

Elke SÖBBEKE, Essen, Anke STEENPASS, Essen

Erste Orientierungen für eine Testentwicklung auf der Grundlage kindlicher Rahmungskonzepte bei der Deutung von Anschauungsmitteln

Anschauungsmittel können im Mathematikunterricht der Grundschule genutzt werden, um Kinder darin zu unterstützen, mathematische Strukturen und Beziehungen zu erkunden. Neben der Funktion des methodischen Rechenhilfsmittels, haben Anschauungsmittel dann ebenso die Funktion eines epistemologischen Werkzeugs (Steinbring 2005, Söbbeke 2005). Die Fähigkeit mathematische Darstellungen mit einem „Strukturblick“ als Erkundungswerkzeuge zu nutzen, entwickelt sich im Mathematikunterricht nicht spontan, sondern kann nur in einer speziellen Unterrichtskultur gemeinsam entwickelt werden. Wie erste Ergebnisse des laufenden Forschungsprojektes KORA¹ (vgl. Steenpaß 2010) zeigen, wird die Kompetenz Strukturen in ein Anschauungsmittel hineinzusehen – die visuelle Strukturierungsfähigkeit (vgl. Söbbeke 2005) – maßgeblich beeinflusst durch Faktoren, die mehr oder weniger bewusst im Mathematikunterricht oder in anderen Zusammenhängen mitgelernt werden.

Kindliche Rahmungskonzepte bei der Deutung von Anschauungsmitteln – Ein Beispiel zum Zahlenstrahl

Nachfolgende Interviewszene ist im Rahmen klinischer Interviews im Projekt KORA entstanden. Die Drittklässlerin Sonja wurde gebeten, zu einer Zahlenstrahldarstellung eine Aufgabe auszuwählen, die besonders gut passt (Aufgabenauswahl: vgl. Abb. 1, oben). Sonja entscheidet sich für die Aufgabe „12+7“. Diese Auswahl könnte die Interpretation nahe legen, dass Sonja den Bogen im Sinne eines Operatorpfeils als „+7“ deutet und den ersten Summanden „12“ am Bogenanfang sieht. Vor diesem Hintergrund hätte sie wesentliche, didaktisch intendierte Strukturen erkannt. Sonjas Bearbeitung zeigt jedoch (Sonjas Einzeichnung und Begründung: vgl. Abb. 1, un-

1+1+1+1+1+1+1	190-70	19-7
99-7	12+7	620+70



„Wir haben das ja auch in Mathe gelernt, dass die kleinen (Striche) immer Einer sind, die Mittleren Fünfer oder Zehner und die ganz Großen Hunderter.“

Abb. 1

¹ KORA „Eine epistemologische Kontext- und Rahmenanalyse zur Förderung der visuellen Strukturierungsfähigkeit“, gefördert durch das BMBF.

ten), dass sie die Zahlenstrahldarstellung überraschend anders deutet: Durch ihre Einzeichnung und Begründung im Verlaufe des Interviews wird deutlich, dass Sonjas Deutung von einer vielleicht unerwarteten „Rahmung“ (vgl. Krummheuer 1984) beeinflusst wird, die wir an dieser Stelle als „Rechenstäbe-Sicht“ bezeichnen möchten. Sie deutet die unterschiedlich langen Skalierungsstriche als diskrete, dingliche Einer-, Zehner- und Hunderterstäbe, die ähnlich wie Cuisenairstäbe zusammengerechnet werden müssen. So fasst sie einen mittellangen und zwei kleine Striche zu „Zwölf“ zusammen und die vier kleinen Striche links und die drei kleinen Striche rechts davon bündelt sie zu sieben. Auf diese Weise findet sie die geforderten Zahlen aus der Rechenaufgabe „12+7“ in der Darstellung wieder. Dieses Beispiel verdeutlicht eindrucksvoll, wie stark eine subjektive Rahmung die Deutung von Anschauungsmitteln beeinflussen kann. Soll in einer größeren Lerngruppe die Fähigkeit von Kindern, Anschauungsmittel strukturorientiert zu deuten erhoben und gefördert werden, ist es notwendig, diese Kenntnisse über kindliche Deutungsweisen aufzugreifen und auch für eine spätere Testkonzipierung zugrunde zu legen.

Deutung von Anschauungsmitteln: Bedingungen & Einflussfaktoren

Im Folgenden sollen die verschiedenen Bedingungen, die auf die Deutung von Anschauungsmitteln einwirken, genauer betrachtet und erläutert werden (vgl. Abb. 2).

Kontextsystem – Rahmung

Ein Anschauungsmittel, wie hier der unbeschriftete Zahlenstrahl, entspricht einem komplexen *Kontextsystem*, bestehend aus verschiedenen Kontextelementen, die nicht einzeln und isoliert nebeneinander stehen, sondern aufeinander bezogen werden. Die Kontextelemente (hier z.B. „Skalierungsstriche“, „erster langer Skalierungsstrich“, „unterschiedliche Länge der Skalierungsstriche“, „Abstände zwischen den Strichen“, „Bogen“) entsprechen dem, was aus der Sicht eines „Mathematikdidaktikers“, d.h. unter einer wissenschaftlich-didaktischen *Rahmung*, als wesentliche strukturierende Elemente erscheinen. Mit dieser *Rahmung* und dem Bewusstsein der Mehrdeutigkeit dieser Darstellung, könnte der erste lange Skalierungsstrich z.B. als „500“ gedeutet werden, der Strich am Bogenanfang würde dann „620“ repräsentieren und der Bogen selber „+70“. Genauso könnten flexibel andere Deutungen produziert werden, indem etwa die grundlegende Schrittgröße umgedeutet würde. Die spezielle *Rahmung* des Betrachters bedingt somit, *welche* Kontextelemente als wesentlich betrachtet werden und in die Deutung des Anschauungsmittels

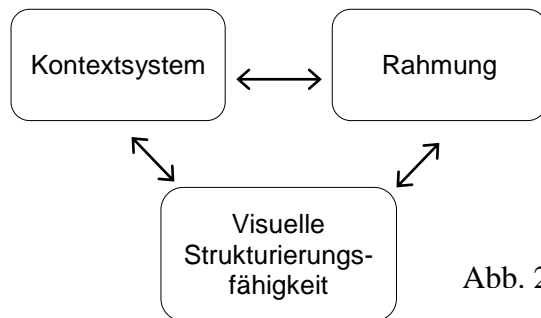


Abb. 2

tels einfließen. Durch Sonjas Rahmung sind beispielsweise der „*Bogen*“ sowie die „*Abstände zwischen den Strichen*“ nicht relevant und werden in keiner Weise in ihre Deutung einbezogen. An dieser Stelle wird die wechselseitige Beziehung dieser beider Bedingungen deutlich.

Ob und welche Kontextelemente eines Anschauungsmittels ein Kind also nutzt, muss unter der Bedingung der „*Rahmung*“ genauer untersucht werden (vgl. Goffman 1974, Krummheuer 1984). Mit Hilfe des obigen Beispiels von Sonja wird deutlich, dass die subjektiv eingenommene Rahmung (Sonjas „*Rechenstäbe-Sicht*“) gleichzeitig eine objektive Struktur der mathematisch symbolischen Kontextelemente festlegt (vgl. Indurkha 1994). Indem Sonja die Skalierungsstriche als Einer-, Zehner- und Hunderterstangen deutet, die zusammengerechnet werden müssen, kann eine Rechenaufgabe wie „*620+70*“ nicht als passend akzeptiert werden. Im Interview begründet sie konsequent: „...*da muss man ja sechs Hunderter, also sechs ganz lange Striche haben. So viele große lange Striche hat man ja gar nicht.*“ Diese Struktur könnte sich für Sonja nur dann ändern, wenn sie ihre Rahmung modulierte.

Visuelle Strukturierungsfähigkeit

Die Bedingung „*Visuelle Strukturierungsfähigkeit*“ modelliert und charakterisiert die Art und Weise *WIE* sich die zuvor beschriebene Beziehung zwischen Rahmung und Kontext darstellt. Durch empirische Fallstudien (vgl. Söbbeke 2005) konnte gezeigt werden, dass sich die Deutungen von Kindern durch vier verschiedene Kompetenz-Ebenen charakterisieren lassen, die eine Spanne aufzeigen von eher konkret dinglichen Deutungen auf der einen Seite und strukturorientiert relationalen Deutungen auf der anderen Seite. Sonjas Nutzung der Kontextelemente entspricht einer konkret dinglichen Deutung: Sie nutzt die einzelnen Striche im Sinne konkreter Objekte, die zusammengezählt werden müssen. Der spezifische Ort jedes Striches in dem Zahlenstrahl, der strukturelle Gesamtzusammenhang des Diagramms, in dem auch Beziehungen zwischen einzelnen Kontextelementen hergestellt werden könnten, werden hier nicht beachtet. Auch werden keine strukturellen Umdeutungen vorgenommen, da Sonjas festgelegte, konkret dingliche Sicht der einzelnen Striche, dieses nicht zulässt.

Erste Orientierungen für Interviewaufgaben

Die bisherigen Analysen in dem Forschungsprojekt KORA verdeutlichen, dass ein bisher durch uns entwickelter Test mit seinen Items nicht dieser Komplexität gerecht wird. Vor diesem Hintergrund werden in einem neuen Forschungsprojekt Interviews konzipiert, die diese Anforderung auf einer Micro-Ebene sehr fein und sorgsam untersuchen. Die abgebildete Matrix

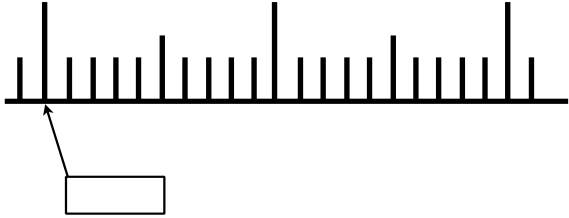
(Abb. 3) enthält solche Komponenten, die auf der Grundlage der bisherigen Forschungsarbeit als wesentlich für die Deutung des dargestellten Zahlenstrahldiagramms gelten. In klinischen Interviews sollen die Kinder zu diesen einzelnen Elementen und zum Zusammenhang des Kontextsystems befragt werden. Das nachfolgende (verkürzt dargestellte)

Kontextelemente	Visuelle Strukturierungsfähigkeit		
	Struktur	Beziehungen	Umdeutungen
Skalierungsstrich (S)			
Länge S			
1. langer S			
Bogen			
Abstände/Einheiten			

Abb. 3

Beispiel bezieht sich auf die Komponenten „Struktur“ und „1. langer Strich“. Im Interview werden Antwortmöglichkeiten angeboten, die Deutungen mit einem unterschiedlich starken Bezug zur Struktur des Diagramms widerspiegeln. Hierdurch kann zudem erhoben werden, ob das Kind das entsprechende Kontextelement (hier 1. langer Strich) auf das System bezogen deutet oder als isoliertes Einzelelement.

Welche Zahlen passen am besten zu dem Strich?



Wähle aus.

Abb. 4

Literatur

- Goffman, E. (1974): *Frame Analysis*. New York: Harper & Row.
- Indurkha, B. (1994): *Metaphor as change of representation*. In: Jaakoo, H. (Eds.): *Aspects of metaphor*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 95-150.
- Krummheuer, G. (1984): *Zur unterrichtlichen Dimension von Rahmungsprozessen*. JMD 5(4), 285-306.
- Söbbeke, E. (2005): *Zur visuellen Strukturierungsfähigkeit von Grundschulkindern – Epistemologische Grundlagen und empirische Fallstudien zu kindlichen Strukturierungsprozessen mathematischer Anschauungsmittel*. Hildesheim: Franzbecker.
- Steenpaß, A. (2010). *Grundschul Kinder deuten Anschauungsmaterialien: Ziele und Konzept des Forschungsprojektes KORA*. In: BzMU, 819-822.
- Steinbring, H. (2005): *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction – an Epistemological Perspective*. Mathematics Education Library (MELI). No.38. Berlin, Heidelberg: Springer.