Barbara OTT, Bamberg

Kinder zeichnen zu Textaufgaben – Vorstellung eines Instruments zur Analyse graphischer Darstellungen

Darstellungen sind in der Mathematik und im Mathematikunterricht wesentlich für Erkenntnisprozesse (vgl. Dörfler 2006, Bruner 1966). Im Beitrag werden Darstellungen als Inskriptionen verstanden, d. h. als „signs, that are materially embodied in some medium” (Roth & McGinn 1998, 37). Auch ikonische Darstellungen (Peirce 1986, 205ff) sind in der Mathematik von Bedeutung. Im Sachrechnen spielen sie u. a. als graphische Bearbeitungshilfen eine Rolle, die die Lernenden bei der Mathematisierung der Sachaufgaben unterstützen sollen (vgl. Franke & Ruwisch 2010, 103ff). Hasemann (2006) hebt hervor, dass hierbei die Darstellung der mathematischen Beziehungen einer Aufgabe wesentlich sei, realistische Darstellungen trügen zur Problemlösung wenig bei. Kindern bereite die Strukturabbildung jedoch oft Schwierigkeiten (s. a. Franke & Ruwisch 2010, 103).

Im Projekt wurden Schülerinnen und Schüler der Primarstufe aufgefordert, zu Textaufgaben zu zeichnen. Dabei ist zum einen von Interesse, inwieweit die den Textaufgaben inhärenten mathematischen Strukturen in graphischen Eigenproduktionen der Kinder wiedererkennbar sind, d. h. ob mathematische Strukturen abgebildet werden und welche Passung zwischen ihnen und den Strukturen der Textaufgabe besteht. Zum anderen wird der Abstraktionsgrad der Kinderzeichnungen untersucht.
Auf Basis von rund 400 Schülerdokumenten wurde in einem iterativen Prozess zwischen Theorieausschärfung und Analyse mit den Verfahren des theoretischen Kodierens (Strauss & Corbin 1996) und der Qualitativen Inhaltsanalyse (Mayring 2010) ein Instrument forschungsbasiert entwickelt, das es ermöglicht, graphische Eigenproduktionen bezüglich der *Strukturabbildung*, der *mathematischen Passung* und des *Abstraktionsgrads* zu analysieren. Im Folgenden wird die theoretische Rahmung sowie die Operationalisierung des Analyseinstruments vorgestellt.

1. Theoretische Rahmung und Arbeitsdefinitionen

Schipper (2009, 242) definiert Textaufgaben als in „Textform dargestellte mathematische Aufgaben“ deren Schwerpunkt auf der Darstellung mathematischer Strukturen liegt. Eine *mathematische Struktur* kann durch eine Verknüpfung definiert werden, die einer amorphen Menge aufgeprägt wird. Die Menge trägt dann die Struktur (vgl. Rinkens 1973, 75ff). In Textaufgaben wird entsprechend den im Text genannten Größen durch die verbale Aufgabenstellung eine Verknüpfung aufgeprägt. Die Größen tragen in der

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 879–882). Münster: WTM-Verlag

Aufgabe die so festgelegte mathematische Struktur. Für die graphische Darstellung mathematischer Strukturen werden ebenfalls Träger benötigt, denen eine Verknüpfung aufgeprägt wird. Die Träger sind auf dem Papier fixierte Zeichen für strukturrelevante Objekte der Aufgabe. Die Verknüpfung zwischen ihnen wird durch ihre zweidimensionale Anordnung auf dem Papier abgebildet. Derartige graphische Strukturdarstellungen können als diagrammatisch bezeichnet werden (vgl. Dörfler 2006). Wesentliche mathematische Aspekte der Struktur sind auf Textebene die gegebenen Größen und ihre verbale Verknüpfung, in der graphischen Darstellung Zeichen für die strukturrelevanten Objekte und ihre Anordnung.
Die *mathematische Passung* zwischen Textaufgabe und graphischer Darstellung zeigt sich in der Übereinstimmung der mathematischen Strukturaspekte der zwei Darstellungsformen. Das betrifft die Passung zwischen Größen und Zeichen für strukturrelevante Objekte ebenso wie die Passung zwischen Verknüpfung und Anordnung.
Für den *Abstraktionsgrad* einer graphischen Darstellung sind ebenfalls die mathematischen Aspekte von Belang. Peschek (1988, 182) beschreibt Abstraktion als „Aufmerksamkeitsfokussierung" in der Vorstellung. In Anlehnung daran kann der Abstraktionsgrad graphischer Darstellungen als die Fokussierung auf die Darstellung der mathematischen Aspekte verstanden werden, die sich in zwei Indikatoren zeigt: in der Fokussierung auf die strukturrelevanten Objekte, d. h. es werden keine anderen Objekte abgebildet, und in der Fokussierung auf deren mathematisch wesentliche Eigenschaften, d.h. sie werden nicht weiter ausgeschmückt.

2. Vorgehen in der Analyse zur Strukturabbildung

Zur Strukturabbildung wurden sechs Kategorien identifiziert (s. Abb. 1).

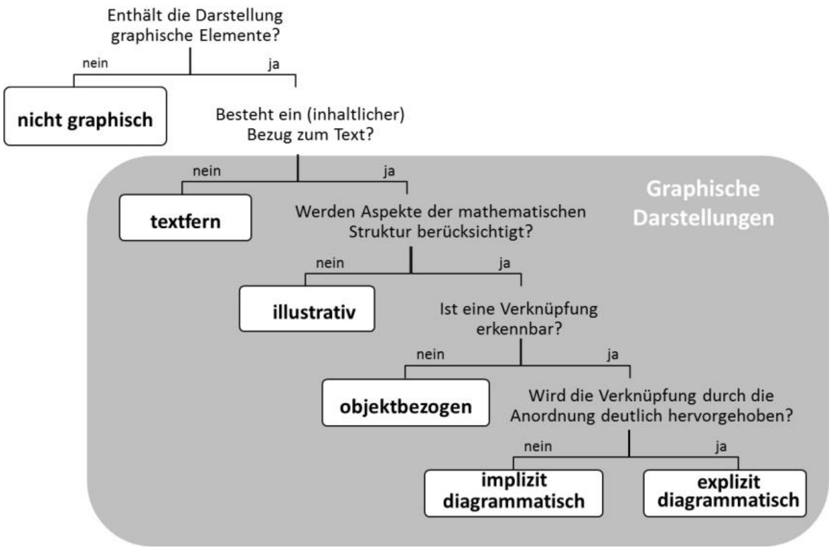


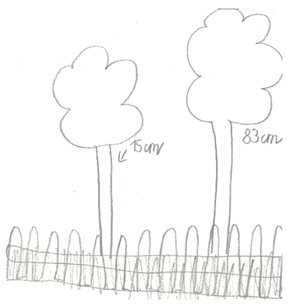
Abbildung 1: Entscheidungsbaum zur Analyse der Strukturabbildung

Im Instrument ergeben sich die Kategorien in einem dichotomen Entscheidungsbaum mit definierenden Leitfragen, die eine zunehmend präziser auf Aspekte der Strukturabbildung ausgerichtete Analyse jedes Dokuments erlauben. Eine Kategorienzuordnung erfolgt, wenn kein Element der Darstellung eine positive Antwort auf die Leitfrage zulässt bzw. die letzte Kategorie erreicht ist. Dies ermöglicht eine eindeutige Zuordnung der Darstellungen, auch wenn sie Elemente verschiedener Kategorien enthalten.

3. Vorgehen in der Analyse zur mathematischen Passung

In die Analyse der mathematischen Passung fließen nur die Darstellungen ein, die überhaupt mathematische Aspekte abbilden. Größen und strukturrelevante Objekte bzw. Verknüpfung und Anordnung können dabei *vollständig*, *teilweise* oder *nicht übereinstimmen*, d. h. es werden andere Größen oder Verknüpfungen abgebildet. Zudem können mathematische Aspekte *ohne Beachtung* bleiben. Es hat sich als günstig erwiesen, die Größen genauer hinsichtlich Maßzahl und Einheit zu betrachten. Daraus ergibt sich zur Analyse eine 3x4-Ankreuzmatrix mit 64 verschiedenen Verteilungsmöglichkeiten. Jedem Schülerdokument kann in der Analyse eindeutig ein Ankreuzmuster zugeordnet werden. Abb. 2 zeigt das Verfahren exemplarisch an einer objektbezogenen Darstellung.

Eine Fichte wächst in jedem Jahr etwa 15 cm. Im Garten steht eine 83 cm hohe Fichte.
Wie alt ist sie etwa? (nach Wittmann & Müller 2006, 94)



	Vollständige Passung	Teilweise Passung	Keine Passung	Ohne Beachtung
Maßzahl	83 und 15 abgebildet			
Einheit		‚Länge' abgebildet, ‚Zeit' nicht		
Verknüpfung				Keine Verknüpfung erkennbar

Abbildung 2: Exemplarisches Vorgehen zur Analyse der mathematischen Passung

4. Vorgehen in der Analyse des Abstraktionsgrads

Hinsichtlich des Abstraktionsgrads werden ebenfalls die Dokumente analysiert, die mathematische Aspekte enthalten. Die anderen sind per se wenig abstrakt. Zur Analyse sind die zwei Indikatoren des Abstraktionsgrads leitend (s. 1.), die jeweils in zwei Ausprägungen (*hoch/niedrig*) vorkommen können. Daraus ergibt sich eine 2x2-Matrix mit vier Feldern als Kategorien, die als Analysefolie verwendet werden kann (s. Abb. 3). Die einzelnen Indikatoren können getrennt voneinander untersucht und jedes Schülerdokument so eindeutig einer Kategorie zugeordnet werden. Die Zeichnung aus Abb. 2 kann dementsprechend als *niedrig-niedrig* klassifiziert werden.

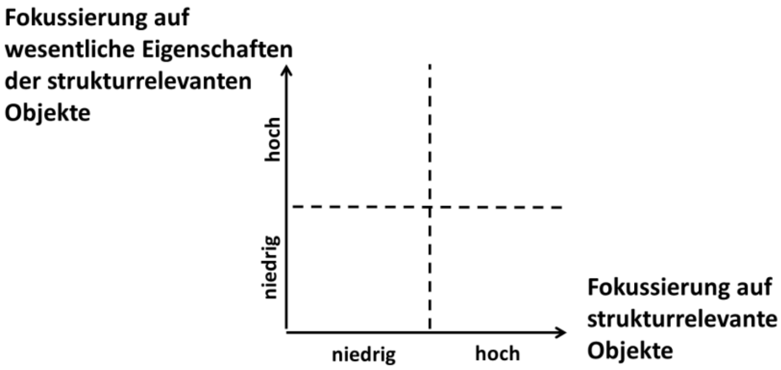


Abbildung 3: Matrix zur Analyse des Abstraktionsgrads

5. Ausblick

Das entwickelte Instrument ermöglicht die qualitative Analyse graphischer Eigenproduktionen. Darauf aufbauend sind weitere quantitative Analysen möglich (vgl. Mayring 2010). Gegenwärtig wird das Instrument nach erfolgreicher Erprobung im Pilotprojekt in einer Interventionsstudie an Kinderzeichnungen angewandt.

Literatur

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. New York: W.W. Norton & Co.

Dörfler, W. (2006). Diagramme und Mathematikunterricht. *JMD, 27* (3/4), 200–219.

Franke, M., Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*, 2. Aufl. Heidelberg: Spektrum.

Hasemann, K. (2006). Rechengeschichten und Textaufgaben - Vorgehensweisen, Darstellungsformen und Einsichten von Kindern am Ende des 2. Schuljahres. In E. Rathgeb-Schnierer & U. Roos (Hrsg.), *Wie rechnen Matheprofis? Ideen und Erfahrungen zum offenen Mathematikunterricht: Festschrift für Sybille Schütte zum 60. Geburtstag* (S. 15–26). München u.a.: Oldenbourg.

Mayring, P. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse.* 11. Aufl. Weinheim: Beltz.

Peirce, C. S. (1986). *Semiotische Schriften. Band 1.* Frankfurt a.M.: Suhrkamp.

Peschek, W. (1988). Untersuchungen zur Abstraktion und Verallgemeinerung. In W. Dörfler (Hrsg.), *Kognitive Aspekte mathematischer Begriffsentwicklung* (S. 127–190). Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.

Rinkens, H. D. (1973). *Abstraktion und Struktur*. Ratingen: Henn.

Roth, W.-M. & McGinn, M. K. (1998). Inscriptions. Toward a Theory of Representing as Social Practice. *Review of Educational Research, 68* (1), 35–59.

Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Braunschweig: Schroedel.

Strauss, A. L. & Corbin, J. M. (1996). *Grounded theory. Grundlagen qualitativer Sozialforschung*. Weinheim: Beltz.

Wittmann, E. & Müller, G. (2006). *Das Zahlenbuch 2. Ausgabe Bayern*. Leipzig: Klett.