

Susanne SPIES, Siegen

## **Zum Bildungswert schöner Mathematik**

„Dieser rein spekulative Aspekt des menschlichen Geistes, der in der Mathematik vornehmlich nach Gesetzmäßigkeiten und innermathematischer Ästhetik Ausschau hält [...] darf bei den Überlegungen zur Bildung junger Menschen nicht vergessen werden.“ (Graumann 1993, S. 196)

Mit Blick auf die mathematische Wissenschaftspraxis ist diese Einschätzung Graumanns gut nachvollziehbar, sind doch ästhetische Werturteile über Beweise und Theoreme ein häufig anzutreffendes Phänomen. Dabei zeichnen sich Schönheitserfahrungen mit Mathematik durch eine spezifische Verbindung objektimmanenter Eigenschaften mit epistemischen und emotionalen Erlebnissen aus. Desweiteren stellt sich der Vergleich von Mathematik und Kunst als umfassende und tragfähige Beschreibung der Wissenschaftspraxis heraus. (Vgl. Spies, o.J.)

Im Folgenden sollen einzelne sich aus der mathematikästhetischen Perspektive ergebende Facetten der Mathematik im mathematikdidaktischen Bildungsdiskurs verortet werden, um so eine Antwort auf die Frage nach dem Potential des ästhetischen Charakters der Mathematik bezüglich des (Allgemein-)Bildungswerts anzunähern. Dazu werden zunächst jeweils exemplarisch Anknüpfungspunkte an einzelne Konzeptionen herausgestellt. In einem zweiten Schritt werden tatsächlich genutzte Chancen zusammengefasst und potentiell mögliche skizziert.

### **Erste Verortung in mathematikdidaktischen Bildungskonzepten**

Eine Facette des Mathematik-Kunst-Vergleichs besteht im Ausweisen mathematischer Stile, welche wiederum *inhaltlich* in Beziehung zu Stilrichtungen der Kunstgeschichte gesetzt werden können. So wird etwa barocke von romantischer Mathematik unterschieden. Hier zeigt sich in besonderem Maße der Blick auf die Mathematik als Kulturleistung und ihre Beziehungen zu anderen Kunstformen. Ein Wissen um diese kulturelle Einbettung trägt sicher etwa zur „Stiftung kultureller Kohärenz“ und damit zu einer der von Heymann (1996) benannten Aufgaben allgemeinbildender Schulen bei.

Hinter dem Vergleich des schaffenden Mathematikers mit dem künstlerischen Genie steckt nicht nur die Annahme eines angeborenen Talenten, sondern auch und insbesondere die Betonung kreativer Handlungen im mathematischen Schaffensprozess. Der Mathematiker ist im Prozess der mathematischen Erfindung ebenso regelgebend wie der Maler oder Dichter. Diesen Aspekt der Mathematik greifen viele mathematikdidaktische Bildungskonzeptionen auf. So fordert etwa der Kernlehrplan für die Sekundar-

stufe I in NRW, dass die Mathematik als „kreatives und intellektuelles Handlungsfeld“ (vgl. Kernlehrplan SI, NRW, S. 11) erlebt werden soll. Winter nennt darüber hinaus als eine der drei Grunderfahrungen des allgemeinbildenden Mathematikunterrichts, dass die Mathematik als „geistige Schöpfung eigener Art“ erfahren werden sollte, und die Schülerinnen und Schüler erleben sollen, dass „Menschen imstande sind, Begriffe zu bilden und daraus ganze Architekturen zu schaffen“ (Winter 1995, S. 39).

Die Charakteristika des mathematischen Schönheitsbegriffs (vgl. Spies, 2012) ergänzen das bisher dargestellte Spektrum der Anknüpfungspunkte der Mathematikästhetik im Bildungsdiskurs auf verschiedenen Ebenen:

Zum einen lässt die mathematische Schönheit Urteile über ein Stück Mathematik abseits von der Frage zu, ob es sich um einen korrekten Schluss oder ein außermathematisch anwendbares Werkzeug handelt. Wenn sich nun das Urteil etwa über eine mathematische Argumentation im Rahmen der „innermathematischen Reflexion“, wie sie etwa in der Folge von Skovsmose (1998) in verschiedene Ansätze zur mathematischen Bildung Eingang gefunden hat, an den Kriterien der Wissenschaftspraxis orientieren soll, müssten mathematisch-ästhetische Kriterien einbezogen werden. Ebenso können sie so Teil der von den Bildungsstandards für die allgemeine Hochschulreife geforderten Kompetenz „Mathematisch argumentieren“ sein, zu der auch das „Bewerten gegebener mathematischer Aussagen“ (KMK 2012, S. 15) gehört.

Weiter verweist der subjektiv emotionale und epistemische Charakter mathematischer Schönheit auf eine durch mathematisch-ästhetische Erfahrungen angebahnte spezifische Beziehung zwischen Individuum und Gegenstand. Dies wiederum birgt nicht nur die Chance einer besonderen Motivation und zum Aufbau einer positiven Haltung gegenüber dem Fach, sondern auch zu Erfahrungen von Selbstwirksamkeit und dem Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten. Hier liegt die Möglichkeit des Beitrags zu bildungsrelevanten Bereichen, wie der „Stärkung des Schüler-Ichs“ (Heymann, 1996, S. 117ff.) oder dem „strand of mathematical profency“ den Kilpatrick und Swafford (2002) unter der Überschrift „Engaging“ ausführen (S. 14ff).

Zuletzt sei darauf hingewiesen, dass im mathematikästhetischen Werturteil die emotionale Wirksamkeit der Gegenstände einen zentralen Platz im fachinhaltlichen Diskurs bekommen und gerade die Beziehung zwischen Subjekt und mathematischem Gegenstand in den Vordergrund rückt. Damit ist ein Verweis auf das Moment der „Selbstreflexion“ gegeben, wie es z.B. Lengnink als eine „aus der Perspektive der Mündigkeit [...] zentrale Reflexionsebene“ (Lengnink 2005, S. 30) und damit als bildungsrelevant auszeichnet.

## **Erste allgemeine Befunde**

Die Befunde scheinen zunächst, das Bildungspotential schöner Mathematik deutlich zu belegen. Ein zweiter Blick in die exemplarisch aufgeführten Konzepte relativiert dies jedoch und lässt erahnen, warum trotz der scheinbar guten Passung, die ästhetischen Eigenschaften der Mathematik im Rahmen ihrer Didaktik so selten aufgenommen werden: *Die mathematikästhetische Perspektive wird von den Autoren selten berücksichtigt und insbesondere nur sehr selten explizit einbezogen.* Eine Ausnahme stellt dabei das eingangs zitierte Konzept Graumanns dar.

Von den oben aufgezeigten möglichen Anknüpfungspunkten werden in den untersuchten Konzepten i.d.R. nur die Chancen der Kreativität im Rahmen des mathematischen Problemlöseprozesses explizit aufgegriffen. Die Möglichkeiten des Mathematiker-Künstler-Vergleichs, wie etwa die Rolle des „wahrhaft ästhetischen Gefühls“ für die mathematische Erfindung (vgl. Poincaré 1914, S. 48), werden jedoch auch dabei nicht ausgeschöpft. Häufig wird ein eher intuitiver Kreativitätsbegriff zu Grunde gelegt und so das Beschreibungspotential des *künstlerischen* Geniebegriffs nicht genutzt.

Die mathematische Schönheit findet höchstens implizit Eingang in Konzepte mathematischer Bildung. So sind es beispielsweise gerade die Klassiker der Mathematikästhetik, wie etwa die „euklidischen“ Beweise für die Irrationalität von  $\sqrt{2}$  oder die Unendlichkeit der Primzahlmenge, die Winter für geeignete Anlässe seiner Grunderfahrungen hält (vgl. Winter 1995, S. 40). Dabei tragen die traditionell als Beispiele besonderer Schönheit angeführten Stücke der Mathematik insbesondere dazu bei, „mathematische Gegenstände und Sachverhalte [...] als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen“ (G 2) (ebd. S. 37). Hier scheint zumindest ein Gespür für das innermathematische Potential schöner Mathematik zu Grunde zu liegen.

## **Vergebenes Potential**

Dass das Potential der Mathematik bezüglich eines möglichen Beitrags zur (Allgemein-)Bildung übersehen wird, wenn trotz offensichtlicher Passung der ästhetische Charakter der Mathematik im mathematikdidaktischen Bildungsdiskurs nicht bewusst aufgegriffen wird, macht der vertiefende Blick in zwei ausgewählte Konzeptionen deutlich:

So stellt Heymann fest, dass die Mathematik mit den sozialetischen und personenbezogenen Aufgaben allgemeinbildender Schulen „inhaltlich zunächst nichts zu schaffen habe“ (Heymann 1996, S. 249). Durch das Zusammenspiel emotionaler Erfahrungen und objektimmanenter Eigenschaften besteht im mathematischen Schönheitsurteil jedoch sehr wohl die Mög-

lichkeit, auch und gerade durch mathematisch-ästhetische Erfahrungen auslösende mathematische *Inhalte* etwa zur „Stärkung des Schüler-Ichs“ beizutragen, so dass m.E. aus mathematikästhetischer Perspektive der Einschätzung Heymanns widersprochen werden muss (vgl. auch Spies o.J., Kap. 9.3).

Als weitere Beispielgruppe können solche Ansätze herangezogen werden, die dem Reflektieren über Mathematik, über das Mathematiktreiben und über die individuelle Beziehung zur Mathematik eine Rolle im Bildungsprozess zusprechen. So liegt im (nachträglichen) Bewusstmachen ästhetischer Erfahrungen und insbesondere der darin spezifischen Art der Emotionen die Möglichkeit zu *differenzierter* „Reflexion über die Bedeutung des Gegenstandes Mathematik für die eigene Person“ (Bauer 1990, S. 7) bzw. kürzer: zu *differenzierter* „Selbstreflexion“ (Lengnink 2005, S. 30).

Die Beispiele zeigen, dass insbesondere in der im mathematikästhetischen Erlebnis spezifischen Beziehung von Mensch und Mathematik ein bisher vernachlässigtes Potential auch bezüglich des Bildungswertes von Mathematik liegt, das es weiter herauszuarbeiten gilt.

## Literatur

- Bauer, L. (1990): Mathematikunterricht und Reflexion. In: *mathematik lehren* 38, 6-9.
- Graumann, G. (1993): Die Rolle des Mathematikunterrichts im Bildungsauftrag der Schule. In: *Pädagogische Welt* 5, 194-199.
- Heymann, H.-W. (1996): *Allgemeinbildung und Mathematik*. Weinheim, Beltz.
- Kilpatrick, J. u. Swafford, J. (Hrsg.) (2002): *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press, Washington.
- KMK (2012): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife*. [www.kmk.org](http://www.kmk.org)
- Lengnink, K. (2005): Mathematik reflektieren und beurteilen: Ein diskursiver Prozess zur mathematischen Mündigkeit. In: Lengnink, K. u. Siebel, F. (Hrsg.): *Mathematik präsentieren reflektieren beurteilen*. Mühlthal, 2005. 21-36.
- Ministerium für Schule, Jugend und Kinder (Hrsg.): *Kernlehrplan für Gesamtschule – Sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen. Mathematik*. Frechen, 2004.
- Poincaré, H. (1914): *Wissenschaft und Methode*, Darmstadt 1979. – unveränderter Nachdruck der ersten deutschsprachigen Ausgabe von 1914.
- Skovsmose, O. (1998): Linking Mathamtics Education and Democracy. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 30, 6, 195-203.
- Spies, S. (2012): Schön irrational! – Irrational schön?. Ein klassischer Unterrichtsgegenstand aus mathematikästhetischer Perspektive. In: *mathematica didactica* 35, 5-24.
- Spies, S. (o.J.): *Ästhetische Erfahrung Mathematik. Über das Phänomen schöner Beweise und den Mathematiker als Künstler*. Dissertation (noch unveröffentlicht).
- Winter, H. (1995): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: *Mitteilungen der Gesellschaft der Mathematik* 61, 37-46.