

Angela HERRMANN, Essen, Christoph ABLEITINGER, Wien

Was macht eine „gute“ Musterlösung aus?

Im durch die *Deutsche Telekom Stiftung* geförderten Projekt *Mathematik besser verstehen* an der Universität Duisburg-Essen entwickelte sich im Laufe des ersten Projektjahres (2009/10) die Aktivität „ausführliche Musterlösungen“ heraus. Wie es zu dieser Maßnahme kam und welche Entwicklungen sie durchlaufen hat, wollen wir im folgenden Artikel darstellen. Wir werden diese Projektaktivität in einen *lerntheoretischen Kontext* einbetten und daraus *Gütekriterien* für gute Musterlösungen ableiten.

1. Musterlösungen im Projekt „Mathematik besser verstehen“

In der universitären Lehre spielen Musterlösungen vor allem in den Anfangssemestern eine wichtige Rolle. Während sich Musterlösungen unter den Studierenden großer Beliebtheit erfreuen, vertreten Dozentinnen und Dozenten häufig geteilte Meinungen. Manche unter ihnen stellen zu allen Aufgaben Lösungen zur Verfügung, um den Studierenden die Möglichkeit zur Kontrolle der eigenen Bearbeitung zu geben und ein belastbares Vorbild für spätere Aufgabenbearbeitungen hinsichtlich der äußeren Form, der Strukturierung und des erwarteten Argumentationsniveaus zu liefern. Andere Dozentinnen und Dozenten stellen gar keine Lösungen bereit. Sie vertreten die Ansicht, wonach Musterlösungen eher dazu führten, dass sich die Studierenden nicht mehr selbst intensiv mit dem Aufgabenlösen beschäftigten. Beide Positionen haben – das lehrt die Erfahrung – in gewisser Weise ihre Berechtigung.

Herkömmliche Musterlösungen, sofern sie den Studierenden überhaupt zugänglich sind, werden häufig zugeschnitten für die Übungsgruppenleiter (zur Präsentation in den Gruppen) und die Korrekturen (der Hausaufgaben) verfasst und daher nicht speziell den Bedürfnissen der Studierenden angepasst. Dadurch sind diese Musterlösungen meist sehr prägnant formuliert und enthalten nur die wichtigsten Schritte der Aufgabenlösung, ohne zusätzliche Erläuterungen und Begründungen zu liefern. Es gelingt den Studierenden nur selten, daraus selbständig die Kernideen der Aufgabenlösung zu erarbeiten. Das mögliche Potenzial von Musterlösungen für den Lernprozess und das spätere eigenständige Bearbeiten ähnlicher Probleme wird auf diese Weise sicher nicht voll ausgeschöpft.

Die Beobachtungen, die wir als Projektmitarbeiter in Übungen und im Lern- und Diskussionszentrum der Fakultät machen konnten, bestätigen dies. Die wohl häufigsten Fragen, die man von Studierenden im Zusammenhang mit dem Nachvollziehen von Musterlösungen hört, sind „Wie

kommt man darauf?“ und „Warum macht man das eigentlich gerade so?“. Dies führte im Projekt schließlich zur Bereitstellung von *Anleitungen zu Musterlösungen*, in denen wir die Kernideen der Lösungen herausstellten, zusätzliche Erläuterungen und Begründungen wichtiger Schritte lieferten und nicht zuletzt auf einer Metaebene über den Sinn und das Ziel der entsprechenden Aufgaben reflektierten. Es sollte so ein belastbares Vorbild für die eigene Aufgabenbearbeitung der Studierenden entstehen (Vermittlung einer korrekten Lösung *und* einer reflektierten und effizienten Herangehensweise). Die Projektaktivität hat sich schließlich dahingehend weiterentwickelt, dass die Anleitungen zu prägnanten Musterlösungen sogenannten *ausführlichen Musterlösungen* gewichen sind, die sowohl die Lösung wie auch die Begleitüberlegungen enthielten. Da solche ausführlichen Musterlösungen in der Regel drei- bis viermal so lang waren wie die prägnanten Lösungen und das Schreiben sehr zeitaufwendig war, wurden sie nur für *eine* ausgewählte Aufgabe pro Übungsblatt verfasst. Dabei wurde zunächst eher intuitiv vorgegangen, d. h. ohne intensiver darüber nachzudenken, was vernünftige Gütekriterien für ausführliche Musterlösungen sein könnten.

Durch eine Auseinandersetzung mit lerntheoretischen Grundlagen wurde die Projektaktivität durch Elemente ergänzt, die die Qualität der ausführlichen Musterlösungen und die Nutzungshäufigkeit durch die Studierenden erhöhen sollten. Die *Cognitive Load Theory* (Sweller et al., 2003) geht davon aus, dass das menschliche Arbeitsgedächtnis kapazitär begrenzt ist. Damit ist gemeint, dass nur mit einer geringen Anzahl an Denkelementen gleichzeitig operiert werden kann. Umgekehrt lässt sich beim Langzeitgedächtnis eine solche Grenze nicht beobachten. Sogenannte *Schemata* verknüpfen einzelne Denkobjekte miteinander und reduzieren so die Anzahl an gleichzeitig zu erfassenden Elementen. Das Ziel des Lernens sollte deshalb sein, solche Schemata zu konstruieren und im Langzeitgedächtnis abzuspeichern, um auf diese Weise das Arbeitsgedächtnis zu entlasten. In der Cognitive Load Theory werden drei Formen kognitiver Belastungen unterschieden: die *innewohnende Belastung*, die von der Komplexität des Lerngegenstandes abhängt und nicht beeinflussbar ist, die *äußere Belastung*, die stark von der Gestaltung der Lernumgebung abhängt und somit beeinflussbar ist, und schließlich die erwünschte *lernbezogene Belastung*, die in Lern- und Verstehensprozessen bei der Schemabildung auftritt. Mit den ausführlichen Musterlösungen versuchen wir, die äußere Belastung zu senken und dadurch Kapazitäten für lernbezogene Belastungen zu schaffen. Die Idee des *Lernens aus Lösungsbeispielen* (*example-based learning*) ist nicht neu, ihre Bedeutung für Lernprozesse wurde vor allem von Renkl et al. (2003, 2009; Renkl 1997) erforscht. Es wird dabei herausgestellt, dass das Lernen aus Aufgabenlösungen gerade am Beginn des Lernprozesses

effektiver sein kann als das eigenständige Problemlösen. Phasen des Selbsterklärens werden in diesem Zusammenhang allerdings als wichtige Voraussetzung für erfolgreiches Lernen aus Lösungsbeispielen betont. Die Entwicklungen, die sich aus dieser Theorie heraus ergeben haben, stellen wir im folgenden Abschnitt dar.

2. Weiterentwicklungen

Musterlösungen werden erfahrungsgemäß häufig nur überflogen und abgeheftet, was wie eingangs erwähnt viele Dozentinnen und Dozenten dazu bewegt, keine Lösungen bereitzustellen. Um dies bei unseren ausführlichen Musterlösungen zu vermeiden, wurden am Ende jeder Musterlösung Verständnisfragen formuliert, die die Studierenden dazu anregen sollten, bestimmte Passagen der Lösung noch einmal genauer unter die Lupe zu nehmen (vgl. auch „Prompts“ bei Renkl et al., 2009).

Aus einer zunächst epistemologisch orientierten Analyse der Funktionen einzelner Bearbeitungsschritte für den Lösungsprozess (Ableitinger, 2012) entwickelte sich die didaktische Idee, diese auch für Studierende explizit zu machen. Auf diese Weise sollte erreicht werden, dass sich bei den Studierenden eine reflektierende, metakognitive Disposition ausbildet, die dann auch beim eigenen Aufgabenlösen eingenommen werden kann.

Eine weitere Entwicklung der Projektaktivität bezog sich auf ihre zeitliche Positionierung im Lernprozess. Nach dem Prinzip des Cognitive Apprenticeship (Collins et al., 1989) wurden den Studierenden ausführliche Musterlösungen zu ausgewählten, prototypischen Aufgaben auch schon vor der eigenen Bearbeitung ähnlicher Aufgaben angeboten (sowohl durch eine Präsentation als auch durch eine schriftliche Version).

Der Umgang einiger Studierendengruppen mit diesen vorab zur Verfügung gestellten Musterlösungen wurde videographiert und in zwei Examensarbeiten hinsichtlich typischer Nutzungsweisen ausgewertet. Dabei wurde neben der Beobachtung erwünschter Selbsterklärungsphasen auch festgestellt, dass einige Studierende die Lösungen lediglich dazu nutzen, sie kleinschrittig auf ihre Hausaufgaben zu übertragen. Eine Idee zur Vermeidung dieses unverstandenen „Kopierens“ wäre eventuell, einfache Lösungsschritte in den Musterlösungen erst gar nicht auszuführen. Diese Lücken müssten selbstverständlich gekennzeichnet werden, damit für die Studierenden klar ist, dass hier noch etwas zu tun ist.

Aus Platzgründen können wir in diesem Beitrag leider keine konkreten Beispiele zu unserer Projektinitiative anführen. Sie finden prägnante und ausführliche Musterlösungen mit Verständnisfragen und der Angabe von Teilprozessen in Ableitinger und Herrmann (2011).

3. Konklusion

Neben diesen Elementen, die für das sinnvolle Arbeiten mit Musterlösungen wichtig scheinen, spielen auch andere, nahe liegende Kriterien wie z. B. die Verwendung einfacher Sprache und kurzer Sätze, ein gut strukturiertes Layout und die fachliche Korrektheit eine wichtige Rolle. Darauf wollen wir hier aber nicht näher eingehen. Aus den eben dargelegten Überlegungen und theoretischen Grundlagen ergeben sich folgende Kriterien für „gute“ Musterlösungen. Sie sollten

- zum Selbsterklären anregen und ein tieferes Verständnis mathematischer Inhalte ermöglichen,
- zum Transfer spezifischer Strategien auf ähnliche Problemstellungen befähigen,
- als Impulsgeber für Lernende dienen, die sonst erst gar nicht versuchen würden, Aufgaben selbständig zu lösen,
- zur Habitualisierung der Lernenden beitragen,
- einen Vergleich mit der eigenen Aufgabenlösung und damit eine Selbsteinschätzung ermöglichen und
- dazu beitragen, effiziente Lösungsstrategien zu entwickeln.

Inwiefern die von uns entworfenen Musterlösungen dies tatsächlich leisten, lässt sich nur schwer empirisch untersuchen. Unsere Überlegungen sind eher als erfahrungsbasiert und theoriegeleitet zu verstehen.

Literatur

- Ableitinger, C. (2012): Typische Teilprozesse beim Lösen hochschulmathematischer Aufgaben: Kategorienbildung und Ankerbeispiele. In: Journal für Mathematik-Didaktik 33(1), S. 87-111.
- Ableitinger, C., Herrmann, A. (2011): Lernen aus Musterlösungen zur Analysis und Linearen Algebra – Ein Arbeits- und Übungsbuch. Vieweg+Teubner, Wiesbaden.
- Collins, A., Brown, J., Newman, S. (1989): Cognitive Apprenticeship. Teaching the crafts of reading, writing, and mathematics. In: L. B. Resnick (Hrsg.), Knowing, learning and instruction (S. 453-494). Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale.
- Renkl, A. (1997). Learning from Worked-Out Examples: A Study on Individual Differences. In: Cognitive Science 21(1), S. 1-29.
- Renkl, A., Gruber, H., Weber, S., Lerche, T., Schweizer, K. (2003): Cognitive Load beim Lernen aus Lösungsbeispielen. In: Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 17, S. 93-101.
- Renkl, A., Hilbert, T., Schworm, S. (2009). Example-Based Learning in Heuristic Domains: A Cognitive Load Theory Account. In: Educational Psychology Review 21, S. 67-78.