (Land RLP) und von der Deutschen Telekom Stiftung geförderte Projekt zielt auf die Einführung eines Förderprogrammes für Schülerinnen und Schüler mit besonderen Begabungen (siehe [3]) an der Universität Koblenz-Landau (Campus Landau) als Frühstudierende. Neben der originären Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen mathematischen Begabungen soll die Hochbegabtenförderung selbst zu einem integrativen Bestandteil der Lehrerausbildung entwickelt werden. Bevor didaktische Themen zu den individuellen Begabungen (z.B. Diagnostik und Förderung) mit Studierenden behandelt werden, ist es aus Gründen der Praxisorientierung sinnvoll, eine Vorstellung davon zu gewinnen, zu welchen außerordentlichen Leistungen Schülerinnen und Schüler in der Lage sind (siehe [6]). Durch eine Integration in die reguläre Lehramtsausbildung und das gemeinsame Problemlösen in Lehrveranstaltungen bleiben diese besonderen Begabungen kein abstrakter didaktischer Studieninhalt, sondern der tägliche Umgang mit Lernenden aus der Schule lässt die Bandbreite individueller Schülerleistungen sowie die Notwendigkeit der Diagnostik und Förderung deutlich werden (siehe [4]). Umgekehrt profitieren auch die teilnehmenden kleinen Schülergruppen davon, denn sie werden durch die angehenden Lehrerinnen und Lehrer bei den Problemlöseaufgaben im Kontext der Lehrveranstaltungen betreut.

## 2. Lehrplanbezug der Neuronalen Netze

Das Thema Neuronale Netze ist sowohl dazu geeignet, Inhalte des Lehrplanes Mathematik der Sekundarstufe I als auch II im Unterricht zu behandeln, als auch das Lernen selbst zum fächerübergreifenden Gegenstand des Unterrichts zu machen. Bezüglich der Sekundarstufe I stellt der Funktionsbegriff einen wichtigen Inhalt und eine Leitidee des Mathematikunterrichts dar (siehe [1] S. 5ff). Bestimmte Arten von Neuronalen Netzen können als Funktionen interpretiert werden, wobei Elemente des Definitionsbereiches als Eingaben verwendet werden und durch das jeweilige Netz eine dazugehörige Ausgabe im Wertebereich berechnet wird. Neuronale Netze sind in dieser Hinsicht besonders dazu geeignet, die Verkettung von Funktionen zu verdeutlichen. Ferner kann das zelluläre Aktivierungsverhalten durch eine so genannte Aktivierungsfunktion beschrieben werden (siehe [5] S. 33ff). In diesem Zusammenhang geht es um die Interpretation von Graphen (siehe [1] S. 99ff) einer Funktion von  $\mathbb{R}$  nach  $\mathbb{R}$  in einem fächerübergreifenden biologischen Kontext.

Durch die algebraische Auseinandersetzung und die Verwendung von Zellreferenzen in der Tabellenkalkulation können insgesamt unterschiedliche Berechnungen an künstlichen Neuronalen Netzen durchgeführt und über den funktionalen Zusammenhang die Verbindungsstruktur zwischen den einzelnen modellierten Zellen veranschaulicht werden. Dies leistet einen Beitrag zur Verdeutlichung der Leitidee "Funktion" in einem fächerübergreifenden biologischen Kontext. Ferner werden mit den Schülerinnen und Schülern die Vorteile und Grenzen dieser Programme bei entsprechenden komplexen Anwendungssituationen thematisiert.

In der Sekundarstufe II ist in der Analysis der Differenzierbarkeitsbegriff Gegenstand des Unterrichts (siehe [2], S.13ff). Bestimmte Neuronale Netze benötigen als Strukturelemente differenzierbare Funktionen, um verschiedene Optimierungsverfahren, wie beispielsweise das Gradientenabstiegsverfahren, anwenden zu können. Künstliche Neuronale Netze machen Fehler und der modellierte Lernprozess soll diesen Fehler schrittweise immer weiter verringern. Dieser wird durch nicht-negative Fehlerfunktionen beschrieben. An dieser Stelle besteht die Möglichkeit, eine Anwendung des Ableitungsbegriffes eindimensionaler Funktionen im Unterricht im Zusammenhang mit einer Fehlerminimierung von Soll- und Istausgaben eines einfachen Neuronalen Netzes zu behandeln. Dabei bietet es sich an, die jeweiligen Iterationsschritte des Optimierungsalgorithmus mit Hilfe einer Tabellenkalkulation berechnen zu lassen.

Die Netzwerkstruktur kann durch Matrizen aus der Linearen Algebra repräsentiert werden. Die Tabellenkalkulation verbindet die modellierte Netzwerkstruktur und die mathematische Darstellung als Matrix durch den interaktiven Umgang mit den Daten. Durch die Behandlung Neuronaler Netze wird die Problemlösefähigkeit (siehe [1], S. 3ff.) der Schülerinnen und Schüler gefördert, die in diesem Fall Lernziele im Bereich Modellierung mit Mathematik verfolgt (siehe [2], S. 17ff.) .

### **3 Fachliche Grundlagen und Behandlung des Themas in Lehrveranstaltungen**

In der Lehrveranstaltung sind u. a. Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe 10, die bisher keine Inhalte aus der Mathematik der Oberstufe im Unterricht behandelt hatten. Das Thema der Neuronalen Netze schafft die Möglichkeit den Bezug zur Schulmathematik und zu einem mehrdimensionalen Differenzierbarkeitsbegriff herzustellen. Die Grenzen der Schulmathematik werden in natürlicher Weise überschritten, da Zellbezüge in der Tabellenkalkulation in der Regel zu mehreren Zellen hergestellt werden und damit zwangsläufig mehrdimensionale Funktionen von  $\mathbb{R}^n$  nach  $\mathbb{R}$  betrachtet werden. Die Lehramtsstudierenden werden in den Problemlöseprozess integriert, indem die Studierenden die Schülerinnen und Schüler bei der verbalen Beschreibung von fächerübergreifenden Aspekten unterstützen und Hilfestellung bei der formalen mathematischen Beschreibung und der Umsetzung in die Tabellenkalkulation leisten. Die Schwierigkeiten in den Arbeitsgruppen mit den Schülerinnen und Schülern liegen in einem Bereich, der von den Studierenden verlangt, Tabellenkalkulation als mathematisches Modellierungswerkzeug zu begreifen. Da das Seminar zur Hypothesenbildung für eine empirische Studie verwendet wurde, ergibt sich aus der Auseinandersetzung mit diesem Thema die Frage, in welchem Maße die Studierenden in der Tabellenkalkulation die algebraischen Begriffe wie Variable, Term, Funktion erkennen und nutzen können. Diese fachlichen und didaktischen Kenntnisse benötigen die Studierenden u. a. auch dann, wenn sie die Tabellenkalkulation im Mathematikunterricht einsetzen, denn es geht im Mathematikunterricht nicht um eine Anwenderschulung in der Syntax der Tabellenkalkulation, sondern um die Auseinandersetzung mit fundamentalen Ideen aus der Mathematik (z.B. Funktionsbegriff). In diesem Punkt greifen die Lehrerausbildung und die konkrete Ausbildung im Kontext der Veranstaltung zur Schüleruniversität ineinander.

#### **4 Fazit**

Bei der Durchführung der Lehrveranstaltungen im Zusammenhang mit der Schüleruniversität wird sowohl aus fachlicher Hinsicht für die Schülerinnen und Schüler als auch aus didaktischer Sicht für die Studierenden (Lehramt) deutlich, dass dieses Konzept beiden Seiten einen Nutzen bringen kann, aber auch, dass bei der Konzeption auf einige Dinge geachtet werden sollte.

Als empirische Forschungsfrage ergibt sich bei der Behandlung des Themas „Neuronale Netze“, inwieweit durch die Problemlöseaufgaben das approximative Denken als wichtige mathematische Kompetenz gefördert werden kann. Dieser Bereich ist bereits in der Sekundarstufe I bei der Behandlung der reellen Zahlen und der Intervallschachtelung bei irrationalen Zahlen, aber auch in der Sekundarstufe II beim Konvergenzbegriff von Folgen und den daraus abgeleiteten Eigenschaften wie Stetigkeit und Differenzierbarkeit von großer Bedeutung. Die während der Lehrveranstaltung behandelten Themen gehen natürlich über die in der Schule betrachteten Zusammenhänge hinaus. Dabei stellt sich die Frage, wie sich die dort erworbenen fachdidaktischen Grundkompetenzen der Lehramtsstudierenden im späteren Berufsleben in geeigneten Differenzierungsmaßnahmen für Schülerinnen und Schüler niederschlagen.

#### **5 Literatur**

- [1] Rahmenlehrplan Mathematik (Klassenstufen 5 – 9/ 10), (2007), Ministerium für Bildung, Wissenschaft, Jugend und Kultur Rheinland-Pfalz
- [2] Lehrplan Mathematik Grund- und Leistungsfach, (1998), Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Weiterbildung Rheinland-Pfalz
- [3] Lernen macht intelligent. Warum Begabung gefördert werden muss, (2007), A. Neubauer, E. Stern, Dva München
- [4] Mathematisch besonders begabte Kinder als schulische Herausforderung, (2002), A. Peter-Koop, P. Sorger, Mildenerger Offenburg
- [5] Theorie der neuronalen Netze, (1996), R. Rojas, Springer-Verlag, Berlin
- [6] Erfahrungsbericht, (2000), Schülerin an der Universität Köln, [http://mi.uni-koeln.de/MathNet/mn\\_categories/pages/hb\\_unijournal.html](http://mi.uni-koeln.de/MathNet/mn_categories/pages/hb_unijournal.html)(URL geprüft am 01.03.2008)