

Eva SATTLBERGER, Wien, Jan STEINFELD, Wien Regina BRUDER, Darmstadt, Tina HASCHER, Bern, Torsten LINNEMANN, Basel, Hans-Stefan SILLER, Koblenz

Ergebnisse der Österreichischen Matura 2015 aus der Perspektive des Kompetenzstufenmodells O-M-A

Kompetenzstufen in Kompetenzmodellen im deutschsprachigen Raum sind bislang eher vage formuliert (vgl. AECC 2008; Ehmke et al. 2006; HarmoS 2011; KMK 2012) und werden üblicherweise anhand empirischer Aufgabenschwierigkeiten definiert. Das Projekt O-M-A-Kompetenzstufenmodellierung (vgl. Siller et al 2016a) wählte einen anderen Zugang: Es orientierte sich an fachdidaktischen Erkenntnissen und Kriterien. Zur „Vorab-Einschätzung“ der Aufgabenschwierigkeiten einzelner Items für die standardisierte schriftliche Mathematik-Reifeprüfung (sRPM) an höheren Schulen in Österreich wurde hierzu ein theoretisch fundiertes Modell entwickelt. Im Folgenden werden erste Ergebnisse zur empirischen Validierung des Modells vorgestellt.

Das Modell

Die Konstruktion der Stufen im O-M-A-Kompetenzstufenmodell (vgl. Siller et al. 2013, 2014; Linnemann et al. 2015) erfolgte in Anlehnung an Meyer (2012) und in Verbindung mit Erkenntnissen der von Lompscher (1985) weiterentwickelten Tätigkeitstheorie zu Lernhandlungen. Das Modell unterscheidet drei Handlungsaspekte – Operieren, Modellieren, Argumentieren – und vier Niveaustufen (zum theoretischen Hintergrund vgl. Siller et al. 2016a). Die Einstufung gemäß dem O-M-A-Modell sei beispielhaft anhand einer Aufgabe aus der schriftlichen Reifeprüfung im Mai 2015 in Österreich verdeutlicht (für eine eingehendere Erläuterung der Aufgaben und ihrer Einstufung siehe auch Siller et al. 2016b):

Kredit

Ein langfristiger Kredit soll mit folgenden Bedingungen getilgt werden: Der offene Betrag wird am Ende eines jeden Jahres mit 5 % verzinst, danach wird jeweils eine Jahresrate von € 20.000 zurückgezahlt.

Aufgabenstellung:

y_2 stellt die Restschuld nach Bezahlung der zweiten Rate zwei Jahre nach Kreditaufnahme dar,
 y_3 die Restschuld nach Bezahlung der dritten Rate ein Jahr später.
Stellen Sie y_3 in Abhängigkeit von y_2 dar!

$y_3 =$ _____

Abbildung 1: Aufgabe 15 (vgl. BIFIE 2015)

Einstufung M1, Lösungsquote 57,96 %, 12. Schulstufe

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

Diese Aufgabe wird im O-M-A-Modell der *Stufe M1* (vgl. Siller et al 2016b) zugeordnet. Diese Stufe wird durch das „Identifizieren bzw. Realisieren eines Darstellungswechsels zwischen Kontext und mathematischer Repräsentation und umgekehrt“ beschrieben.

Die Validierung

Derzeit wird an einer empirischen Validierung des Modells gearbeitet. Zur ersten Analyse dienten Daten, die im Rahmen von Pilotphasen zur österreichischen standardisierten schriftlichen Abschlussprüfungen gesammelt werden konnten (vgl. Siller et al. 2014). Die nachfolgenden Analysen basieren auf den Daten der ersten flächendeckenden sRPM, welche im Mai 2015 (Schuljahr 2014/15) durchgeführt wurde. Insgesamt liegen Daten von 17.450 Kandidatinnen und Kandidaten vor. In der Prüfung werden zwei Aufgabentypen unterschieden – sog. Teil-1-Aufgaben, die „auf die im Konzept zur schriftlichen Reifeprüfung angeführten Grundkompetenzen fokussieren“ (vgl. BIFIE 2013, S. 23), und Typ-2-Aufgaben, die „Anwendung und Vernetzung der Grundkompetenzen in definierten Kontexten und Anwendungsbereichen“ (vgl. BIFIE 2013, S. 23) berücksichtigen.

In einem ersten Schritt wurden sowohl Teil 1- als auch Teil 2-Aufgaben in einem gemeinsamen faktoranalytischen Modell analysiert. Da es sich um dichotome Daten handelt, wurde das klassische Modell mit tetrachorischen Korrelationsmatrizen berechnet. Alle Analysen wurden mit der freien Statistiksoftware R (R Core Team 2015) und dem Programmpaket lavaan (vgl. Rosseel 2012) mit Schätzungen nach Mplus durchgeführt. Das erste gemeinsame Modell zeigt, dass sich diese beiden Aufgabenarten nicht wie erwartet empirisch überzeugend zu den a priori definierten inhaltlichen Dimensionen zuordnen lassen. Aus diesem Grund wurden in einem nächsten Schritt die homogeneren Teil 1-Aufgaben in einem explorativen Modell näher betrachtet. Empirisch zeigte sich hierbei, dass ein Modell mit drei Faktorstufen am besten zu passen scheint (dies wurde sowohl anhand des Eigenwertkriteriums als auch dem klassischen Screeplot bestimmt).

Bei der Modellierung der Daten zeigte sich ein immer ähnliches Muster: Damit das Modell identifizierbar war, mussten entweder die Korrelationen zwischen den einzelnen O-M-A-Dimensionen zugelassen oder fixiert werden. Wurden die Korrelationen frei geschätzt, waren diese allerdings sehr hoch. Ein Grund könnte sein, dass die Aufgaben von der Struktur und dem Schwierigkeitsgrad (zu) ähnlich waren und für die empirische Modellierung zu wenig Varianz aufweisen. Ein anderer Grund ist darin zu sehen, dass diese Aufgaben nicht ursprünglich nach dem Modell entwickelt wur-

den und somit nicht den prototypischen Charakter aufweisen, der für eine empirische Validierung notwendig wäre.

Erste vielversprechende Ergebnisse konnten auf Basis der Teil 1-Aufgaben dennoch gesammelt werden. Für eine differenzielle Analyse wurden zunächst nur die Aufgaben der inhaltlichen Dimensionen Algebra und Analysis betrachtet. Hierbei zeigte sich, dass das explorative Modell fast vollständig den a priori zugeordneten Dimensionen entsprach (vgl. Abb. 2) – $\chi^2 = 189.223 (43)$, $p < .001$; CFI = .989; RMSEA = .014 [90% CI = 0.012, 0.016] – und somit Operieren von Modellieren getrennt werden konnte.

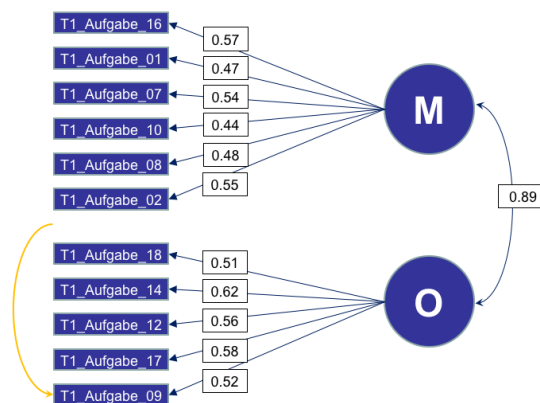


Abbildung 2: zweidimensionales Modell mit Zuordnung der Aufgaben zu den zwei Dimensionen Modellieren und Operieren. Im Datensatz lagen zur Aufgabenauswahl keine Aufgaben zum Argumentieren vor. Ausschließlich Aufgabe_09 (vgl. BIFIE 2015) wurde im explorativen Modell empirisch einer anderen Dimension (Modellieren) zugeordnet und nachträglich der Dimension Operieren zugeteilt.

Ausblick

Das O-M-A-Kompetenzstufenmodell wird weiter analysiert. Insbesondere ist die Stabilität der Faktorenstruktur zu überprüfen. Als empirische Grundlage dienen sowohl die Daten aus dem Haupttermin der sRPM im Jahr 2015 sowie die im Mai 2016 eingehenden Daten der nächsten sRPM. Das O-M-A-Modell soll künftig nicht nur Vergleichbarkeit der Prüfungsaufgaben ermöglichen sondern auch Orientierung sowohl für das Anspruchsniveau der Leistungsbeurteilung im Unterrichtsalltag als auch für ein breit gefächertes Lernangebot für den Unterricht liefern.

Literatur

- AECC (Hrsg.) (2008). Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe. Version 4/07. Klagenfurt: Institut für Didaktik der Mathematik. Fakultät für interdisziplinäre Forschung und Fortbildung der Alpen-Adria-Universität.
- BIFIE (Hrsg.) (2013). Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik. Inhaltliche und organisatorische Grundlagen zur Sicherung mathematischer Grund-

- kompetenzen . Wien. Verfügbar unter: <https://www.BIFIE.at/node/1442> [22.03.2016].
- BIFIE (Hrsg.) (2015). Haupttermin 2014/15. Wien. Verfügbar unter: <https://www.bifie.at/node/3014> [22.03.2016].
- Ehmke, T., Leiss, D., Blum, W. & Prenzel, M. (2006). Entwicklung von Testverfahren für die Bildungsstandards Mathematik. In *Unterrichtswissenschaft*, 34(3), S. 220–238.
- HarmoS (2011). Grundkompetenzen für die Mathematik. Nationale Bildungsstandards. Freigegeben von der EDK-Plenarversammlung.
- KMK (2012). Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife. Verfügbar unter: <http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungenbeschluesse/2012/20121018-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf> [22.03.2016].
- Linnemann, T., Siller, H.-S., Bruder, R., Hascher, T., Steinfeld, J., & Sattlberger, E. (2015). Kompetenzmodellierung am Ende der Sekundarstufe II. In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten, C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. S. 588–591. Münster: WTM.
- Lompscher, J. (1985). *Persönlichkeitsentwicklung in der Lerntätigkeit*. Berlin: Volk u. Wissen.
- Meyer, H. (2012). *Leitfaden Unterrichtsvorbereitung*. 6. Auflage, Berlin: Cornelsen Scriptor.
- R Core Team (2015): *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Verfügbar unter: <https://www.R-project.org/> [22.03.2016].
- Rosseel, Y. (2012): *lavaan: An R Package for Structural Equation Modeling*. *Journal of Statistical Software*, 48(2), S. 1–36. Verfügbar unter: <http://www.jstatsoft.org/v48/i02/> [22.03.2016].
- Siller, H.-S., Bruder, R., Hascher, T., Linnemann, T., Steinfeld, J., & Schodl, M. (2013). Stufenmodellierung mathematischer Kompetenz am Ende der Sekundarstufe II. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013*. S. 950–953. Münster: WTM.
- Siller, H.-S., Bruder, R., Hascher, T., Linnemann, T., Steinfeld, J., & Sattlberger, E. (2014). Stufung mathematischer Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe II – eine Konkretisierung. In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014*. S. 1135–1138. Münster: WTM.
- Siller, H.-St.; Bruder, R.; Hascher, T.; Linnemann, T.; Steinfeld, J.; Sattlberger, E. (2016a). Competency level modelling for school leaving examination. K. Krainer; N. Vondrová (Eds.). *CERME 9 - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Feb 2015, Prague, Czech Republic. S. 2716–2723. *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. <hal-01289473>
- Siller, H.-S.; Bruder, R.; Hascher, T.; Linnemann, T.; Steinfeld, J.; Sattlberger, E. (2016b): Kompetenzstufenmodell zu Reifeprüfungsaufgaben und deren Eignung für einen kompetenzorientierten Mathematikunterricht. In: S. Keller & C. Reintjes (Hg.), *Aufgaben als Schlüssel zur Kompetenz – Didaktische Herausforderung, wissenschaftliche Zugänge und empirische Befunde*. im Druck. Münster: Waxmann-Verlag.