

Rolf BIEHLER, Daniel FRISCHEMEIER, Susanne PODWORNY, Paderborn

## **TinkerPlots 2.0 – von realen Handlungen über Computersimulationen zum stochastischen Denken**

Im folgenden Artikel werden unterschiedliche Einsatzmöglichkeiten der Datenanalyse- und Simulationssoftware TinkerPlots spiralförmig von der Primarstufe bis zum Ende der Sekundarstufe I exemplarisch vorgestellt.

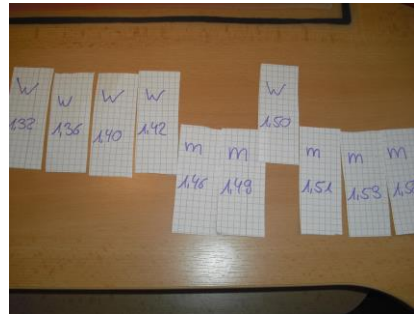
### **1. Die Software TinkerPlots**

Die Software TinkerPlots (Konold & Miller, 2011) ist eine in den USA entwickelte Software zur explorativen Datenanalyse und stochastischen Simulation und für den Einsatz in den Klassen 4-8 vorgesehen. Das besondere an der Software im Bereich der Datenanalyse ist das Verwalten der Daten anhand von Datenkarten und das Erstellen entsprechender Graphiken mithilfe von drei Grundoperationen „Stapeln“, „Trennen“ und „Ordnen“. Im Gegensatz zu anderer Software gibt es keine vorgefertigten Graphiken, die mittels eines einzigen Klicks erzeugt werden können. Jegliche Graphik muss mit den Grundoperationen und mit weiteren Werkzeugen erstellt werden. Eine ausführliche Beschreibung zum Datenanalysepotential der Software findet sich in Biehler (2007a), Biehler (2007b) und Biehler et al. (2013). Die stochastische Simulationskomponente der Software kommt mit einer graphischen Zufallsmaschine daher, die zufällige Vorgänge, wie das Ziehen von Kugeln aus einer Urne oder das Drehen eines Kreisel, veranschaulicht. Seit Ende des Jahres 2012 liegt nun auch eine deutsche Version der Software vor, die von uns erstellt wurde und bereits in diversen universitären Veranstaltungen an der Universität Paderborn zum Einsatz gekommen ist. Zunächst blicken wir auf Einsatzmöglichkeiten in der Primarstufe.

### **2. Anfänge in der Primarstufe**

Die Leitidee „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ (Hasemann & Mirwald, 2012) sieht für den Mathematikunterricht der Primarstufe vor, dass Schülerinnen und Schüler lernen „...wie man die so erfassten Daten für andere Personen übersichtlich in Tabellen und Diagrammen darstellt“ sowie „...dass es hilfreich oder sogar notwendig sein kann, die Daten noch weiter zu bearbeiten und ihren Informationswert zu erhöhen“. Schon früh - beispielsweise in der 4. Klasse einer Grundschule - kann der Einsatz adäquater Software sinnvoll sein: Zum einen um die Datenerhebung (Datensammeln und Erheben), zum anderen um den Prozess der Datenanalyse (Arbeiten mit größeren Datenmengen und das „Drehen und Wenden“ der Daten nach selbstgewählten Fragen) zu unterstützen. Generell bieten sich

zwei Zugänge für die Datenanalyse in der Primarstufe an, an denen man weiteren Softwareeinsatz anschließen kann. Mithilfe von „Lebendiger Statistik“ (vgl. Curcio, 2001) können sich die Schülerinnen und Schüler als Merkmalsträger selbst erfahren und somit erste Sortierungs- und Ordnungsprozesse in der Welt der Daten erleben. Weitergehend können sie durch Ordnen auch ein erstes Gefühl für die Mitte einer Verteilung (Median) erwerben. Auf einer weiteren Ebene kann sich dann das Arbeiten mit Datenkarten anschließen. Hier können die Schülerinnen und Schüler Merkmale (Fantasiename, Geschlecht, Körpergröße) mit Ausprägungen auf jeweils einen Zettel schreiben und wie in der nebenstehenden Abbildung zu sehen ist, sortieren und ordnen. Dieses ermöglicht eine Vorstufe der multivariaten Datenanalyse bereits in der Primarstufe. Die Software TinkerPlots, die ihre Datensätze in Form von Datenkartenstapel verwaltet und Auswertungen mithilfe der - auch für die Auswertung der Datenkarten passenden - Operationen „Stapeln“, „Trennen“ und „Ordnen“ ermöglicht, kann hier an die realen Handlungen (Sortiervorgänge im Rahmen der „lebendigen Statistik“ und Arbeiten mit Datenkarten) anknüpfen und gehaltvollere Auswertungen (mit mehr Daten und mehr Merkmalen) erleichtern. Wir empfehlen für den Einsatz der Software in der Primarstufe Vor- und Simultanarbeit zu leisten, d.h. vor dem Einsatz der Software und simultan beim Einsatz der Software mit Datenkarten zu arbeiten.



### 3. Einsatz von TinkerPlots in der Sekundarstufe

Neben dem Erstellen von „eigenen“ Graphiken und konventionellen Graphiken (wie Säulendiagramm, Kreisdiagramm, Histogramm, Boxplot) stehen in der Leitidee „Daten“ in der Sekundarstufe I vor allem Vergleiche zweier Verteilungen eines quantitativen Merkmals im Vordergrund (ausgeführt z. B. in Biehler, 2007b).

Der Einsatz von TinkerPlots zur Simulation, welche erst mit der Version 2.0 möglich ist, wird im Folgenden am Beispiel der Aufgabe „Doppelwurf“ gezeigt.

„Jemand bietet Dir ein Würfelspiel an. Dazu sollen zwei Würfel gleichzeitig geworfen und die Augensumme gezählt werden. Du darfst Dir vorher aussuchen, ob Du mit den Augensummen 5, 6, 7, 8 (Ereignis A) oder mit allen übrigen Augensummen (Ereignis B) gewinnen möchtest. Begründe, ob Du eine der beiden Gewinnmöglichkeiten bevorzugen würdest.“ (Müller, 2005)

Der doppelte Würfelwurf wird in der Zufallsmaschine wie in der Abbildung zu sehen, modelliert:



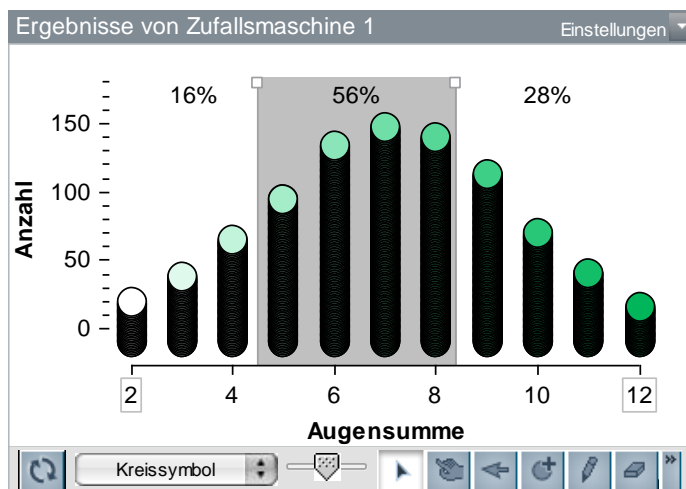
In eine Box werden 6 Kugeln gelegt, von 1 bis 6 beschriftet und aus dieser Box wird zweimal mit Zurücklegen gezogen (Anzahl Ziehungen). Dieses zweistufige Zufallsexperiment wird 1000 Mal wiederholt (Anzahl Durchgänge), um eine möglichst gute Schätzung der Wahrscheinlichkeiten zu erhalten.

Die Zufallsgröße „Augensumme“ wird über eine vordefinierte Formel in der Tabelle berechnet.

Ergebnisse von Zufallsmaschine 1					
	Gesamt	Wurf1	Wurf2	Augensumme	<n
994	4;3	4	3	7	
995	3;1	3	1	4	
996	3;5	3	5	8	
997	5;2	5	2	7	
998	3;6	3	6	9	
999	5;3	5	3	8	
1000	6;2	6	2	8	

Dargestellt ist in der ersten Spalte „Gesamt“ die Kombination beider Ziehungen, anschließend gibt es für jede Ziehung ein eigenes Merkmal („Wurf1“ und „Wurf2“). In der letzten Spalte „Augensumme“ wird die Summe der Elemente in

„Gesamt“ gebildet. Diese Spalte kann durch einfaches Auswählen in einem Menü erzeugt werden. Hier ist die Augensumme die interessierende Größe, gebildet als die Summe der zwei Würfelwürfe. Die Verteilung des Merkmals „Augensumme“ wird im letzten Schritt in einem Graph ausgewertet.



Dargestellt ist die Verteilung der Augensumme von zwei Würfelwürfen bei 1000 Durchgängen. Mit Hilfe des Werkzeugs „Einteiler“ ist das Ereignis A (Augensumme 5, 6, 7 und 8) gekennzeichnet und die Prozentzahl dafür eingeblendet.

Bei 1000 doppelten Würfelwürfen tritt das Ereignis A „Die Augensumme 5, 6, 7 oder 8 kommt vor“ in ca. 56 % der Fälle auf.

Das Ereignis A hat also eine höhere Wahrscheinlichkeit (>50 %) als das Ereignis B und sollte deshalb bevorzugt werden.

Ähnlich wie beim Arbeiten mit Datenkarten sollte auch bei Simulationen eine „händische“ Durchführung der Experimente vorangestellt werden, um Schülerinnen und Schülern eine Erfahrung auf verschiedenen Ebenen anzubieten. Später lassen sich weitere Aufgaben simulieren, die nicht der sogenannten „Würfelbudenmathematik“ entstammen (siehe z. B. Garfield et al., 2012).

#### **4. Fazit & Ausblick**

Eine Erprobung verschiedener Unterrichtsmaterialien rund um den Einsatz der Software TinkerPlots in deutschen Grund- und Sekundarschulen ist für die nächsten Monate vorgesehen.

#### **Literatur**

- Biehler, R. (2007a). Arbeitsumgebungen zur Entwicklung von Datenkompetenz ab Klasse 1 - Das Potential der Software TinkerPlots. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Hildesheim: Franzbecker.
- Biehler, R. (2007b). TINKERPLOTS: Eine Software zur Förderung der Datenkompetenz in Primar- und früher Sekundarstufe. *Stochastik in der Schule*, 27 (3). S. 34-42.
- Biehler, R., Ben-Zvi, D., Bakker, A. & Makar, K. (2013). Technology for Enhancing Statistical Reasoning at the School Level. In: K. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. Leung (Hrsg.). *Third International Handbook of Mathematics Education* (S. 643-689). New York: Springer 2013.
- Curcio, F.R. (2001). *Developing Data-Graph Comprehension in Grades K-8*. 2. Auflage, Reston, VA: NCTM.
- Garfield, J., delMas, R., & Zieffler, A. (2012). Developing statistical modelers and thinkers in an introductory, tertiary-level statistics course. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 44 (7), 883-898.
- Hasemann, K. & Mirwald, E. (2012). Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit. In: G. Walther, M. van den Heuvel-Panhuizen, D. Granzer, O. Köller (Hrsg.) *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret* (S. 141-161) Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.
- Müller, J.H. (2005). Die Wahrscheinlichkeit von Augensummen – Stochastische Vorstellungen und stochastische Modellbildung. In: *Praxis der Mathematik in der Schule*, Heft 3 (47). S. 17 – 22.
- TinkerPlots 2.0. Konold, C; Miller, C. (2011). Emeryville, CA: Key Curriculum Press, deutsche Adaption (unveröffentlicht) Biehler, R.; Frischmeier, D.; Podworny, S. (<http://lama.uni-paderborn.de/personen/rolf-biehler/projekte/tinkerplots.html>)