

Annika M. WILLE, Universität Bremen

Einführung von Variablen in Klasse 7 mit erdachten Dialogen von Schülern und mit Holzrobotern

Abstrakt

Empirische Grundlage dieser Untersuchung waren von Schülerinnen und Schüler selbst erdachte Dialoge zwischen zwei fiktiven Lernenden. Die Dialoge wurden von Schülerinnen und Schülern der Jahrgangsstufe 7 innerhalb von Unterrichtsreihen zur Einführung von Variablen geschrieben. Hinter der Untersuchung stand die Frage, welche Aspekte des Variablenkonzeptes bei den Schülerinnen und Schülern vorkamen. In den Unterrichtseinheiten wurde ein algorithmischer Zugang zu Variablen durch eine einfache Programmiersprache gewählt, die ohne Computer mit Holzrobotern und Streichholzschachteln ausgeführt wurde.

Das Variablenkonzept

Das Variablenkonzept hat verschiedene Aspekte und ist für Schülerinnen und Schüler schwer zu begreifen (vgl. Schoenfeld & Arcavi, 1988). G. Malle (1993) unterscheidet den *Gegenstands-*, *Einsetzungs-* und *Kalkülaspekt*, bei denen eine Variable als Unbekannte, Platzhalter bzw. unbedeutendes Zeichen angesehen wird. Außerdem unterscheidet er den *Bereichs-* und den *Einzelaspekt* einer Variable. Beim Bereichsaspekt repräsentiert eine Variable einen Wertebereich, dabei spricht Malle vom *Simultanaspekt*, wenn sie gleichzeitig mehrere Elemente repräsentiert und vom *Veränderlichenaspekt*, wenn wie bei Funktionen der Wert der Variable wechselt. Beim Einzelaspekt repräsentiert eine Variable genau einen festen Wert.

Die Einführung von Variablen mit Hilfe von Programmiersprachen wurde auf vielfältige Weise erforscht. An der Universität Osnabrück entwickelten und untersuchten zum Beispiel E. Cohors-Fresenborg, I. Schwank und C. Kaune Registerkisten, Dynamische Labyrinth und Registermaschinen (vgl. Cohors-Fresenborg 1992, Schwank 1993). Auch andere Programmiersprachen wurden im Rahmen von Variableneinführung verwendet. Zu nennen seien hierbei die Programmiersprachen LOGO (vgl. Papert 1980) und BASIC (vgl. Tall & Thomas 1991).

Dialogisches Lernen im Mathematikunterricht

Die beiden Schweizer U. Ruf und P. Gallin ließen Schülerinnen und Schüler mit Hilfe von Kernideen und Reisetagebüchern mit dem

Lehrenden in einen Dialog treten (vgl. Gallin & Ruf 1998). Clarke, Waywood & Stephens (1993) unterschieden in Lerntagebüchern von Schülerinnen und Schülern der Klassen 7 bis 12 drei verschiedene Modi: *Recount*, eine Nacherzählung des Unterrichts, *Summary*, eine Zusammenfassung des mathematischen Unterrichtsinhalts und *Dialogue*, ein interner Dialog, den der Schreibende mit sich selbst führt.

Lernumgebung

Die Lernumgebung beruht auf einer einfachen Programmiersprache, mit der sich ein Roboter auf den Schnittpunkten eines Koordinatengitters bewegen kann. Die Programmiersprache ähnelt der Programmiersprache LOGO, unterscheidet sich jedoch unter anderem darin, dass Variablen in jedem Befehl vorkommen, mit dem sich der Roboter vorwärts bewegt.

Streichholzschachteln dienen hier als Variablenmodell. Die Schachteln sind mit einem Buchstaben beschriftet, und die Anzahl der Hölzer in der Schachtel gibt den Wert der Variable an. Die Programmierung und Ausführung eines Programms geschehen ohne digitale Medien. Stattdessen wird ein Holzroboter mit der Hand bewegt.

Es gibt genau sieben Befehle. Mit dem Befehl $n \leftarrow 3$ wird sichergestellt, dass sich in der Schachtel mit der Aufschrift „n“ drei Hölzer befinden. Mit dem Befehl vorwärts(n) geht der Roboter dann so viele Felder vorwärts, wie in der Schachtel „n“ liegen. Weitere Befehle lassen den Roboter 90° nach rechts oder nach links drehen, es gibt eine für-Schleife, Aufpunkt- und Richtungsvektoren. So kann der Roboter zum Beispiel Graphen von Funktionen auf den natürlichen Zahlen abfahren. Die Schülerinnen und Schüler mussten neben der Programmierung auch zwischen verschiedenen Darstellungen wechseln, zum Beispiel zwischen Tabellen, Gleichungen und Programmen.

Methode

In zwei Bremer Gymnasien, in einer sechsten und in zwei siebten Klassen, wurden im Jahr 2007 je dreiwöchige Unterrichtseinheiten zur Einführung von Variablen durchgeführt. Die Schülerinnen und Schüler schrieben selbst erdachte Dialoge als Hausaufgaben und als Stillarbeit. Ein typischer Aufgabentext war dieser: *„Zwei Schülerinnen oder Schüler lösen gemeinsam die Aufgabe der letzten Stunde. Einer oder einem von beiden fällt es leichter als dem/der anderen. Schreibe einen Dialog von mindestens einer Seite, in dem sich die beiden unterhalten.“*

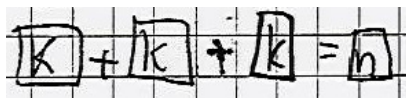
Im Gegensatz zum „Dialogue mode“ von Clarke, Waywood & Stephens (1993) handelte es sich hier um einen expliziten Dialog zwischen zwei

erdachten Protagonisten statt um einen internen Dialog des Schreibenden.

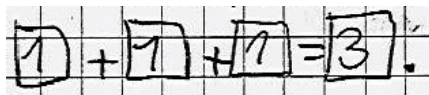
Ergebnisse

Alle Aspekte des Variablenkonzeptes nach Malle kamen in den erdachten Dialogen vor. Im Folgenden werden zu jedem Aspekt kurze Ausschnitte aus den erdachten Dialogen genannt:

- Gegenstandsaspekt: „Also ist k die Hälfte von n .“
- Kalkülaspekt: „Du weißt $n = 3 \cdot k$. Das heißt $n : 3 = k$.“
- Einsetzungsaspekt: „Ein Beispiel: Wenn das Schachteldiagramm

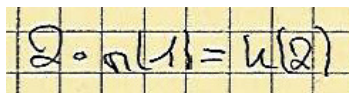

$$\boxed{k} + \boxed{k} + \boxed{k} = \boxed{n}$$

ist, dann setzt man für die K s jeweils eine 1 ein und für n eine drei, so wie das in der Tabelle steht. Das würde dann so aussehen:“


$$\boxed{1} + \boxed{1} + \boxed{1} = \boxed{3}$$

- Einzelaspekt: „Zuerst müssen wir die Schachtel a füllen z.B. mit 7 Millionen Streichhölzern. Ok?“
- Bereichsaspekt, Simultanaspekt: „Probiere es mal mit anderen Zahlen aus, so kannst du auch wirklich überprüfen, ob das nicht nur für diese Zahlen funktioniert.“
- Bereichsaspekt, Veränderlichenaspekt: „ a war 1. Jetzt ist a 2.“

Ein weiterer Aspekt wurde in den erdachten Dialogen als Verfeinerung der Variablenaspekte sichtbar. Er sei im Folgenden *Hüllen*aspekt genannt. Der Unterschied zum Platzhalter ist dabei, dass eine Hülle nach dem Einsetzen nicht verschwindet. Eine Schülerin schreibt z.B. in einem ihrer erdachten Dialoge zu der Gleichung $k + k = n$: „Dann müsste ja in k halb so viel wie in n sein.“ Eine andere Schülerin denkt sich eine eigene Schreibweise für eingesetzte Gleichungen aus, in der sowohl der Wert als auch die Variable sichtbar bleiben:


$$\boxed{2} \cdot \boxed{n(1)} = \boxed{n(2)}$$

Als weitere Beobachtung sei noch genannt, dass die Schülerinnen und Schüler Lernschwierigkeiten in ihren erdachten Dialogen thematisierten und in die Rolle von Schülern mit Lernschwierigkeiten schlüpften. Im folgenden Dialogausschnitt thematisiert ein Schüler die Schwierigkeit, von

Werten einer Tabelle auf eine Gleichung zu schließen:

„Schüler 1: (...) Und wie heißt dann der Term?“

Schüler 2: $k = 2 \times n$.

Schüler 1: Nein!

Schüler 2: Warum nicht? Bei n steht doch 2 und bei k 1?!

Schüler 1: Ja, aber er geht ja nicht $2 \times n$ vorwärts, sondern nur $1x$, dafür ist n aber größer als k , k geht er ja $2x$.“

Fazit

Die erdachten Dialoge haben sich bei der hier untersuchten Lernumgebung als hilfreiche Methode herausgestellt, um etwas darüber zu erfahren, wie sich Lernende eine Variable vorstellen. Die Lernumgebung erwies sich in der Weise als reichhaltig, dass alle Aspekte des Variablenkonzeptes von G. Malle bei den Dialogen zum Vorschein kamen. Schließlich wurde der Hüllenaspekt als zusätzliche Verfeinerung der Variablenaspekte sichtbar.

Literatur

- Clarke, D. J., Waywood, A., & Stephens, M. (1993). Probing the structure of mathematical writing. *Educational Studies in Mathematics*, 25(3), 235-250.
- Cohors-Fresenborg, E. (1992). Registermaschine as a mental model for understanding computer programming. *Osnabrücker Schriften zur Mathematik*, Heft 150.
- Gallin, P., & Ruf, U. (1998). *Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz*. Seelze: Kallmeyer.
- Malle, G. (1993). *Didaktische Probleme der elementaren Algebra*. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. New York: Basic Books.
- Schwank, I. (1993). Verschiedene Repräsentationen algorithmischer Begriffe und der Aufbau mentaler Modelle. *Osnabrücker Schriften zur Mathematik*, Heft 155.
- Schoenfeld, A. H., & Arcavi, A. (1988). On the meaning of variable. *Mathematics Teacher*, 81(6), 420-427.
- Tall, D., & Thomas, M. (1991). Encouraging versatile thinking in algebra using the computer. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 135-147.