

Olaf KNAPP, Weingarten

## **Dynamische Raumgeometrie-Systeme für die Schule?**

Dynamische Raumgeometrie-Systeme (DRGS) können als Werkzeuge eine aktive Auseinandersetzung mit raumgeometrischen Inhalten in der Schule unterstützen. Exemplarisch kann hier die Erhöhung der Selbsttätigkeit der Lernenden, Interaktivität Lernende-Medium, Unterstützung und Schulung des Raumvorstellungsvermögens, Dynamische Visualisierung raumgeometrischer Phänomene und das Lösen raumgeometrischer Aufgabenstellungen angeführt werden. Dabei sind für den Einsatz solcher Systeme in allgemeinbildenden Schulen im deutschen Sprachraum grundlegende Beschränkungen zu berücksichtigen. U.a. aufgrund der verfügbaren Ressourcen wären hier bspw. personelle, organisatorische oder technische wie adäquate Ein- und Ausgabegeräte oder eine deutsche Benutzeroberfläche etc. (Knapp 2011 und 2013 a; Schumann 2007) zu nennen.

Werden jedoch DRGS in der deutschsprachigen Mathematikdidaktik diskutiert, scheint in Ermangelung einer entsprechenden Definition Unsicherheit über diesen Begriff und die Abgrenzung von DRGS zu anderen Raumgeometrieprogrammen zu bestehen. Demgegenüber grenzt Knapp 2014 a DRGS als eigene für den schulischen Einsatz konzipierte Programmgestaltung/-klasse gegenüber anderen in Computerumgebungen ausführbaren Raumgeometrieprogrammen ab. Er gibt *Raumszenarie-*, *Zugmodi-*, *Konstruktionsparadigma* und *Gebrauchstauglichkeit* als Minimalkriterien einer DRGS konstituierenden Begriffsbestimmung an (vgl. ebd.). „Will man DRGS nach der ISO/IEC 2382 (ISO 2014) kategorisieren, soll darunter nicht eingebettete, standardisierte Anwendungssoftware, welche den Benutzer allgemeinbildender Schulen schwerpunktmäßig beim Erlernen von synthetischer Raumgeometrie unterstützt, verstanden werden.“ (ebd., 3). Aufgrund des in allgemeinbildenden Schulen nach wie vor gebräuchlichen Graphical User Interfaces (GUI) als dominierendem Interaktionsparadigma „Mensch-Computer“ wird mit Filler 2007 auf die Bedeutung der für Anwender\_innen meist nicht direkt sichtbaren Verwendung analytischer Methoden (vgl. ebd., 2) hingewiesen. Die hinter der grafischen Benutzeroberfläche steckende Softwaretechnik wird von Nutzer\_innen in der Schule als gegebene und systemintern reibungslos ablaufende „Black Box“ angenommen und erwartet. In diesem Kontext sind sowohl die Grenzen zu analytischen Raumgeometrie-Systemen als auch jene zwischen Analytischer und Synthetischer Geometrie fließend.

Allerdings ist schon im Rahmen des Zugmodiparadigmas zu konstatieren, dass mindestens das Zoomen, Drehen, Wandern in und Verschieben der Raumszenerie sowie das Verziehen geometrischer Objekte oder Objektgruppen in der Raumszenerie (vgl. Knapp 2013 b) verschiedene Modi darstellen. „Der Zugmodus“ von für die Ebene konzipierten „Dynamischen Geometrie-Systemen“/„DGS“ lässt sich demnach nicht ohne weiteres auf DRGS analogisieren. In einigen Fällen verbietet er sich gänzlich. Entsprechende Veröffentlichungen über DRGS mit Aktualitätsanspruch sollten überkommene Definitionen über „den Zugmodus“ korrigieren und bezüglich Zugmodi und entsprechender Unterarten (vgl. ebd.) erweitern.

Für eine konkrete und intuitive Nutzung DRGS durch Schüler\_innen im Rahmen des GUI (Knapp 2011) bedarf jeder Zugmodus für sich einer schülergerechten, eindeutigen Belegung mittels entsprechender Eingabemuster. Bei der zurzeit in allgemeinbildenden Schulen gegebenen Ressourcenverfügbarkeit inklusive handelsüblicher 2D-Computermäuse schlägt Knapp (2013 b, 28 f.) nach einer vergleichenden Analyse standardisierte Belegungen via entsprechender Eingabeschemata vor und führt diese ebd. begründet aus. Die alleinige „Marktbeherrschung“ eines DRGS als Kriterium eines Schemas in den DRGS definierenden Bereichen und dadurch einen „De-Facto-Standard“ setzend sieht er kritisch. Da indes substantielle (Weiter-)Entwicklungen nachstehender DRGS außer von GeoGebra 5 und bedingt GEUP 3D in den letzten Jahren erlahmten, steht dies unter dem Gesichtspunkt einer didaktischen Mehrwertgenerierung zu befürchten.

Im Vortrag wurde anhand mehrstufiger theoretischer Analysen bezüglich Raumszenerie-, Zugmodi- und Konstruktionsparadigma herausgearbeitet, dass viele Programmdistributoren für sich in Anspruch nehmen DRGS anzubieten, jedoch nur fünf der zwölf vorgestellten Programme als DRGS im obigen Sinne bezeichnet werden können. Diese Aussage wurde durch empirische Untersuchungen mit 141 Schüler\_innen der siebten und achten Jahrgangsstufe im Rahmen quasi-experimenteller Untersuchungspläne mit Kontrollvariablen mittels einer einfachen raumgeometrischen Konstruktion gestützt. Demnach können Archimedes Geo3D, Cabri 3D, GeoGebra 5, Geoplan-Geospace und GEUP 3D mit ihren raumgeometrischen Anteilen als DRGS mit deutscher Benutzeroberfläche angesehen werden (vgl. Knapp 2015).

In einer differenzierten Funktionalitätsanalyse mit in 15 Hauptkategorien subsummierten 527 Einzelkriterien unter Berücksichtigung quantitativer und qualitativer Daten wurden obige DRGS miteinander verglichen (vgl. ebd., 273 ff.). Zusammenfassend wurde festgestellt, dass kein DRGS auch nur in einer Hauptkategorie gemäß dem Kriterienkatalog von Knapp

2014 b über ein vollständig ausgestattetes Werkzeugangebot verfügt. Dennoch werden bereits jetzt die Hauptkategorien „Räumliche Grund- und Postulatkonstruktionen“ und „Mess- und Berechnungsfunktionen“ von den vorgenannten DRGS hinreichend gut für die Schulpraxis erfüllt. Die Hauptkategorien „Ortsflächen und Rotationskörper“ und „Exportfunktionen“ werden bisher von keinem DRGS in akzeptabler Weise als unmittelbar ausführbare Werkzeuge im System für Noviz\_innen angeboten.

Anhand schulpraktikabler Beispiele wurde verdeutlicht, wie DRGS gegenwärtig im Rahmen aktueller Curricula und Prüfungen in der Sekundarstufe I und II eingesetzt werden könn(t)en. Wir geben hier einige ausgewählte Beispiele des Vortrages wieder: Körpernetze eines Würfels konstruieren, diese auf- und abfalten und zoomen, Pyramiden durch Ebenenlineale schneiden, dadurch Pyramidenstümpfe konstruieren und anschließend ihre Netze visualisieren und manipulieren, senkrechte quadratische Pyramiden in rechtwinklige Dreiecke zerlegen, im Raum drehen und einzelne Bestimmungsstücke „herausgreifen“ um den Satz des Pythagoras „im Raum“ zu behandeln, Messungen und Berechnungen an Pyramiden vornehmen, diese Konstruktionen variieren und nutzerdefinierte Ausgabeschemata beobachten und ablesen, interaktives Lösen zweier aktueller Abituraufgaben des Jahres 2015 aus Baden-Württemberg zum Darstellen, Bestimmen und Zeigen dreidimensionaler Problemstellungen durch raumgeometrische Konstruktionen.

Ferner wurden im Vortrag einige ausgewählte Problemkreise bei der Erforschung DRGS für die Schule aufgeworfen. Wir nennen hier bspw. Überlegungen zur Existenz eines Werkzeuges und seines konkreten schulpraktikablen Einsatzes, zur Fülle der Werkzeugangebote und dem Auffinden der „passenden“ Werkzeuge durch Lernende, zum didaktischen Mehrwert von DRGS (bspw. beim raumgeometrischen Konstruieren), bezüglich „Umwege“ als didaktische Chance (etwa durch Werkzeugkombinationen oder schlussfolgerndes Denken) oder zum (empirischen) Vergleich DRGS (u.a. raumgeometrisches Konstruieren) etc.

## **Fazit**

Prinzipiell existieren aktuell fünf DRGS, welche für das **raumgeometrische Konstruieren** in der Schule geeignet sind. Diese bieten zahlreiche weitere Möglichkeiten im Rahmen aktueller Curricula didaktische Mehrwerte zu generieren und können zur Bereicherung des schulischen Raumgeometrieunterrichts beitragen. Sie bieten ferner mannigfaltige Potentiale, eine Erhöhung raumgeometrischer Inhalte und Anteile an mathematischen Curricula zu induzieren.

Beim momentanen Entwicklungsstand ist kein DRGS vollständig für den generellen schulpraktischen Einsatz im Geometrieunterricht geeignet. Dennoch ist bereits jetzt ein punktueller Einsatz möglich und nötig, so Schüler\_innen im Mathematikunterricht im Umgang mit und durch aktuelle geometrische Werkzeuge geschult werden sollen. Hierzu sind weitere schulpraktische Erprobungen und empirische Untersuchungen erforderlich. Diese wurden vom Autor mit Schüler\_innen der Sekundarstufe I durchgeführt und werden derzeit ausgewertet. In den kommenden „Beiträgen zum Computereinsatz in der Schule“ soll darüber und den weiteren Fortgang des Forschungsprojektes „Vergleichende Analysen DRGS für die Schule“ berichtet werden.

Für eine dauerhafte Integration in den schulischen Mathematikunterricht ist neben dem administrativen Willen eine Implementierung in die Aus- und Weiterbildung der Lehrkräfte unerlässlich.

## Literatur

- Filler, A. (2007). *Einbeziehung von Elementen der 3D-Computergrafik in den Mathematikunterricht der Sekundarstufe II im Stoffgebiet Analytische Geometrie*. Habilitationsschrift. Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin. (<http://www.mathematik.hu-berlin.de/~filler/3D/habilita/Filler-Habilitation.pdf>; 20.03.2016).
- Knapp, O. (2011). Voraussetzungen für die Nutzung von DRGS im Unterricht. In Filler, A., Ludwig, M. & Oldenburg, R. (Hrsg.). *Werkzeuge im Geometrieunterricht*. Vorträge auf der 29. Herbsttagung des Arbeitskreises Geometrie in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 10. bis 12 September 2010 in Marktbreit. Hildesheim: Franzbecker, 53-72.
- Knapp, O. (2013 a). Notwendiges und Wünschenswertes für den schulischen Einsatz von Dynamischen Raumgeometrieprogrammen, *Beiträge zum Computereinsatz in der Schule*, 27 (1), 49-56.
- Knapp, O. (2013 b). Vergleich verschiedener Zugmodiarten ausgewählter Dynamischer Raumgeometrieprogramme. *Beiträge zum Computereinsatz in der Schule*, 27 (1), 1-36.
- Knapp, O. (2014 a). Zum aktuellen Forschungsstand vergleichender Analysen Dynamischer Raumgeometrie-Systeme für die Schule. *Beiträge zum Computereinsatz in der Schule*, 28 (1/2), 1-12.
- Knapp, O. (2014 b). Vergleichende Analysen ausgewählter Dynamischer Raumgeometrie-Systeme hinsichtlich ihrer Funktionalität. *Beiträge zum Computereinsatz in der Schule*, 28 (1/2), 73-101.
- Knapp, O. (2015). *Dynamische Raumgeometrie-Systeme für die Schule*. Dynamic 3D geometry systems for learning and instruction. Norderstedt: Books on Demand.
- Schumann, H. (2007). *Schulgeometrie im virtuellen Handlungsraum*. Ein Lehr- und Lernbuch der interaktiven Raumgeometrie mit Cabri 3D. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.