

Dirk BROCKMANN-BEHNSEN, Hannover

## Ist doch logisch – Untersuchungen der Korrektheit und des Verknüpfungsgrades von Schülerargumentationen

### 1. Hintergrund

Die Begriffe *Argumentieren*, *Begründen* und *Beweisen* werden in der Literatur äußerst unterschiedlich gebraucht. Holland (2007, S. 132) betrachtet das Argumentieren als eher anschauliche Niveaustufe des Beweisens. Brunner (2014, S. 31f.) dagegen sieht Argumentieren und Beweisen als unterschiedlich formale Ausprägungen des Begründens. Im niedersächsischen KC wird Beweisen als strenge Form des Argumentierens beschrieben. Dieser Sichtweise wird hier gefolgt.

Ein Argument wird verstanden als die Anwendung eines Hilfsmittels (Mathematischer Satz, Definition, Rechenregeln etc.) auf die erforderlichen und gegebenen Voraussetzungen<sup>1</sup> mit dem Ziel, eine neue Aussage, die Konklusion, zu generieren. Argumentationsschritte sollten auf den Gesetzen der Logik basieren und deduktiv geführt werden. Eine Argumentation entsteht durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten.

Unterschieden werden muss zwischen der Korrektheit eines Argumentes und der Wahrheit seiner Aussagen. Der Begriff der Wahrheit bezieht sich nur auf die einzelnen Aussagen des Argumentes, also auf die Prämissen und die Konklusion. Brunner (2014, S. 37) stellt in diesem Zusammenhang fest: „Die Wahrheit von Aussagen wird als semantisches Kriterium auf der inhaltlichen Ebene geklärt, die Gültigkeit [bzw. Korrektheit] des Arguments hingegen auf der syntaktischen Ebene und damit auf der Ebene der Struktur des Arguments“. Um die Prämissen auf der syntaktischen Ebene zum Zwecke einer wahrheitstransferierenden Konklusion zu verknüpfen, muss nach Bayer (2007<sup>2</sup>, S. 85 – 88) zweierlei gegeben sein: Erstens müssen die Prämissen *haltbar*, also wahr sein und zweitens müssen sie für die Konklusion *relevant* sein, also in einer logischen bzw. semantischen Beziehung zu dieser stehen. Die entscheidende Eigenschaft korrekter Argumente ist, dass aus wahren Prämissen nur wahre Konklusionen abgeleitet werden können (ibid., S. 90).

### 2. Fragestellung

- Methodisch: Wie lassen sich die Korrektheit und der Verknüpfungsgrad einer Argumentation kategorisieren?

---

<sup>1</sup> Das Hilfsmittel sowie die Voraussetzungen sind jeweils Aussagen und werden in der Literatur als die *Prämissen* des Argumentes bezeichnet.

- Inhaltlich: Produzieren die Probanden einer im Argumentieren trainierten Klasse korrektere und stärker verknüpfte Argumentationen als jene einer untrainierten Vergleichsklasse?

### 3. Methodik

Im Rahmen der HeuRekAP-Studie wurden an einem hannoveraner Gymnasium zwei achte (später neunte) Klassen über einen Zeitraum von eineinhalb Jahren auf zwei unterschiedliche Arten im Problemlösen und Argumentieren trainiert<sup>2</sup>, zwei weitere Klassen dienten als Vergleichsklassen. In regelmäßigen Abständen wurden von allen Schülern schriftliche Bearbeitungen mathematischer Aufgaben erhoben. Von ausgewählten Schülern einer trainierten Klasse (ET-Training) und einer Vergleichsklasse wurden 21 Matched Samples gebildet. Grundlage der Zuordnung bildeten die gemittelten Mathematik- und Deutschnoten der letzten vier Jahre vor Eintritt in die Studie. Dieser Beitrag bezieht sich auf die Bearbeitungen der TIMSS-III-Aufgabe K18 durch diese 42 Schüler am Ende der Studie.

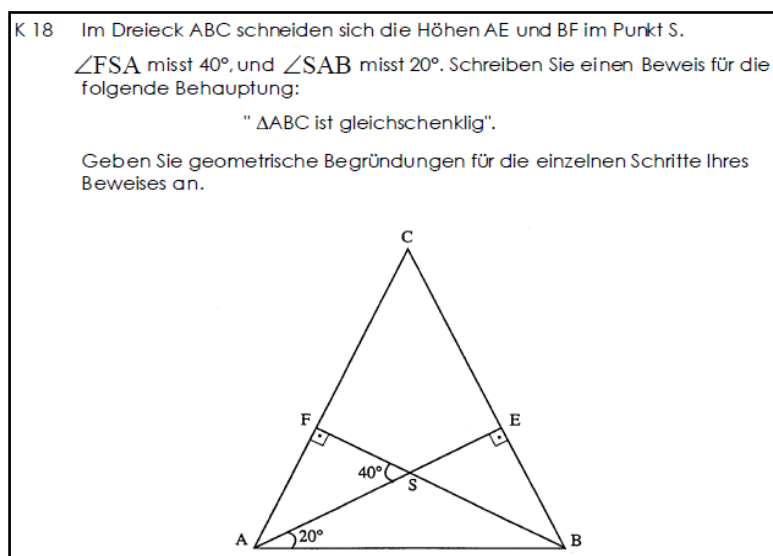


Abbildung 1: TIMSS-III-Aufgabe K18

Zu dieser Aufgabe wurden im Vorfeld Musterlösungen von Experten erstellt und mittels Lösungsgraphen dargestellt. Zwei Rater ordneten dann in einem ersten Schritt jeder untersuchten Schülerbearbeitung einen der Musterlösungswege zu. Diese Zuordnung wurde danach konsensuell validiert.

In einem zweiten Schritt beurteilten die beiden Rater unabhängig voneinander, welche Teilziele und Verknüpfungen des Musterlösungsweges vom Schüler erreicht wurden und kodierten dies nach den in einem Handbuch beschriebenen Regeln. Auf diese Weise entstanden zwei unabhängig erstellte Lösungsgraphen  $BG_1$  und  $BG_2$  zu dieser Schülerbearbeitung, die wiederum konsensuell validiert wurden. Das Ergebnis war der Konsenslösungsgraph  $BG_{1,2}$ . Aus diesem Lösungsgraphen wurden schließlich nach den Regeln eines weiteren Handbuchs Korrektheit und Verknüpfungsgrad der Argumentation bestimmt. Da-

<sup>2</sup> Für Details dieser Trainings siehe Brockmann-Behnsen (2014b).

zu wurde eigens ein sechsstufiges Kategoriensystem entwickelt, das – vereinfacht gesagt – folgende Qualitätsstufen einer Argumentation hierarchisch abbildet: **K0**: Kein Ansatz, **K1**: Unverknüpfte Nennung von Graphenelementen (hilfreiche Sätze, wahre Aussagen etc.), **K2**: Herstellen einer einfachen Verknüpfung von wahren Graphenelementen, **K3**: Wiedergabe eines korrekten Argumentes, **K4**: Korrekte Zusammenführung mehrerer Argumente, **K5**: Im wesentlichen komplette Lösung<sup>3</sup>.

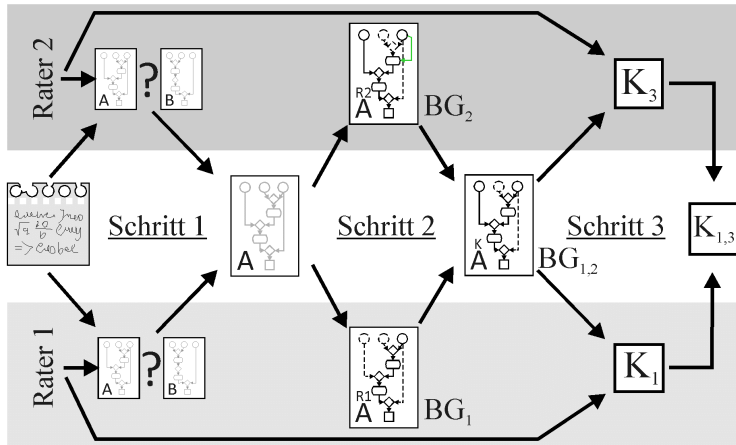


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Auswertungsprozesses

#### 4. Ergebnisse

Der Median der Kategorienverteilung liegt in der Trainingsklasse bei K3, in der Vergleichsklasse bei K2 (siehe Abb. 3), alle Schüler erreichten mindestens Kategorie 1, die Kategorien K4 bis K5 wurden in der trainierten Klasse siebenmal, in der untrainierten Klasse zweimal ermittelt.

Interessant ist auch der direkte Vergleich der erreichten Kategorien der Matched Samples. In Abb. 4 sind die Paare längs der Abszisse nach gemittelten Mathematik-Vornoten sortiert dargestellt. Man sieht, dass sich bei dieser Aufgabe der Vorsprung der Trainings Teilnehmer nur im oberen und mittleren Leistungsbereich zeigt, im unteren Leistungsbereich dagegen ergibt sich ein indifferentes Bild. Es muss untersucht werden, ob sich dieses Phänomen bei anderen Aufgaben wieder findet.

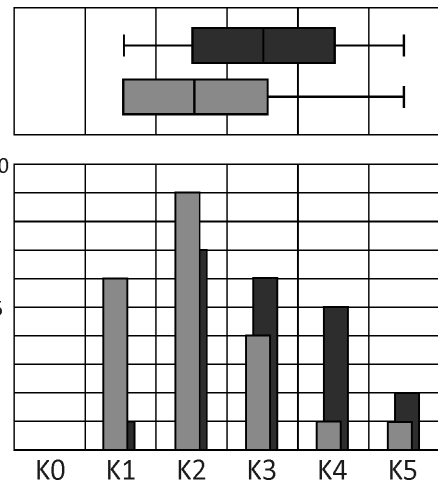
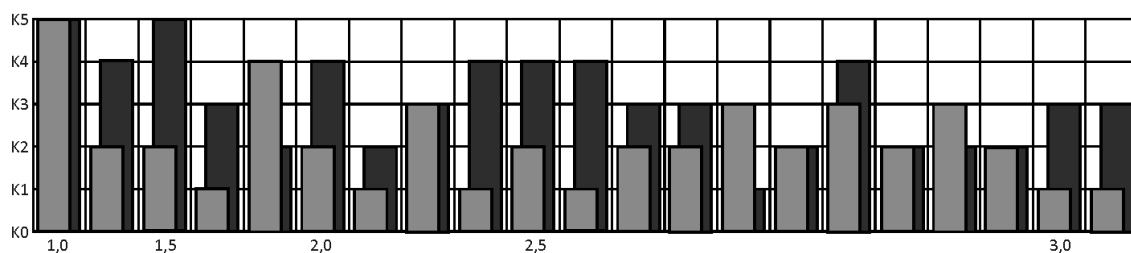


Abbildung 3: Verteilung der Kategorien für die Trainingsklasse (dunkelgrau) und die Vergleichsklasse (hellgrau) und die zugehörigen Boxplots

<sup>3</sup> Eine genauere Darstellung der Kategorien findet sich in Brockmann-Behnsen (2014a, S. 247).



**Abbildung 4:** Direkter Kategorienvergleich der Matched Samples aus der Trainingsklasse (dunkelgrau) und der Vergleichsklasse (hellgrau), sortiert nach den gemittelten Mathematik-Vornoten

## 5. Diskussion

Im Rahmen ihrer kumulativen Bachelorarbeit bewerten Mix, Fränzel & Soyta (2014) die Lösungsgraphen der 42 ausgewählten Schüler für verschiedene Aufgaben, darunter auch K18, mit einem intervallskalierten Punktesystem, das hoch rangkorreliert ( $\rho = 0,69$ ) ist mit dem hier vorgestellten Kategoriensystem. Sie können zeigen, dass die beiden Samples zu Beginn der Untersuchung zu vergleichbaren Ergebnissen kommen, während die Trainingsgruppe nach dem Training deutlich besser abschneidet. Brockmann-Behnsen & Rott (2014) bestimmen die Argumentationskategorien für verschiedene Aufgaben (u.a. TIMSS-III-K10) zu Beginn und zum Ende des Trainings für die gesamten Klassen. Gemessen an den Medianen der Argumentationskategorien kommen sie ebenfalls zu dem Ergebnis vergleichbarer Leistungen zu Beginn des Trainings, aber besseren Abschneidens der Trainingsklasse im Posttest. Bei komplexeren Aufgaben wie K10 zeigt sich der Vorsprung im Nachtest dabei ebenso wie bei der hier vorgestellten Aufgabe K18 weniger deutlich (Median eine Kategorie höher) als bei einfacheren Aufgaben (Mediane um zwei bis drei Kategorien höher).

## Literatur

- Bayer, K. (2007<sup>2</sup>). *Argument und Argumentation. Logische Grundlagen der Argumentationsanalyse*, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen
- Brockmann-Behnsen, D. (2014a). Wie steigert man die Problemlöse- und Argumentationskompetenz? Ergebnisse der HeuRekAP-Studie. In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 245–248). Münster: WTM-Verlag.
- Brockmann-Behnsen, D. (2014b). Explizites und implizites Heuristentraining im Unterricht. In Deschauer, S. (Hrsg.), *MU 60(5)*, 10/2014 (S. 19 – 23), Friedrich Verlag
- Brockmann-Behnsen, D. & Rott, B. (2014). Fostering the Argumentative Competence by Means of a Structured Training, in: *Proceedings of PME38*, Band 2
- Brunner, E. (2014). *Mathematisches Argumentieren, Begründen und Beweisen*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg
- Holland, G. (2007<sup>3</sup>). *Geometrie in der Sekundarstufe*, Franzbecker, Hildesheim
- Mix, A.-Chr.; Fränzel, R. & Soyta, W. (2014). Strukturelle Analyse von Problemlöseerfolg und Heurismeneinsatz in Schülerbearbeitungen der Aufgaben K18, Raute und Winkel, unveröffentlichte Bachelorarbeit an der Leibniz-Universität Hannover