

Erkki PEHKONEN, Uni Helsinki; Leonor VARAS, Uni Chile

Ein Versuch zur Entwicklung des mathematischen Denkens in der Grundschule: Vergleichstudie Finnland–Chile

Kurzfassung: Hier wird ein Forschungsprojekt beschrieben, das in der Universität Helsinki und Universität Chile realisiert wird. Das Projekt in Frage ist eine Vergleichstudie zwischen Finnland und Chile, die in den Jahren 2010–13 durch die Finnische Akademie und das Chilenische CONICYT finanziert werden. Das Ziel des Projektes ist, die Entwicklung des mathematischen Denkens bei den Schülern (von 3. bis 5. Klassen) zu folgern, wenn man monatlich ein offenes Problem neben dem traditionellen Unterricht verwendet. Zum Schluss werden aus dem Forschungsprojekt einige Problemaufgaben dargestellt.

Sowohl in Finnland (NBE 2004) als auch in Chile (GC 2002) ist das allgemeine Ziel des Mathematikunterrichts in allen Alterstufen das Verstehen der mathematischen Strukturen und die Entwicklung des mathematischen Denkens, also nicht nur das Üben des mechanischen Rechnens. Dies sieht aber nicht so gut im Rahmen des konventionalen Mathematikunterrichts sich zu verwirklichen, wobei der Lehrer sehr eifrig in das Textbuch zugreift und mit den mechanischen Aufgaben arbeitet. Deshalb sollte man in den Unterricht neue Elemente hinzufügen: solche Aufgaben, womit der Lehrer die Problemlöse- und Denkfertigkeiten seiner Schüler einüben kann.

1. Forschungsprojekt Finnland–Chile

Das drei-jährige vergleichende Forschungsprojekt Finnland–Chile ist für die Jahre 2010–13 von der Finnischen Akademie (Projekt #135556) und das chilenischen CONICYT (Projekt # AKA 09) finanziert. Das Ziel des Projektes ist die Entwicklung des mathematischen Verstehens und der Problemlösefähigkeiten bei den Primarstufe-Schülern (Klassen 3–5) zu fördern, wenn offene Probleme einmal im Monat regelmässig verwendet werden. Mehr über das Forschungsprojekt kann man z.B. im Beitrag Laine & al. (2012) lesen.

Hintergrundstudien. Als Hintergrundstudien werden verschiedene Methoden verwendet, um die Beliefs und Kenntnisse der Schüler herauszubringen: Schülerfragebogen über die Mathematikauffassungen, Schülerzeichnungen über eine Mathematikstunde, ein Schülertest über Mathematikkenntnisse und Problemlösefertigkeiten sowie Forscherbeobachtungen und Feldnotizen bei der Realisierung der Experimentaufgaben. Die Hauptidee im Projekt ist, dieselbe Messungen

nach drei Jahren wiederzuholen, wenn die Schüler beim Enden des fünften Schuljahres sind. Also haben wir eine Möglichkeit, Vergleichen sowie zwischen den Ländern als auch die Entwicklung in einem Land mit der Zeit zu machen.

Datensammlung. In beiden Ländern haben wir zwei Gruppen der dritten Klassen mit in der Forschung ein, in beiden etwa 10–15 Lehrer aus (hauptsächlich) verschiedenen Schulen: die Experimentgruppe und die Kontrollgruppe. Die Finnischen Schüler sind aus dem Gross-Helsinki Gebiet und die Chilenischen Schüler aus Santiago de Chile. In allen Gruppen werden die Hintergrundstudien durchgeführt, aber in den Experimentgruppen gibt es zusätzlich im Durchschnitt einmal in der Monat eine Stunde mit einem offenen Problem, die mit Hilfe von zwei Forschern auf der Video genommen wird.

Forscher. Die Finnische Forschungsgruppe arbeitet unter der Leitung von Prof. (emer.) Dr. Erkki Pehkonen (Universität Helsinki). Die Mitglieder der Gruppe sind wie folgt: Dr. Liisa Näveri, Frau Laura Tuohilampi, Prof. Dr. Markku Hannula, Doz. Dr. Anu Laine, Dr. Päivi Portaankorva-Koivisto, Prof. (emer.) Dr. Maija Ahtee. Dazu gibt es noch ein Spezialist für die Forschung der Schülerzeichnungen: Dr. Pirjo Tikkanen (Universität Jyväskylä).

Die Chilenische Forscherin ist Frau Prof. Dr. Maria Leonor Varas (Universität Chile, Santiago) und ihre Forschungsgruppe: Prof. Dr. Patricio Felmer, Prof. Dr. Salomé Martínez, Prof. Dr. Cristian Reyes, Prof. Dr. Alejandro López.

2. Einige typische Beispiele aus den Experimentproblemen

Während der dreijährigen Forschungsperiode 2010–13, also in den Klassen 3–5, werden insgesamt etwa 20 offene Experimentprobleme in den Klassen behandelt. Sie sind so gewählt, dass die wichtigsten Gebieten der Elementarmathematik in Frage kommen: Aritmetik, Geometrie und Kombinatorik. Zusätzlich versucht man auch, lebensnahe Mathematik im Kreis der Problemen zu behalten. Im folgenden werden einige Beispiele aus den im Projekt verwendeten Problemen dargestellt.

Beispiel 1. Zerlegung eines Quadrats

Zerlege ein Quadrat in zwei Teile, die deckungsgleich sind. In wie viele verschiedenen Weisen kannst Du es durchführen? Mache Notizen über Deine Lösungen.

Beispiel 2. Drei-Farben-Fahnen

Plane Fahnen mit drei-Farben-Streifen so viele verschiedene wenn nur möglich. Zeichne Deine Lösungen.

Beispiel 3. Schnecke–Elli

Die Schnecke Elli klettert die Mauer aufwärts sehr langsam. Eines Tages kann sie 10 cm klettern und in einem anderen 20 cm. Es gibt Tage, wenn sie schläft und nicht klettert, und einige andere Tage, wenn sie so tief schläft, dass sie 10 cm zurückkommt. Die Mauer ist 100 cm hoch. Nach den zehn Tagen ist Elli erst auf dem Halbweg des Mauers (also hat sie 50 cm gestiegen). Was alles könnte es in den ersten zehn Tagen passiert haben? Beschreibe so viele verschiedene Weisen, wenn nur möglich.

Charakteristisch für diese Probleme ist Offenheit. Jedes hat sehr viele Lösungen, einige sogar unendlich viele. Zum Anfang des Projektes war die Aufgabe nur möglichst viele Lösungen zu finden, d.h. die Kreativität der Schüler wurde betont. Etwa nach einem Jahr wurde es zusätzlich Schlussfolgerungen nachgefragt, in der Weise wie "Wie kannst Du sicher sein, dass Du alle mögliche Alternative durchgeschaut hat?" Also jetzt ist die Entwicklung des mathematischen Denkens im Vordergrund. Innerhalb des letzten Jahres hat man auch nach den Strategien gefragt, welche der Schüler verwendet hat.

3. Zum Schluss

Damit die Lehrer den Unterricht mit offenen Problemen durchführen könnten, sollten sie Interesse zur Entwicklung ihres Unterrichts haben sowie sich verpflichtet fühlen, neue Unterrichtsideen durchzuführen (vgl. Shaw & al. 1991). Die das Forschungsprojekt teilgenommenen Lehrerinnen sind deutlich fertig, neue Lösungen zu probieren, und einige sind besonders interessiert über die Möglichkeiten des offen Problemlösens. Ein paar Lehrerinnen haben sogar grosse Fortschritte in dieser Sache gemacht; es scheint, dass sie fertig sind, die Methode auch später zu verwenden.

Um Lehr-Lern-Prozesse in der Schule zu verändern, sollten die Beliefs von Lehrern zu gutem und erfolgreichem Unterricht entwickelt und verändert werden. Es scheint, dass das Ändern der Lehrer nicht möglich wäre, höchstens kann man ihnen einige Anreize zur Richtung der Änderung anbieten, aber die Lehrerin muss sich selbst ihre Lösung und deren Verwirklichung bearbeiten. Mehr über die Probleme des Lehrerwandels gibt es z.B. in der Publikation Pehkonen (2007) zu lesen.

Es gibt einige publizierte Beiträge, wo man die Resultate der Teiluntersuchungen finden kann: Schülerfragebogen über Mathematikauffassungen (vgl. Tuohilampi & al. 2013), Schülerzeichnungen über eine Mathematikstunde (vgl. Pehkonen & al. 2011, Tikkanen & al. 2011, Laine & al. 2013a, Varas & al. 2012), ein Schülertest über Mathematikkenntnisse und Problemlösefertigkeiten (vgl. Laine & al. 2013b) sowie einige Analysen der Experimentprobleme (vgl. Laine & al. 2012, Varas & al. 2013).

Literatur

- GC (2002). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimo Obligatorios de la Educación Básica* [Basic objectives and obligatory minimum contents in the basic education]. Curriculum. Gobierno de Chile: Santiago.
- Laine, A., Näveri, L., Pehkonen, E., Ahtee, M., Heinilä, L. & Hannula, M. S. (2012). Third-graders' problem solving performance and teachers' actions. In: T. Bergqvist (Ed.), *Proceedings of the ProMath meeting in Umeå*. University of Umeå, 69–81.
- Laine, A., Näveri, L., Ahtee, M., Hannula, M. S. & Pehkonen, E. (2013a). Emotional atmosphere in mathematics lessons in third graders' drawings. Will be published in: M. S. Hannula (Ed.), *Current State of Research on Mathematical Beliefs XVIII. Proceedings of the MAVI-18 conference*. University of Helsinki.
- Laine, A., Näveri, L., Pehkonen, E., Varas, M.L. & Hannula, M. S. (2013b). Third graders' knowledge in mathematics – Comparing Finnish and Chilean results. Will be published in the *ProMath-2012 (Ljubljana) proceedings*.
- NBE (2004). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004* [The basics of the curriculum for the basic instruction 2004]. National Board of Education. Helsinki: Opetushallitus.
- Pehkonen, E. (2007). Über "teacher change" (Lehrerwandel) in der Mathematik. In: A. Peter-Koop & A. Bikner-Ahsbahr (Hrsg.), *Mathematische Bildung - mathematische Leistung: Festschrift für Michael Neubrand zum 60. Geburtstag*. Hildesheim: Franzbecker, 349–360.
- Pehkonen, E., Ahtee, M., Tikkanen, P. & Laine, A. (2011). Pupils' conceptions on mathematics lessons revealed via their drawings. In: B. Rösken & M. Casper (Eds.), *Current State of Research on Mathematical Beliefs XVII. Proceedings of the MAVI-17 Conference*. University of Bochum, 182–191.
- Shaw, K. L., Davis, N. T. & McCarty, J. (1991). A cognitive framework for teacher change. In: R. G. Underhill (Ed.), *Proceedings of PME-NA 13*. Volume 2. Blacksburg (VA): Virginia Tech, 161–167.
- Tikkanen, P., Ahtee, M., Pehkonen, E., Laine, A., Heinilä, L. & Näveri, L. (2011). Mathematics lesson in third-graders' drawings. In: M. Kontoniemi & O.-P. Salo (Eds.), *Educating teachers in the PISA paradise. Perspectives on teacher education at a Finnish university*. Jyväskylän normaalikoulun julkaisuja 12. Jyväskylän yliopisto, 187–203.
- Tuohilampi, L., Hannula, M. S. & Varas, L. (2013). 9-year old students' self-related belief structures regarding mathematics: a comparison between Finland and Chile. Will be published in: M. S. Hannula (Ed.), *Current State of Research on Mathematical Beliefs XVIII. Proceedings of the MAVI-18 Conference*. University of Helsinki.
- Varas, L., Pehkonen, E., Ahtee, M. & Martinez, S. (2012). Mathematical communication in third-graders' drawings in Chile and Finland. In: T.-Y. Tso (Ed), *Proceedings of PME-36, Vol 4*. University of Taiwan, 195–202.
- Varas, L., Näveri, L., Ahtee, M., Pehkonen, E., Fuentealba, A. & Martinez, S. (2013). Impact of different ways to introduce a problem solving task on pupils performance in Chile and Finland. Submitted as a presentation proposal for ICME-12 (TSG21) Seoul.