

Daniela AßMUS, Braunschweig

## **Lösungsverhalten bei mathematischen Fragestellungen - Mathematisch begabte Zweitklässler und Kinder einer zwei- ten Grundschulklasse im Vergleich**

Ausgangspunkt für die hier dargestellten Beobachtungen war eine umfangreiche empirische Untersuchung zu Merkmalen mathematischer Begabungen bei Zweitklässlern (Aßmus, 2007; 2008), an der 182 potentiell mathematisch begabte Zweitklässler teilnahmen und u.a. speziell entwickelte Indikatoraufgaben bearbeiteten. Diese Aufgaben dienten gleichzeitig als Aufnahmetest für ein außerschulisches Förderprojekt an der Leuphana Universität Lüneburg, für das aus der Testgruppe 60 Kinder ausgewählt wurden. Die Teilnehmer des Förderprojektes kamen semesterbegleitend alle 14 Tage nachmittags an die Universität und setzten sich dort 75 Minuten lang mit herausfordernden mathematischen Aufgaben auseinander. Darüber hinaus wurden vergleichbare Förderstunden in einer zweiten Grundschulklasse mit 22 Kindern durchgeführt, die als Vergleichsklasse an den Untersuchungen teilgenommen hatte. Im Folgenden soll das Lösungsverhalten in den beiden Gruppen bei einigen in den Förderstunden bearbeiteten Aufgaben gegenübergestellt werden.

Der Vergleich der beiden Gruppen wurde mit folgenden Zielsetzungen vorgenommen: Zum einen sollten Gemeinsamkeiten und Unterschiede beobachtbarer mathematikspezifischer Fähigkeiten für eine weitere Spezifizierung der Merkmale potentiell mathematisch begabter Zweitklässler analysiert werden. Darüber hinaus war von Interesse, inwiefern sich die gewählten Vorgehensweisen bei der Bearbeitung von anspruchsvollen mathematischen Aufgaben in den beiden Gruppen unterschieden. Zum anderen sollten die Auswirkungen der Förderung beobachtet werden, um nachfolgend einschätzen zu können, ob Unterschiede in den Lösungsqualitäten bei den Indikatoraufgaben auf verschiedene Erfahrungen im Umgang mit ähnlichen bzw. mit unbekanntem Aufgaben zurückzuführen sind. Insbesondere war von Interesse, ob die Kinder der Grundschulklasse nach einiger Zeit ähnliche Leistungen wie die Kinder des Förderprojektes zeigen, die Leistungen der beiden Gruppen sich einander also annähern würden.

Es wurden nur solche Aufgaben eingesetzt, die mit den im zweiten Schuljahr bekannten mathematischen Operationen bearbeitbar waren und auch den Zahlenraum bis 100 nicht überstiegen. Zur Lösung der Aufgaben war es jedoch u. U. notwendig, Beziehungen zwischen verwendeten Zahlen oder Größen herzustellen, mathematische Strukturen zu erkennen, zu nutzen und zu übertragen, Gedankengänge umzukehren, mehrere Details

gleichzeitig zu beachten, Repräsentationswechsel vorzunehmen etc., wobei jeweils verschiedene Vorgehensweisen möglich waren. Einige Aufgaben waren in Einzelarbeit zu bearbeiten, in der Regel saßen die Kinder jedoch an Gruppentischen mit drei bis vier Plätzen, an denen sie die Sozialform frei wählen konnten. Pro Gruppentisch standen ein bis zwei Studierende als Ansprechpartner zur Verfügung, die gleichzeitig das Verhalten, Vorgehen und die Ergebnisse der einzelnen Kinder protokollierten. Die so entstandenen Protokolle sowie die schriftlichen Schülerlösungen dienten als Datenbasis für den Gruppenvergleich.

Nachfolgend wird beispielhaft eine Aufgabe vorgestellt. Für die Deutung der Ergebnisse ist zu beachten, dass diese aufgrund der geringen Datenbasis sowie aufgrund des nicht standardisierten Untersuchungsdesigns nicht verallgemeinerbar sind. Sie liefern jedoch exemplarisch Hinweise auf Unterschiede zwischen potentiell mathematisch begabten und „normal“ begabten Zweitklässlern, die in weiterführenden Studien zu überprüfen sind.

### 1. Aufgabenbeispiel „Zahlendreieck“

Gegeben war das folgende Zahlendreieck, das in Einzel- oder Gruppenarbeit bearbeitet werden konnte:

Reihe 1	1
Reihe 2	1 2 1
Reihe 3	1 2 3 2 1
Reihe 4	1 2 3 4 3 2 1

Einige ausgewählte Aufgabenstellungen:

- a) Schreibe die Zahlen der 5. Reihe auf.
- b) Wie viele Zahlen stehen in der 7. (15.) Reihe?
- c) In welcher Reihe stehen 39 Zahlen?

Acht Kinder der Grundschulklasse setzten das Zahlendreieck eigenständig korrekt fort, die anderen benötigten Hilfestellungen oder schrieben die fünfte Reihe von anderen Kindern ab. Bei den folgenden Teilaufgaben verringerte sich die Anzahl derjenigen, die in der Grundschulklasse ohne Hilfestellung ein Ergebnis ermitteln konnten. So fanden fünf Kinder selbstständig die Anzahl der Zahlen in der 7. Reihe und drei Kinder die in der 15. Reihe, alle anderen Kinder benötigten Hilfestellungen bzw. erarbeiteten die Lösung zusammen mit einem Studierenden. Aufgabe c) wurde von keinem Kind eigenständig gelöst. Im Gegensatz dazu waren die Kinder des Förderprojekts größtenteils in der Lage, die Teilaufgaben a) und b) eigenständig

korrekt zu bearbeiten. Viele nannten bereits beim Aufschreiben der 5. Reihe strukturelle Eigenschaften des Zahlendreiecks. Aufgabe c) bereitete auch im Förderprojekt vielen Kindern Schwierigkeiten, sodass sie zunächst falsche Ergebnisse bestimmten, es gelang jedoch 22 Kindern auf eigenem Weg eine korrekte Lösung anzugeben.

Auch bezüglich der gewählten Vorgehensweisen waren deutliche Unterschiede zwischen den beiden Gruppen festzustellen. Die Kinder der Grundschulklasse lösten die Aufgaben ausschließlich, indem sie die entsprechenden Reihen aufschrieben und dort die Zahlen abzählten. Hilfestellungen der Studierenden, die rechnerische Vorgehensweisen anbahnten, wurden nicht berücksichtigt. Im Gegensatz dazu war im Förderprojekt eine Vielzahl an unterschiedlichen Vorgehensweisen zu beobachten. Einige Kinder schrieben auch dort die Reihen auf, die meisten von ihnen wechselten jedoch mit zunehmendem Schreibaufwand zu rechnerischen Strategien. Knapp die Hälfte aller Kinder nutzten bei Aufgabe b) von vornherein strukturelle Eigenschaften, die eine rechnerische Bearbeitung ermöglichten. Beispielhaft genannt sei hier die Umdeutung der Anzahlen pro Reihe als Zahlenfolge der ungeraden Zahlen, die sich rekursiv aus der Anzahl der vorigen Reihe plus 2, sowie explizit über die Zuordnungsvorschrift „Reihenanzahl + Reihenanzahl – 1“ berechnen lässt. Aufgabe c) wurde von den meisten Kindern, die einen Lösungsansatz fanden, rechnerisch bearbeitet, die meisten Kinder kehrten eine vorher verwendete Vorgehensweise um.

## **2. Ergebnisse**

Aus der Auswertung aller eingesetzten Aufgaben lassen sich zusammenfassend folgende Unterschiede zwischen den beiden Gruppen festhalten:

Bei anspruchsvollen Textaufgaben hatten die Kinder der Grundschulklasse große Schwierigkeiten, in dem Text eine mathematische Struktur zu erkennen, die eine korrekte Bearbeitung ermöglichte. Dies trat besonders dann auf, wenn mehrere Operationen miteinander zu verknüpfen oder mehrere Bedingungen zu berücksichtigen waren bzw. zunächst Zusammenhänge zwischen den gegebenen Zahlen erkannt werden mussten. Die Kinder des Förderprojekts waren demgegenüber größtenteils in der Lage, eine sinnvolle mathematische Struktur zur Bearbeitung der Aufgabe zu erkennen und diese für die Lösungsfindung zu nutzen. Viele verwendeten dabei verkürzende Strategien, durch die die Anzahl der Rechenschritte verringert wurde.

Bei eher formal-mathematischen Aufgaben erkannten die Kinder der Grundschulklasse math. Strukturen hauptsächlich dann, wenn sie bildlichen Darstellungen (bspw. dem „Zahlendreieck“) entnommen werden konnten.

Genau passende Fragestellungen konnten diese Kinder dann durch Fortsetzen der Darstellungen beantworten. Den Kindern des Förderprojekts gelang darüber hinaus zu einem großen Teil ein Repräsentationswechsel auf die rechnerische Ebene und das Erkennen und Nutzen verkürzender Strukturen.

Aufgabenstellungen, in denen es zur Bearbeitung notwendig war, die Gedankengänge umzukehren, wurden von den Kindern der Grundschulklasse nicht gelöst. Den Kindern des Förderprojekts gelang es demgegenüber bereits häufig, umgekehrte Fragestellungen korrekt zu beantworten. Die meisten dieser Kinder nutzten - wenn möglich - bei vorigen Aufgabenteilen verkürzende Strukturen. Insgesamt war zu erkennen, dass die Kinder der Grundschulklasse wesentlich größerer Schwierigkeiten als die Kinder des Förderprojekts hatten, relationale Begriffe zu verstehen und anzuwenden, mehrere Bedingungen in einer Aufgabenstellung gleichzeitig zu berücksichtigen und auch bei unbekanntem Aufgabentypen eigenständig Lösungsansätze zu entwickeln.

In der Grundschulklasse wurden fast ausschließlich ausprobierende Vorgehensweisen verwendet, einige wenige Kinder setzten zusätzlich Tabellen ein. Auch im Förderprojekt gab es Kinder, die ausprobierend vorgehen, einige entdeckten während des Probierens mathematische Strukturen, die andere Vorgehensweisen ermöglichten und setzten mit diesen den Lösungsvorgang fort, wieder andere nutzten generell strukturierte Vorgehensweisen, setzten verkürzende Rechenstrategien ein und kehrten im Bedarfsfall diese Vorgehensweisen um. Auffällig war, dass fast alle Kinder die Aufgaben vollständig im Kopf bearbeiteten und schriftliche Aufzeichnungen vermieden.

Eine Verringerung der Leistungsunterschiede zwischen den beiden Gruppen war nicht zu beobachten.

## **Literatur**

- Aßmus, D. (2007): Merkmale und Besonderheiten mathematisch potentiell begabter Grundschüler – aktuelle Forschungsergebnisse. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim, Berlin: Franzbecker, S. 246 – 249
- Aßmus, D. (2008): Merkmale und Besonderheiten mathematisch potentiell begabter Zweitklässler – Ergebnisse einer empirischen Untersuchung. In: Fuchs, M. & F. Käpnick (Hrsg.): Mathematisch begabte Kinder – Eine Herausforderung für Schule und Wissenschaft. Berlin: LIT, S. 59 - 69