

Jana BEITLICH, Kristina REISS, München

Blickbewegungen von Studierenden auf Text und Bild beim Lesen mathematischer Beweise

Theoretischer Hintergrund und Fragestellung

In vielen universitären Lehrbüchern im Fach Mathematik werden Abbildungen eingesetzt, die das Verständnis für die Inhalte erleichtern sollen. Kognitionspsychologische Theorien zum multimedialen Lernen geben Erklärungen, warum das sinnvoll sein kann (z. B. Mayer, 2001; Schnotz & Bannert, 2003). Schnotz und Bannert (2003) unterscheiden in ihrem Modell zum integrativen Text-Bild-Verständnis deskriptionale (z. B. Text, mathematische Formel) und depiktionale (z. B. Abbildung, Diagramm) Repräsentationen. Externe deskriptionale und externe depiktionale Repräsentationen führen beim Lesen respektive Betrachten zu beidem, internen depiktionalen und internen deskriptionalen Repräsentationen, es finden somit Interaktionen zwischen den Repräsentationsformen statt. Beim Lesen von Text, der ergänzende Abbildungen enthält, scheint es somit sinnvoll zu sein, Informationen aus dem Text und der Abbildung zu integrieren, das heißt zwischen den Repräsentationsformen hin und her zu springen.

Die Kombination aus Text und Abbildungen in Lernmaterial scheint besonders unter bestimmten Voraussetzungen für den Lernprozess förderlich zu sein (z. B. bei eher geringem Vorwissen der Lernenden). Unter bestimmten Bedingungen könnte diese Kombination aber eher hinderlich sein (z. B. wenn die Abbildung nachträglich, getrennt vom Text gezeigt wird). Im Bereich der Mathematik gibt es keine umfassende empirische Forschung zu Effekten der Text-Bild-Kombination (Atkinson, 2005), es ist also nicht klar, ob die Ergebnisse aus der Forschung zur Text-Bild-Kombination auf die Mathematik übertragen werden können.

Mathematik wird an der Universität oft gelehrt im Schema Definition – Satz – Beweis. Das Lesen und damit verbunden Verstehen von Beweisen sind somit (neben dem Führen von Beweisen) zentrale Aktivitäten im Mathematikstudium (Mejia-Ramos & Inglis, 2009). In den letzten Jahren ist das Forschungsinteresse am Lesen mathematischer Beweise gestiegen, dennoch gibt es in diesem Bereich relativ wenig Forschung. Insbesondere zum Lesen, um die Beweise zu verstehen (im Gegensatz zum Lesen, um zu prüfen, ob die Beweise gültig sind oder sie zu bewerten) zeichnet sich noch Forschungsbedarf ab. Hierauf liegt der Fokus dieses Beitrags.

Der Umgang mit mathematischen Beweisen ist für viele Studierende, insbesondere in der Studieneingangsphase, eine große Herausforderung. Eine

interessante Fragestellung, die daraus resultiert, lautet, ob Abbildungen das Verständnis von mathematischen Beweisen unterstützen können und inwiefern Ergebnisse zum multimedialen Lernen auf die Mathematik bzw. den Teilbereich mathematische Beweise übertragen werden können. Da mathematische Objekte abstrakt sind und weil Visualisierungen zwar helfen können, Zusammenhänge zu verstehen, jedoch nicht ausreichend für einen formalen Beweis sind, ist diese Fragestellung von großer Relevanz. Um den Fragen nachzugehen, ist es sinnvoll, zuvor zu untersuchen, ob Studierende das Angebot der Abbildung tatsächlich annehmen, das heißt ob sie die Abbildung überhaupt beachten. Dass dies nicht trivial ist, zeigt eine Studie von Dewolf, Van Dooren, Hermens und Verschaffel (2015), in der Studierende die zusammen mit mathematischen Textaufgaben präsentierten Abbildungen kaum betrachteten.

Eine wachsende Zahl an Studien nutzt die Methode Eye Tracking erfolgreich, um Strategieranwendung bei mathematischen Aufgabenstellungen zu erforschen, auch im Zusammenhang mit multimedialem Lernen (Van Gog & Scheiter, 2010). Mithilfe von Eye Tracking können Blickbewegungen sichtbar gemacht werden. Der Auswertung und Interpretation von Blickbewegungen liegen zwei Hypothesen zugrunde: Die Immediacy Hypothese sagt aus, dass die Verarbeitung von Informationen unmittelbar stattfindet, die Eye-mind Hypothese besagt, dass Menschen hauptsächlich die Information verarbeiten, auf die sie gerade blicken (Just & Carpenter, 1980).

Die hier beschriebene Studie untersucht die Frage, ob Studierende Abbildungen betrachten, die gemeinsam mit mathematischen Beweisen dargeboten werden während die Studierenden die Beweise lesen, um sie zu verstehen. Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer werden basierend auf ihren mathematischen Vorkenntnissen in zwei Gruppen eingeteilt, um zu untersuchen, ob die Blickbewegungen auf den Text und die Abbildung vom Vorwissen abhängen.

Methode

An der Studie nahmen 19 Studierende (6 weiblich) teil, deren Durchschnittsalter 23,3 Jahre betrug ($SD = 3,3$). Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer studierten in unterschiedlichen Studiengängen, jedoch belegten alle verpflichtende Mathematikvorlesungen. Nachdem sie einen Fragebogen zu demographischen Daten ausgefüllt hatten, lösten sie einen Mathematiktest. Anschließend lasen die Studierenden an einem Computerbildschirm, der mit einem Eye Tracker verbunden war, drei Items, mit dem Auftrag, den jeweiligen Beweis möglichst gut zu verstehen. Jedes Item bestand aus einem Satz, seinem Beweis und einer Abbildung, die zwischen Satz und Be-

weis platziert war und keine zusätzlichen Informationen außer den im Beweistext präsentierten enthielt. Die Items waren entnommen aus typischen Lehrbüchern für Studienanfängerinnen und -anfänger. Nach jedem Item beantworteten die Teilnehmerinnen und Teilnehmer eine offene Frage zum jeweiligen Beweis und notierten die Hauptidee des Beweises (auf beides wird in diesem Beitrag nicht weiter eingegangen).

Analysiert wurde die an der Lesezeit relativierte Verweildauer der Studierenden auf die Bereiche Beweistext und Abbildung. Ferner wurde die Reihenfolge der Blicke auf die beiden Bereiche ausgewertet.

Basierend auf ihrem Studiengang, der Semesterzahl und der erreichten Punktzahl im Mathematiktest wurden die Studierenden der Gruppe mit geringem (12 Personen) oder hohem (7 Personen) Vorwissen zugeteilt.

Ergebnisse

Die beiden Bereiche Beweistext und Abbildung wurden von allen Studierenden betrachtet, insbesondere die Abbildung wurde also von allen Personen beachtet. Der Beweistext wurde länger betrachtet als die Abbildung: Durchschnittlich verbrachten die Studierenden 18% ihrer Lesezeit auf der Abbildung und 71% auf dem Beweistext.

Alle Studierenden lasen zuerst den Satz. Die meisten betrachteten anschließend die Abbildung und fingen dann an, den Beweistext zu lesen, was der Anordnung der Items entspricht. Die übrigen Personen fingen nach dem Satz zunächst an den Beweistext zu lesen bevor sie das erste Mal die Abbildung betrachteten. Fast alle Studierenden (bis auf eine Person) sprangen zwischen dem Beweistext und der Abbildung hin und her, was auf ein Integrieren der Informationen aus beiden Repräsentationsformen hindeuten kann.

Differenziert nach Vorwissen zeigten die Analysen lediglich eine sehr schwache Tendenz dahingehend, dass Studierende mit geringerem Vorwissen durchschnittlich etwas länger als Studierende mit höherem Vorwissen die Abbildung betrachten (19% vs. 16%), wohingegen sie den Beweistext kürzer betrachten (70% vs. 72%). Außerdem sprangen die Studierenden mit niedrigem Vorwissen öfter zurück zur Abbildung als diejenigen mit hohem Vorwissen.

Diskussion

Die Ergebnisse der hier beschriebenen Studie bestätigen die Ergebnisse einer Untersuchung von Beitlich und Reiss (2014) mit Akademikern mit hoher Expertise in Mathematik. Auch in weiteren Studien mit ähnlichem Design konnten übereinstimmende Ergebnisse gefunden werden. Die sehr

schwache Tendenz, dass sich Studierende mit unterschiedlichem Maß an Vorwissen in ihren Blickbewegungen unterscheiden, muss in zusätzlichen Studien untersucht werden.

Die Studie liefert Einblicke in multimediales Lernen im Bereich der Mathematik. Die Frage, inwiefern Ergebnisse, die psychologische Theorien zum multimedialen Lernen liefern, auf die Mathematik übertragen werden können, insbesondere auf mathematische Beweise, kann an dieser Stelle nicht endgültig beantwortet werden und bedarf weiterer Forschung.

In einer zurzeit stattfindenden Studie werden zusätzlich zu Abbildungen (informale) Beweisideen in die Items integriert, das heißt vor dem eigentlichen, formalen Beweis wird die Hauptidee des Beweises beschrieben. Dieser Ansatz findet sich ebenfalls in Lehrbüchern, der Einfluss auf das Beweisverständnis ist aber ebenso unklar wie die Frage, ob Studierende diese Beweisideen überhaupt betrachten. Ferner wird analysiert, ob mathematische Symbole tatsächlich, wie von Schnotz und Bannert (2003) vorgeschlagen, wie Text verarbeitet werden oder hier separiert werden muss.

Langfristig kann diese Art von Studien dazu beitragen, das Design von universitären Lehrmaterialien zu verbessern.

Literatur

- Atkinson, R. K. (2005). Multimedia Learning of Mathematics. In R. E. Mayer (Ed.), *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (pp. 49-69). Cambridge: Cambridge University Press.
- Beitlich, J., & Reiss, K. (2014). Das Lesen mathematischer Beweise – Eine Eye Tracking Studie. In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 157-160). Münster: WTM-Verlag.
- Dewolf T., Van Dooren, W., Hermens, F., & Verschaffel, L. (2015). Do students attend to representational illustrations of non-standard mathematical word problems, and, if so, how helpful are they? *Instructional Science*, 43(1), 147-171.
- Just, M. A., & Carpenter, P. A. (1980). A Theory of Reading: From Eye Fixations to Comprehension. *Psychological Review*, 87(4), 329-354.
- Mayer, R. E. (2001). *Multimedia learning*. New York: Cambridge University Press.
- Mejia-Ramos, J. P., & Inglis, M. (2009). Argumentative and proving activities in mathematics education research. In F.-L. Lin, F.-J. Hsieh, G. Hanna, & M. de Villiers (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 19 conference: Proof and Proving in Mathematics Education, Vol. 2* (pp. 88-93). Taiwan: The Department of Mathematics, National Taiwan Normal University Taipei.
- Schnotz, W., & Bannert, M. (2003). Construction and interference in learning from multiple representation. *Learning and Instruction*, 13(2), 141-156.
- Van Gog, T., & Scheiter, K. (2010). Eye tracking as a tool to study and enhance multimedia learning. *Learning and Instruction*, 20(2), 95-99.