

Andreas OBERSTEINER, München, Stefan UFER, München, Kristina REISS, München

Förderung des Aufbaus mentaler Zahlrepräsentationen im Grundschulalter

1. Theoretischer Rahmen

Arithmetische Kompetenz umfasst nicht nur das exakte Lösen von Rechenaufgaben, sondern auch das überschlägige Rechnen oder Abschätzen von Größen (KMK, 2004). Im mathematischen Anfangsunterricht werden dazu unterschiedliche Materialien verwendet, welche Anzahlen entweder exakt und strukturiert (z. B. Zwanzigerfeld), oder aber approximativ und analog (z. B. Rechenstrich) darstellen. Auch auf kognitiver Ebene werden getrennte Systeme zur Verarbeitung exakter und approximativer Zahlinformation angenommen (Feigenson et al., 2004): Aufbauend auf einem *Object-file System*, welches für das schnelle Erfassen kleiner Anzahlen zuständig ist, können größere Zahldarstellungen durch Bildung so genannter *Chunks* schnell erfasst werden, wenn sie strukturiert sind und die Struktur erkannt wird. Andererseits wird ein kognitives System für die Verarbeitung approximativer Zahlinformation postuliert: Im Triple-Code-Modell von Dehaene (1992) kommt dem *analogen, semantischen Modul* die größte Bedeutung zu; es ist für die Darstellung von Zahlgrößen in einem analogen Kontinuum und deshalb für das Abschätzen von Größen oder Rechenergebnissen zuständig.

Die Annahme der unterschiedlichen kognitiven Systeme gründet sich unter anderem auf experimentelle Effekte, die sich bei computergestützten Reaktionszeitexperimenten zeigten: Als Beleg für die Existenz eines Object-file Systems kann der Effekt des *Subitizing* beim *Erfassen von Punktmengen* angesehen werden: Die Reaktionszeiten bleiben bis zu einer Anzahl von etwa 4 Punkten auf niedrigem Niveau und steigen dann enorm an, wenn offenbar Zählvorgänge notwendig sind. Bei strukturierten Punktmengen können auch größere Anzahlen simultan wahrgenommen werden. Andererseits kann beim *Vergleich von Punktmengen* wie auch beim (*symbolischen*) *Zahlvergleich* der *Distanzeffekt* nachgewiesen werden: Je größer die numerische Distanz der Vergleichszahlen, desto geringer die Reaktionszeit. Zusammen mit dem *SNARC-Effekt*, dem Phänomen, dass auf größere Zahlen schneller mit der rechten Hand und auf kleinere Zahlen schneller mit der linken Hand reagiert wird, gilt der Distanzeffekt als Nachweis einer analogen mentalen Zahlrepräsentation, die strukturelle Ähnlichkeiten einem von links nach rechts orientierten Zahlenstrahl hat. Zur Relevanz der genannten kognitiven Systeme für arithmetische Kompetenzentwicklung gibt es empi-

rische Hinweise. De Smedt et al. (2009) zeigten etwa, dass die Fähigkeit des schnellen Zahlvergleichs zum Schulanfang nicht nur mit der Leistung im schriftlichen Mathematiktest korreliert war, sondern neben anderen kognitiven Fähigkeiten sogar prädiktiv für mathematische Leistung ein Jahr später war. Insbesondere galt dies nicht nur für die Reaktionszeiten, sondern auch für den Ausprägungsgrad des Distanzeffekts, gemessen an der Steigung der entsprechenden Regressionsgeraden (s.u.).

Während es zur spezifischen Wirkung der im Anfangsunterricht verwendeten Materialien bisher kaum empirische Befunde gibt, existieren deutliche Hinweise auf einen generellen Einfluss externaler Repräsentationen auf die von Lernenden entwickelten mentalen Repräsentationen (Stigler, 1984).

2. MenZa – Ein Projekt zur Förderung mentaler Zahlrepräsentationen

Das Projekt MenZa hat zum Ziel, die Wirksamkeit unterschiedlicher Zahldarstellungen empirisch zu untersuchen. Konkret geht es unter anderem um die Frage, (a) ob exakte und approximative Fähigkeiten der Zahlverarbeitung durch die Verwendung exakter oder aber approximativer Zahldarstellungen gezielt gefördert werden können, (b) ob sich diese Förderungen auf arithmetische Kompetenz auswirken und (c) inwiefern Fördereffekte von anderen kognitiven Fähigkeiten wie dem räumlichen Vorstellungsvermögen abhängen. Im Rahmen einer Interventionsstudie soll die Wirkung unterschiedlicher Zahldarstellungen auf die von Schülerinnen und Schülern entwickelten Zahlrepräsentationen und arithmetischen Fähigkeiten getestet werden.

Im experimentellen Design werden 120 Kinder zufällig einer der vier Bedingungen *exakte Zahldarstellung (vorhanden/nicht vorhanden)* bzw. *approximative Zahldarstellung (vorhanden/nicht vorhanden)* zugeteilt. Die Gruppe, in denen keine der beiden Darstellungen vorhanden ist, dient als Kontrollgruppe, die an Stelle einer mathematischen Förderung ein Sprachtraining erhält. Die Förderung soll mit Hilfe der Lernsoftware *The Number Race* implementiert werden, einem Programm, das auf Grundlage des Triple-Code-Modells zur Förderung rechenschwacher Kinder entwickelt worden ist (Wilson et al., 2006). Das Programm soll allerdings nicht in der vorliegenden Form verwendet werden, sondern es werden zwei neuartige Programmversionen erstellt, wobei in einer Version ausschließlich approximative und in der anderen ausschließlich exakte Zahldarstellungen bzw. Aufgabenstellungen verwendet werden. Zur Messung basaler numerischer Fähigkeiten, denen gemäß den theoretischen Annahmen (s.o.) unterschiedliche kognitive Systeme zu Grunde liegen, werden Computertests eingesetzt.

3. Erste Pilotierungsergebnisse der Messinstrumente

In einer Stichprobe von N=20 Erstklässlern wurden mit Hilfe computergestützter Tests die Fähigkeiten (d.h. Lösungsraten und Reaktionszeiten) der schnellen Zahlerfassung unstrukturierter (*Subitizing*) sowie strukturierter Punktmengen (*Quasi-simultanerfassen*), des (symbolischen) *Zahlvergleichs*, des *Punktmengenvergleichs*, sowie der *mentalen Rotation* erhoben. Auf einem Bildschirm erfolgte die Darstellung der jeweiligen Aufgaben (Punktmengen bzw. Zahlsymbole zwischen 1 und 9). Durch Tastendruck musste jeweils die Anzahl bestimmt oder die größere von zwei dargestellten Zahlen ausgewählt werden. Bei der mentalen Rotation musste entschieden werden, ob zwei gegeneinander verdrehte Fußabdrücke vom selben Fuß (rechts bzw. links) stammen oder nicht. Die Tests wurden in Kleingruppen mit je 5 Personen durchgeführt. Vor jedem Experiment erfolgte eine kurze gemeinsame Instruktion, danach bearbeitete jedes Kind an einem eigenen Laptop zwei bis vier Beispielitems, bevor das Experiment startete. Die notwendigen Tasten waren markiert. Reaktionszeiten und Lösungsraten wurden mit dem Programm E-Prime 2.0 erhoben. Zur Messung allgemeiner arithmetischer Fähigkeiten wurden Subskalen aus dem Hamburger Rechentest (Lorenz, 2007) für die Klasse 2 verwendet.

Die Reaktionszeiten beim Erfassen von Punktmengen zeigen einen deutlichen Effekt des Subitizing: Wie aus Abb. 1 ersichtlich, steigen die Reaktionszeiten erst ab 5 Punkten deutlich an. Allerdings sind für keine Punktzahl die Unterschiede zwischen strukturierten und unstrukturierten Darstellungen

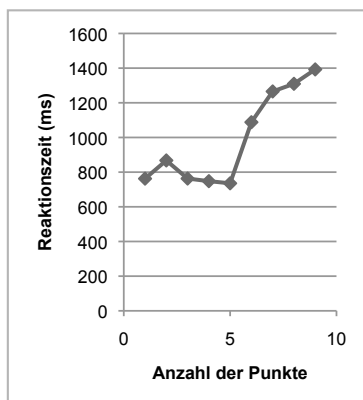


Abb. 1 Reaktionszeiten beim Erfassen von Punktmengen

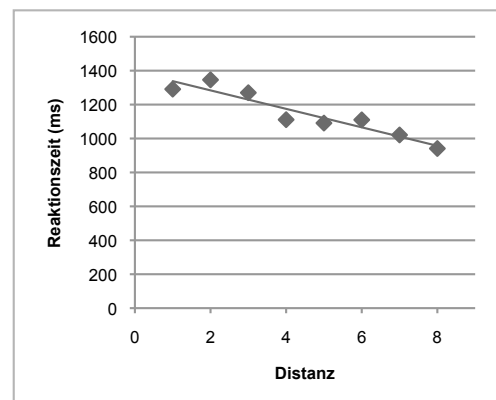


Abb. 2 Reaktionszeiten beim (symbolischen) Zahlvergleich

gen signifikant, was darauf hindeutet, dass die untersuchten Kinder (noch) nicht in der Lage sind, strukturierte Punktmengendarstellungen effektiv zu nutzen. Der Punktmengenvergleich wie auch der symbolische Zahlvergleich zeigen einen deutlichen Distanzeffekt. Aus Abb. 2 ist ersichtlich,

dass die Reaktionszeiten mit zunehmender numerischer Distanz zwischen den Vergleichszahlen sinken. Auf individueller Ebene kann die Steigung dieser Regressionsgeraden als Maß für die Stärke des Distanzeffekts angesehen werden (De Smedt et al., 2009). In der Hauptstudie soll entsprechend die Wirkung von Training auf diesen Ausprägungsgrad des Distanzeffekts untersucht werden.

Für den schriftlichen Test (Cronbach- $\alpha=0,79$) ergab sich eine mittlere Lösungsrate von 58,2%. Korrelationsanalysen zwischen schriftlichem Testergebnis und den Reaktionszeiten der einzelnen Skalen der Computerexperimente zeigten Korrelationswerte in der erwarteten Richtung (negative Werte), die aber mit Ausnahme der mentalen Rotationsfähigkeit nicht signifikant waren. Dies war auf Grund der kleinen Stichprobe allerdings auch nicht zu erwarten.

4. Zusammenfassung und Ausblick

Das zentrale Ergebnis dieser ersten Pilotierungsstudie ist, dass computergestützte Tests bereits im ersten Schuljahr effektiv eingesetzt werden können um basale numerische Fähigkeiten zu erheben. Im weiteren Verlauf des vorgestellten Projekts sollen die Testinstrumente und insbesondere die Interventionssoftware weiterentwickelt werden. Nach dem Training mit der Software werden Korrelationen zwischen Computertestergebnissen und arithmetischer Leistung erwartet und differentielle Fördereffekte untersucht.

Literatur

- De Smedt, B., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2009). The predictive value of numerical magnitude comparison for individual differences in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*, 469–479.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition, 44*, 1-42.
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences, 87*, 307-314.
- KMK: Kultusministerkonferenz (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. Neuwied: Luchterhand.
- Lorenz, J. H. (2007). *Hamburger Rechentest für Klasse 2*. Hamburg: Behörde für Bildung und Sport.
- Stigler, J. W. (1984). „Mental abacus“: The effect of abacus training on chinese children's mental calculation. *Cognitive Psychology, 16*, 145-176.
- Wilson, A. J., Dehaene, S., Pinel, P., Revkin, S. K., Cohen, L. & Cohen, D. (2006). Principles underlying the design of "The Number Race", an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions, 2*, 19.