

Daniela AßMUS, Halle an der Saale, Frank FÖRSTER, Braunschweig

ViStAD – Fähigkeiten im analogen Denken bei mathematisch begabten Grundschulkindern

Einleitung und Theorierahmen

In unserer Video-Studie zum Analogen Denken (ViStAD) führen wir seit November 2011 Videoaufnahmen mit strukturiertem Leitfadeninterview (lautes Denken) zu Analogieerkennung (AE) und Analogienutzung (AN) durch (z. Zt. 72 Videos mit SuS der Klassen 3 und 4 aus dem Begabtenprojekt der Mathematischen Lernwerkstatt Braunschweig). Die Probanden bearbeiten hierzu in Einzelarbeit (Laborsituation) eine Aufgabensequenz mit einer Quellaufgabe (QA) und zu dieser analogen Zielaufgabe (ZA). Obwohl die ZA auch unabhängig von der QA lösbar ist, ermöglicht ein Erkennen der Analogie (bzw. der analogieinduzierenden Relation) die Übertragung von Strukturen und Vorgehensweisen auf die ZA, insb. kann somit das Ergebnis ohne erneutes Rechnen transferiert werden (AN).

In diesem Artikel beschränken wir uns auf die Fragen:

- Wie wirken sich die in der Quellaufgabe gewählten Vorgehensweisen auf die Analogieerkennung aus?
- Welchen Einfluss hat die Gestaltung der Quellaufgabe auf die Analogieerkennung?

Für weitere im Vortrag angesprochene Aspekte und eine ausführlichere Darstellung des Theorierahmens und der bisherigen Ergebnisse der Studie verweisen wir auf Aßmus (2013) und Aßmus/Förster (2013).

Dreiecksaufgabe und Rechtecksaufgabe

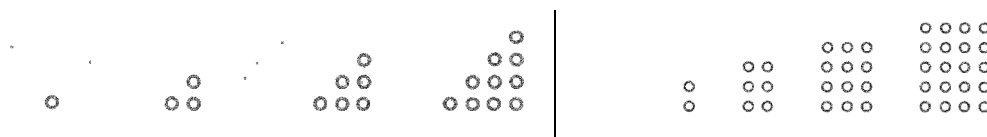


Abb. 1 Dreiecks- und Rechtecksaufgabe

Die QA fragte jeweils nach der Anzahl der Plättchen in der Figur, die 20 Plättchen in der unteren Reihe hat. Als ZA sollte die Summe der ersten 20 natürlichen bzw. der ersten 20 geraden Zahlen bestimmt werden.

Während die Analogie zwischen QA und ZA in der Dreiecksaufgabe von der Mehrheit der Kinder (12 von 15) eigenständig erkannt und von 9 Kindern auch zur Lösung der ZA genutzt wurde, war in der Rechtecksaufgabe bei keinem Kind eine eigenständige AE zu beobachten. Obwohl auf Grund der größeren Komplexität der Rechtecksaufgabe mit einem geringeren

Maße an eigenständiger AE zu rechnen war, überraschte doch, dass die Mehrheit der Kinder (5 von 9) auch nach der Aufgabenbearbeitung und auf wiederholte Nachfrage die Analogie nicht oder nicht vollständig erkannte.

Die Hauptursache für diese Unterschiede sehen wir darin, dass in der Dreiecksaufgabe die analogieinduzierende Relation der Aufgabe (Summe aufeinander folgender Zahlen) mit den für die Kinder naheliegenden Relationen übereinstimmt, während diese bei der Rechtecksaufgabe meist voneinander abweichen. So wird das Rechteck in der Regel nicht als Summe aufeinander folgender gerader Zahlen, sondern als Produkt benachbarter Zahlen strukturiert, wodurch die für die Analogie wesentlichen Ähnlichkeiten der beiden Aufgaben in den Hintergrund treten.

Variation der Rechtecksaufgabe

Zur Angleichung naheliegender und analogieinduzierender Relationen wurde die QA der Rechtecksaufgabe so umstrukturiert, dass die Summe der geraden Zahlen im Aufbau der einzelnen Figuren deutlich sichtbar wurde (s. Abb. 2).



Paul legt aus Plättchen Figuren. Nach einer festen Regel werden die Figuren immer größer.
Wie viele Plättchen enthält die 20. Figur?

Abb. 2 Variation der Rechtecksaufgabe

Mit dem Einsatz der QA in dieser Form war die Hoffnung verbunden, dass die AE nicht bereits vor Bearbeitung der ZA aufgrund von hierzu ungünstigen, jedoch durch die QA naheliegenden Relationen verhindert wird.

Die Auswertungen der Interviews zeigten, dass alle Probanden (2 Drittklässler, 9 Viertklässler) bei der Bearbeitung der QA in irgendeiner Form auf die Addition gerader Zahlen zurückgriffen. Damit verbunden war jedoch gegenüber der Rechtecksaufgabe eine nur geringe Zunahme eigenständiger AEn. So äußerten sich nur zwei Kinder (ein Dritt- und ein Viertklässler) ohne weitere Nachfragen zur Analogie der Aufgaben. Die AE fand bei diesen beiden Kindern vor bzw. bei Bearbeitung der ZA statt und führte zu einem Transfer des Quellaufgabenergebnisses auf die ZA. Beide Kinder zeigten somit nicht nur eine AE sondern auch eine AN. Alle anderen Probanden bearbeiteten zunächst beide Aufgaben, ohne dass eine AE geäußert oder anderweitig im Handeln sichtbar wurde. Erst über gezielte Nachfragen zu Ähnlichkeiten zwischen den Aufgaben wurden für die Analogie relevante Entsprechungen verbalisiert.

Da in allen Bearbeitungen der QA die Verwendung der analogieinduzierenden Relation sichtbar wurde, muss die geringe Anzahl an eigenständigen

gen AEn auf andere Gründe zurückzuführen sein. Zur Ursachenanalyse wurden zunächst die in Abb. 3 dargestellten Sichtweisen auf die Quellaufgabe unterschieden.

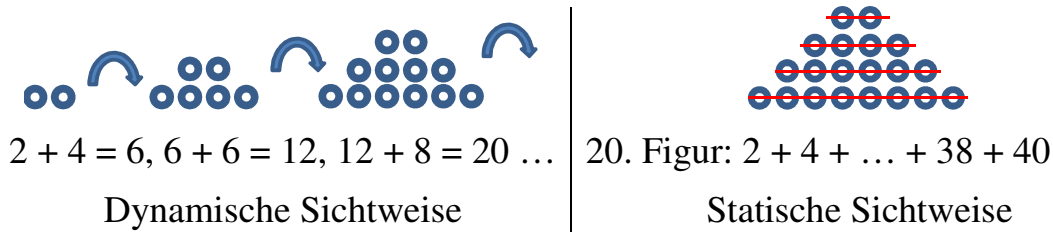


Abb. 3 Sichtweisen zur Strukturierung der Quellaufgabe

Während in der dynamischen Sichtweise die Summanden der Summe der geraden Zahlen als Zuwächse von Figur zu Figur dargestellt werden (eine Ausnahme bildet die 2 zu Beginn) und so rekursiv die Anzahlen der einzelnen Figuren schrittweise durch Addition der jeweils folgenden geraden Zahl berechnet werden, wird in der statischen Sichtweise die 20. Figur direkt betrachtet und es kann durch Erkennen des strukturellen Aufbaus der Figur unmittelbar auf die vollständige Summe geschlossen werden. Notiert werden bei der dynamischen Sichtweise in der Regel die errechneten Plättchenanzahlen pro Figur (teilweise auch mit den zugehörigen Rechnungen), in der statischen Sichtweise vorwiegend die 20 Summanden, die dann im Kopf, halbschriftlich oder schriftlich addiert werden. Aus den analysierten Interviews lässt sich als weitere Sichtweise eine Mischform generieren: Ähnlich der dynamischen Sichtweise werden die Anzahlen der hinzukommenden Plättchen betrachtet, diese werden jedoch nicht zur Berechnung der Plättchenanzahlen der nachfolgenden Figur eingesetzt, sondern für sich genommen addiert, sodass auch in dieser Vorgehensweise ähnlich der statischen die Summe der 20 ersten geraden Zahlen als Ganzes verwendet wird (s. Abb. 4).

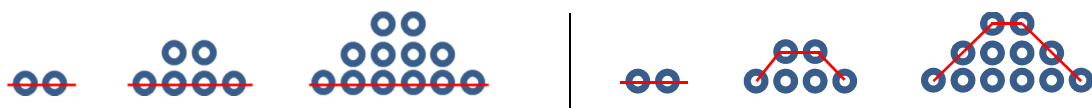


Abb. 4 Mischform: hinzukommende Plättchen werden unten/oben ergänzt

Sowohl aus theoretischer als auch aus empirischer Sicht ermöglicht die statische Sichtweise oder die Mischform eher eine AE als die dynamische Sichtweise. So verwendeten beide Kinder, die eine AN zeigten, eine statische Sichtweise. Weitere Beispiele verdeutlichen aber, dass die statische Sichtweise keine hinreichende Bedingung für eine AE darstellt. Weiterhin interpretieren wir die auf Nachfrage erfolgten AEn bei dynamischer Sichtweise so, dass die statische Sichtweise vermutlich nicht notwendig für eine AE ist, aber die selbständige AE und AN deutlich unterstützt.

Darüber hinaus haben wir weitere Einflussfaktoren auf die AE und AN festgestellt, die (hier nicht weiter kommentiert) in Abb. 5 dargestellt sind.

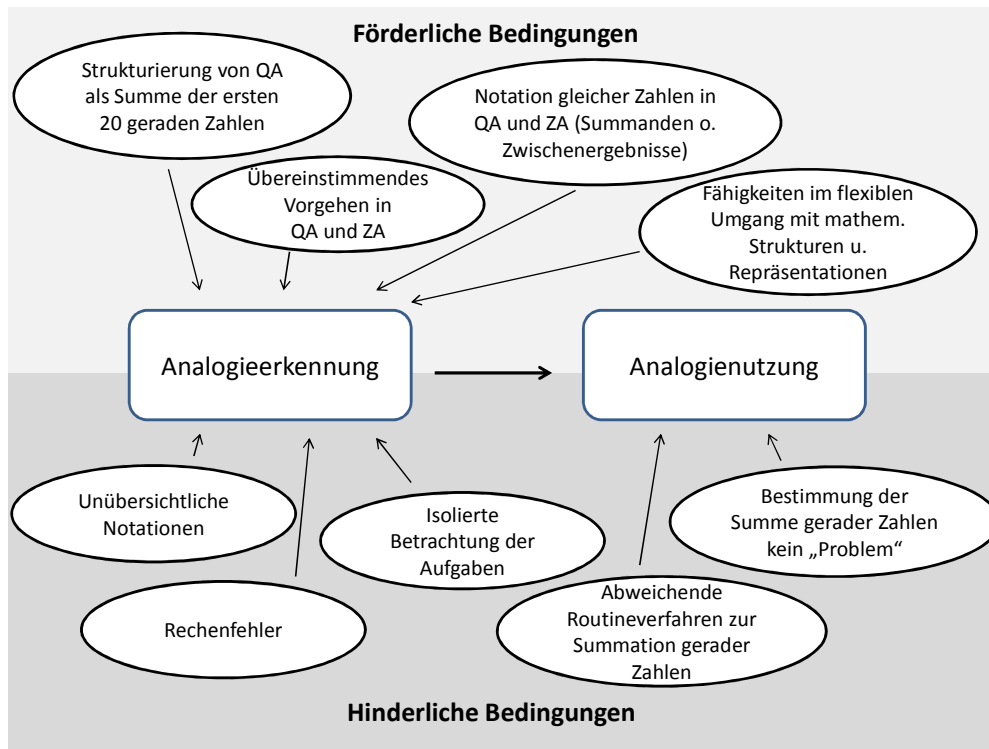


Abb. 5 Einflussfaktoren auf die AE bei der Variation der Rechtecksaufgabe

Fazit und Ausblick

Ähnlich wie bei der Dreiecksaufgabe zeigten sich auch bei der Variation der Rechtecksaufgabe Abhängigkeiten der AE von den gewählten Vorgehensweisen bzw. Strukturierungen der QA. Die AE ist zudem dahingehend abhängig von der Aufgabenstellung, dass die analogieinduzierenden Relationen mit den für die Probanden naheliegenden Relationen übereinstimmen sollten. Es zeigte sich aber auch, dass die AE deutlich von weiteren Faktoren beeinflusst wird, bei denen noch unklar ist, wie weit diese aufgabenspezifisch oder aufgabenübergreifend zu sehen sind. Deswegen sind weitere Untersuchungen mit Variationen der QA zur Rechtecksaufgabe und der Einsatz weiterer Problemsequenzen sowie von „Störaufgaben“ geplant.

Literatur

- Aßmus, D. (2013): Fähigkeiten im analogen Denken bei mathematisch begabten Grundschulkindern – Begriffsklärung und Überblick zu empirischen Studien. In: *mathematica didactica*, 36, 28-44
- Aßmus, D.; Förster, F. (2013): ViStAD – Erste Ergebnisse einer Videostudie zum analogen Denken bei mathematisch begabten Grundschulkindern. In: *mathematica didactica*, 36, 45-65