

Gabriella AMBRUS, Budapest

Vergangenheit und Gegenwart der ungarischen Mathematikdidaktik – unter besonderer Berücksichtigung der Bezüge zu Deutschland und Österreich

Auf Ungarns Geschichte haben die deutschen und österreichischen Beziehungen in mehreren Hinsichten eingewirkt. Beispielsweise können hier erwähnt werden: die Einsiedlung deutschsprachiger Bürger – in ungarischen Gebieten, die nach der 150-jährigen osmanischen Besetzung verödet waren – im 18. Jahrhundert und die Jahrzehnte der Österreichischen-Ungarischen Monarchie im 19. und 20. Jahrhundert. Die deutsche Sprache war also jahrhundertlang nicht nur im politischen, wirtschaftlichen, kulturellen und wissenschaftlichen Leben, sondern für viele Leute auch im Alltag da.

Für die Entwicklung des ungarischen Mathematikunterrichts waren die letzten zwei Jahrhunderte entscheidend. Im Hintergrund stehen einerseits die wirtschaftlich-politischen und gesellschaftlichen Änderungen und andererseits der Aufschwung des wissenschaftlichen Lebens, hauptsächlich der mathematischen Forschungen.

Wegen des in mehreren Beziehungen gemeinsamen, geschichtlich-kulturellen Hintergrundes waren die deutschen und österreichischen Einwirkungen sehr bedeutend; allerdings wurden diese Zusammenhänge auf den Mathematikunterricht bezogen bislang kaum analysiert.

Vorgeschichte

Bis zum 18. Jahrhundert war Latein die Sprache der Wissenschaften in Europa; im 18. Jahrhundert erschienen aber schon – den Ansprüchen der Zeit entsprechend – Werke mit grundlegenden arithmetischen Kenntnissen auch auf Ungarisch. Unter diesen Rechenbüchern ist besonders die „Arithmetica“ von **György Maróthi** (1715-1744) aus 1743 erwähnenswert. Maróthi kann auch als ein „Didaktiker“ aus alten Zeiten betrachtet werden, da er im Vorwort seines Buches auch seine didaktischen Positionen in mehreren Punkten zusammenfasst. Das Buch „Eine kurtze und grundliche anlytung zu der rechten verstand Geometriae“ (1563) von **Kristóf Pühler (Puehler)** (geboren in Ungarn, Studium in Ingolstadt, genaue Daten unbekannt) ist hervorragend in der geometrischen Literatur dieser Jahrhunderte.

János András Segner (1704-1777) war der erste aus Ungarn abstammende und Europaweit anerkannte Mathematiker. Seine Lehrbücher sind im Allgemeinen von höherem Niveau und verständlicher als die vorangehenden Lehrbücher der Mathematik (Szénássy, 1970). Einige lateinische und deutsche Fachwörter von Segner (z. B.: Faktor, echte und unechte Brüche), werden in vielen Sprachen im Allgemeinen noch immer in wörtlicher Übersetzung seiner Wortbildungen gebraucht (Szénássy, 1970, S. 90).

1777 (Ratio Educationis) - 1867 (Der Ausgleich, Österreichisch-Ungarische Monarchie)

Im 18. Jahrhundert wurde die Entwicklung stark von den letzten Kriegen am Ende der osmanischen Herrschaft sowie von den dadurch entstandenen Verlusten an Menschen und Gütern beeinflusst. In den westlichen Ländern Europas war in dieser Epoche schon eine starke industrielle und bürgerliche Entwicklung seit langer Zeit im Gange; in Ungarn vollzog sich aber dieser Vorgang später und viel langsamer.

Ab Mitte des 18. Jahrhunderts änderte sich auch das Unterrichtswesen immer mehr, und in diesem Prozess war die *Ratio Educationis* in 1777 entscheidend. In den Klassen der Mittelschulen erreichte aber die Anzahl der Mathematikstunden nicht einmal ein Drittel der Stundenanzahl der lateinischen Sprache (Oláhné, 1977).

Obwohl in Ungarn in den Volksschulen auf Ungarisch unterrichtet wurde, war bis 1844 – abgesehen von einer kurzen Periode – die Sprache des Unterrichts in den Mittelschulen überwiegend Latein. In 1844 wurde die Sprache des Unterrichts an allen Schulstufen offiziell ungarisch. Unter den Lehrbüchern in Mathematik sind die Bücher des Mathematikers **Pál (kerekgedei) Makó** (1723-1793) die bedeutendsten. Makó's auf Ungarisch verfasste Lehrbücher für die Volksschulen und seine deutschsprachige Lehrbücher für die höheren Klassen wurden mehrere Jahrzehnte lang gebraucht (Szénássy, 1970). In den protestantischen Schulen wurde schon früh (18. Jh.) begonnen Mathematik auch auf Ungarisch zu unterrichten.

Die zwei Ratio, (1777, 1806) haben sich mit den didaktischen Fragen des Mathematikunterrichtes sehr wenig beschäftigt, aber in den Lehrplänen der protestantischen Schulen sind an mehreren Stellen auch didaktische Hinweise zu finden (Oláhné, 1977).

Im zweiten Teil des 19. Jahrhunderts war die Wirkung auf den Unterricht in Mittelschulen des „*Entwurf der Organisation von Gymnasien und Real-schulen*“ bedeutungsvoll. Der Lehrplan „Entwurf ...“, konzipiert aufgrund des

österreichischen Lehrsystems nach dem preußischen und französischen Muster wurde erst in 1949 veröffentlicht.

Aus diesem Zeitraum soll unbedingt **Farkas Bolyai** (1775 - 1856) erwähnt werden. Er studierte in Göttingen, befreundete sich hier mit Gauss, und diese Beziehung spielte eine wichtige Rolle auch im Leben seines Sohnes János (Johannes). Nachher wurde er Lehrer der Mathematik, Physik und Chemie im Kollegium (Gymnasium) von Marosvásárhely (heute in Rumänien). Bolyai war, neben seiner bedeutenden mathematischen Tätigkeit ein Polyhistor; er beschäftigte sich auch regelmäßig mit pädagogischen und didaktischen Fragen sowie Problemen des Unterrichtswesens. Er war nicht nur der erste Lehrer seines berühmten Sohnes, sondern er unterstützte auch dessen wissenschaftliche Tätigkeit. In 1834 erschien die erste Auflage seines Lehrbuchs "Arithmetikának, geometriának és fizikának eleje" [Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie und Physik].

Die Tätigkeiten der „zwei Bolyai“ sind hervorragend in der Geschichte der Mathematik des 19. Jahrhunderts *„das aber nicht als Ausgangspunkt der Entwicklung im 19. Jahrhundert betrachtet werden kann, da sich die rückständigen Gesellschaftsstrukturen Ungarns und insbesondere die Isolation Transsylvaniens innerhalb des Habsburgerreiches auf die Aufnahme ihrer Werke in Ungarn und in Europa überhaupt sehr ungünstig auswirkten.“* (Deák, 2002.)

1867 - 1920 (Vom Ausgleich bis 1920)

Nach dem Ausgleich von 1867 wurde Ungarn in der Monarchie offiziell gleichberechtigt mit Österreich, aber die Beurteilung dieser Periode ist umstritten. Die wirtschaftlichen, gesellschaftlichen Veränderungen hatten sich auch auf das Schulwesen anregend ausgewirkt. Im zweiten Teil des 19. Jahrhunderts erschienen mehrere Lehrpläne (1860-er Jahre, 1871, 1879, 1899), darunter der Lehrplan von Wlassics (1899), wodurch endlich eine Änderung auch bei dem Unterricht der Anwendungen herbeigeführt wurde, die früher in den Mittelschulklassen sehr wenig beachtet wurden (Beke/Mikola, 1909, S.13).

Der Physiker **Loránd Eötvös** (1848-1919) und der Mathematiker **Gyula König** (1849-1913) – hervorragende Persönlichkeiten dieser Zeiten – haben in 1891 die Matematikai és Fizikai Társulat [Gesellschaft für Mathematik und Physik] begründet. Ab 1904 war König Hauptdirektor des Franklin Verlages in Budapest; bei diesem Verlag erschienen seine Lehrbücher für Mittelschulen (fünf höhere Klassen) die später von Manó Beke überarbeitet wurden.

Ein Student von Gyula König war **Manó (Emmanuel) Beke** (1862-1946), ursprünglich Lehrer für Mathematik und Physik in Budapest (seit 1900 Universitätsprofessor). Beke beschäftigte sich schon ganz am Anfang seiner Lehrerkarriere mit Fragen des Unterrichtswesens und des mathematischen Unterrichtes, aber seine Begegnung mit Felix Klein (und mit dessen Reformen des Mathematikunterrichtes) hatte später eine entscheidende Auswirkung auf seine weitere Tätigkeit. Auf die Initiative von Beke wurde 1912 das ungarische Komitee für die Reform des Mathematikunterrichts ins Leben gerufen (Beke/Mikola 1912); Sekretär des Komitees war Sándor Mikola). Die Hauptbestrebung des Komitees war das Auftreten gegen den formalen und für einen, auf die Tätigkeit der Schüler basierten Mathematikunterricht.

An der internationalen Mathematiker-Konferenz 1914 in Paris hat Beke – im Auftrag von F. Klein – einen Hauptvortrag gehalten mit dem Titel: „Einführung der Differential- und Integralrechnung in den Mittelschulen“, wobei er über eine seiner wichtigsten Positionen gesprochen hat: es sollte keinen Mathematikunterricht in Mittelschulen ohne Differential- und Integralrechnung geben.

Beke hat sogar seine wissenschaftliche Tätigkeit etwas vernachlässigt um zwischen 1890 und 1900 zehn Lehrbücher zu schreiben; diese waren jahrzehntelang in den ungarischen Schulen im Gebrauch.

Unter den Mathematiklehrern dieses Zeitraums ist **László Rátz** (1863-1930), Lehrer für Mathematik und Physik, hervorragend. Seine Schüler waren zum Beispiel der Physiker Jenő (Eugen) Wigner und der Mathematiker János (Johann) Neumann. Rátz hat – gemeinsam mit Sándor Mikola – die Methoden und das Lehrmaterial des auf der Tätigkeit der Schüler basierten Mathematikunterrichts – ausgearbeitet. Im berühmten Gymnasium „Fasori“ in Budapest wurde die Mathematik ab 1912 offiziell nach diesen Prinzipien unterrichtet.

In 1894 wurde die auch noch heute existierende mathematische Schülerzeitschrift KÖMAL (Kurzwort) ins Leben gerufen, mit bedeutender Auswirkung auf die Begabtenförderung in Ungarn; László Rátz war die führende Persönlichkeit bei dieser auch für Europa ausgangs des 19. Jahrhunderts bedeutende Initiative.

1920 - 1945 (Zwischen den Weltkriegen)

Nach dem 1. Weltkrieg geriet Ungarn in eine schwierige Situation, da infolge des Friedensabkommens in Trianon zwei Drittel seiner Gebiete abgetrennt und den benachbarten Ländern zugefügt wurden; das erzeugte viele Spannungen

mit schwerwiegenden politischen Folgen. Obwohl um die Jahrhundertwende ein lebhaftes wissenschaftliches Leben schon auch in Mathematik vorhanden war, kamen zwischen den Weltkriegen im Unterricht die geisteswissenschaftlichen Disziplinen in den Vordergrund. In dieser Epoche verließen – wegen des Mangels an Arbeitsstellen, aus politischen Gründen und wegen des institutionalisierten Antisemitismus – viele Mathematiker und Mathematiklehrer Ungarn, darunter Pál Dienes, Pál Erdős, János Neumann, György Pólya. Im gymnasialen Mathematikunterricht (Klassen 5-12) nahm die Wichtigkeit der „Wissenschaftler-Lehrer“ beträchtlich zu, und in einigen Schulen wurde die Begabtenförderung zum Schwerpunkt des mathematischen Unterrichts.

Die Tätigkeit des Mathematikers **Lipót Fejér** (1880-1959) soll hier aber auch erwähnt werden. Seine Professoren an der Universität waren unter anderen Gyula König, Gusztáv Rados, József Kürschák, Manó Beke und Loránd Eötvös. In 1899 -1900 studierte er in Berlin, und in 1908 war er schon Mitglied der ungarischen Akademie der Wissenschaften. Obwohl viele Wissenschaftler Ungarn verlassen haben, konnte Fejér eine „mathematische Schule“ errichten, wo solche Persönlichkeiten wie Pál Erdős, László Kalmár, Pál Turán, oder Pál Szász ausgebildet wurden. In seinen Vorlesungen versuchte er seine Gedanken möglicherweise in einer solchen Form erscheinen zu lassen, dass die Zuhörer das Gefühl haben konnten: diese Idee könnte sogar ich haben. *This idea, “let the reader or the student think that ‘even he or she could have done that’”, returns several times in the writings of Kalmár and Rózsa Péter as well as in How to solve it? by Pólya or in the work of Tamás Varga (Gosztonyi).* Seine gesammelten Werke erschienen 1970 auch auf Deutsch, betreut von Pál Turán und Ervin Deák.

Der Name von **György Pólya** (1887- 1985) ist auch wegen seiner didaktischen Tätigkeit im Problemlösen und dessen Unterricht bekannt. In der Mittelschule war Pólya ein Schüler von M. Beke, danach studierte er in Wien und Göttingen (1910-14). Pólya's Tätigkeit war u. a. von F. Klein, D. Hilbert, und O. Toeplitz stark beeinflusst. In seinem bekannten Buch „How to solve it“ und in mehreren anderen didaktischen Werken hat er die Grundlagen der „Heuristik“ (in Mathematik) ausgearbeitet. Sehr effektiv waren auch seine interaktiven Vorträge.

1945-48 (Die ersten Nachkriegsjahre)

Diese Zeit der stürmischen Demokratisierung war von progressiven Ideen durchdrungen mit einer Auswirkung auf das ganze Unterrichtswesen – die seit

langem fällige Einführung der achtklassigen allgemeinbildenden Schule war eine der ersten Maßnahmen. Die neue Lehrbuchserie für das Gymnasium – verfasst von ausgezeichneten Mathematikern und Didaktikern wie Rózsa Péter, Tibor Gallai, und János Surányi – brachte neue Inhalte und Methoden *„mit denen auch viele spätere, wertvolle Erkenntnisse der europäischen mathematikdidaktischen Forschung vorweggenommen wurden. Dieses Werk blieb aber außerhalb Ungarns unbekannt und in Ungarn mussten die Reformen nach einigen Jahren wegen des Widerstandes großer Massen der Lehrer abgedämpft werden.“* (Deák, 2002.)

1948 - 1989 (vom zweiten Weltkrieg bis zur Wende)

In 1950 erschien ein neuer Lehrplan für die achtklassige Grundschule. Nach diesem Dokument wurde in den Klassen 1–7, Arithmetik und Geometrie (Messungen) unterrichtet und nur in der letzten Klasse (Klasse 8) kam es zu etwas Algebra. In den sechziger-siebziger Jahren wurden – hauptsächlich für die allgemeinbildenden Schulen, aber auch für die Mittelschulen – Unterrichtsversuche in Mathematik in Gang gebracht. Im Hintergrund der Versuche standen einerseits die Auswirkungen der Bestrebungen für die Erneuerung des mathematischen Unterrichtes in Europa und in den USA und andererseits die Möglichkeit für die Beteiligten, ihre Ideen frei zu erproben. Hervorragend war darunter der Versuch von Tamás Varga.

Tamás Varga (1919-1987) war Lehrer für Mathematik und Physik, unterrichtete in einer Mittelschule, arbeitete danach zuerst im Unterrichtsministerium, nachher an der Universität ELTE und im Landesinstitut für Pädagogik. Anfang der sechziger Jahre lernte Varga auch ausländische Bestrebungen für Reformen des Mathematikunterrichts kennen, und seine Beziehungen zu vielen namenhaften Didaktikern, in erster Reihe zu **Zoltán Dienes** waren entscheidend in der Gestaltung der Konzeption seines in 1963 beginnenden Versuches „Komplexer Mathematikunterricht“.

Das Hauptziel des Versuches war die Erneuerung des Lehrmaterials und der Methoden im Unterricht der Klassen 1-8. Varga's Mitarbeiter waren Mathematiker, Mathematiklehrer und Grundschullehrer. *„Dieses weltweit anerkannte Projekt – in dem die Selbstständigkeit der Kinder, die innere Motivation, die Einbeziehung neuer Gebiete der Mathematik (wie z.B. der Stochastik) in die achtjährige Grundschulbildung, die minuziöse Ausarbeitung induktiver und genetischer Erkenntnisprozesse einen hohen Stellenwert einnehmen – ist wohl das wertvollste, was die ungarische Mathematikdidaktik*

je geschaffen hat.“ (Deák, 2002.)

Die Lehrbücher und Arbeitsblätter für den Versuch wurden von Lehrern konzipiert und unter anderen auch von T. Varga begutachtet. Sogar Freudenthal schrieb anerkennend über die Arbeitsblätter für die Klassen 1–4: „*Die vorzüglichen ungarischen Rechenbücher, das Beste, was es in der Welt auf dem Gebiete gibt,...*“ (Freudenthal, 1973, S.222). In Ungarn wurden auch internationale didaktische Veranstaltungen organisiert; aus einem unveröffentlichten Vortrag von Varga in Eger (Ungarn, 1973) zitiert z.B. E. Ch. Wittmann in seinem bekannten Buch (Wittmann, 1981, S. 52).

Varga hat über den Mathematikunterricht ab der Grundschule in einem übergreifenden Bogen gedacht (wie z. B. auch M. Beke), und betrachtete seine Versuche als Verwirklichung früherer Reformgedanken. (Varga, 1975).

Später gab es auch für die Mittelschulen Unterrichtsversuche nach der Konzeption von T. Varga. In 1979 erschien für den Lehrplan der Gymnasien eine neue, parallele (frei wählbare), inhaltlich auf das Material des Versuchs ausgerichtete Lehrbuchserie; der Mathematikunterricht wurde aber dabei nicht so umfassend verändert, wie es in der allgemeinbildenden Schule geschah.

Es war nicht leicht nach der Konzeption von Varga zu unterrichten, besonders für jene Lehrer, die früher mit dem herkömmlichen Lehrmaterial und mit den traditionellen Methoden arbeiteten; teils darum wurde der Lehrplan von 1978 schon in der zweiten Hälfte der 1980-er Jahre überarbeitet. Aber die Methode von Varga hat auch weiterhin eine starke Auswirkung auf den Mathematikunterricht, besonders im Unterricht in der Kombinatorik und in der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Mathematikunterricht nach der Wende

Ende der achtziger Jahre kam es zu einer großen politischen Änderung; diese Periode kann durch schwere Krisen in der Wirtschaft, durch große Inflation und riesige Arbeitslosigkeit, aber auch durch neue Möglichkeiten charakterisiert werden. Mit dem Öffnen der Grenzen erweiterten sich die internationalen Beziehungen, auch zu den deutschsprachigen Gebieten.

Die Fragen des Unterrichtswesens wurden von den verschiedenen Regierungen verschiedentlich behandelt, und die raschen Änderungen können nicht immer Gutes in einem System bringen, wofür Stabilität, zuverlässige Funktionierung und eine harmonische Mischung von Traditionen und Neuigkeiten besonders wichtig wären. Nach langer Vorbereitung erschien 1995 das erste NAT (Nationalcurriculum), womit nicht mehr unmittelbar der Unterricht reguliert, sondern die rechtlichen Rahmen für den Unterricht fest-

gesetzt wurden; als Vorbereitung eines kompetenzbasierten Unterrichts wurden die zu entwickelnden Gebiete angegeben. In den neunziger Jahren wurde auch die frühere starre Unterrichtsstruktur geändert: nach vier Klassen (oder 6 Klassen) der achtjährigen allgemeinbildenden Schule kann auch ein achtjähriges bzw. sechsjähriges Gymnasium gewählt werden, wobei aber auch die vierjährigen Mittelschulen weiterhin bestehen.

Mit dem NAT in 2003 und den weiteren Lehrplanrevisionen wurden die rechtlichen Rahmen eines kompetenzorientierten Unterrichts festgesetzt; für die Verwirklichung wurden Rahmenlehrpläne und lokale Lehrpläne (in den Schulen) angefertigt. Der neue Lehrplan in 2012 beinhaltet nicht nur eine ausführliche Beschreibung der relevanten Kompetenzen, sondern auch wiederum das obligatorische Lehrmaterial für die ersten 10 Klassen. Zum Lehrplan gehören auch zentrale Rahmenlehrpläne für die verschiedenen Schultypen und auch für die Klassen mit speziellen Ausbildungszielen.

Im Mathematikunterricht und seiner Didaktik hat auch das letzte Jahrzehnt viel Neues gebracht, mit vielen positiven Zügen der Unterstützung einerseits des Unterrichtes und der Lehrer, andererseits der didaktischen Forschungen.

Zitierte Literatur

- Beke, M. (1896): *Vezérkönyv a népiskolai számtani oktatáshoz*. [Leitfaden für den Arithmetikunterricht in Volksschulen, ung.], Budapest.
- Beke, M., Mikola, S. (1909): *A középiskolai matematikai tanítás reformja*. Budapest, 1909; [Abhandlungen über die Reform des mathematischen Unterrichts in Ungarn, Teubner, 1911]
- Deák, E. (2002): Die besondere Verflechtung der mathematischen Forschung, des Mathematik-Unterrichts und der Mathematikdidaktik Ungarns im 19. und 20. Jahrhundert, *Mitteilungen der GDM*, Nr. 74.
- Freudenthal, H. (1973): *Mathematik als Pädagogische Aufgabe*, Klett
- Gosztonyi, K. (in press), Mathematical Culture and Mathematics Education in Hungary in the XXst century. In. B. Larvor (Ed.), *Mathematical Cultures*. Basel: Springer Birkhäuser.
- Kántor, T. (2014): Arcképek a 20. század magyar matematikusairól: Beke Manó, [Porträts über ungarischen Mathematiker im 20. Jh.: Emmanuel Beke, ung.] *Polygon*, 22 (1.-2), 3-20
- Kovács, L.(2006): Teacher László Rátz, In. Némethné, P.K.: Rátz László tanár úr, [Der Lehrer László Rátz, ung.], *Studia Physica, Savariensia XIII*. Szombathely 68-74
- Oláhné, E. M. (1977): Az 1777-es Ratio Educationis *A Matematika Tanítása*, 3. 75-79
- Szénássy, B. (1970): *A magyarországi matematika története*, Akadémiai K., Budapest
- Varga, T. (1975): *Komplex matematikatanítás, kandidátusi alkotás ismertetése* [Komplexer Mathematikunterricht, Habilitationsschrift, ung.], (Manuskript)
- Wittmann, E. Ch. (1981): *Grundfragen des Mathematikunterrichts*, Vieweg