

Erich Ch. WITTMANN, Dortmund

Das Konzept der Software „Plättchen & Co. digital. 6x6 Module für die Grundschule“

Die Entwicklungsforschung im Projekt Mathe 2000+ zielt darauf ab, ein mathematisch fundiertes Curriculum zu entwickeln und durch ausgearbeitete Lernumgebungen flächendeckend zu konkretisieren. Meilenstein auf diesem Weg ist das „Handbuch produktiver Rechenübungen“ (Wittmann & Müller 1990/1992). Für die Neufassung dieses Werkes, die 2017 erscheinen wird, wurde die Einbeziehung digitaler Medien beschlossen. In diesem Beitrag wird die dafür entwickelte Software vorgestellt (Wittmann & Müller 2016).

1. Didaktische Grundlagen

Die Mathematik ist eine *quasi-empirische* Wissenschaft, da sich mathematische Objekte so darstellen (repräsentieren) lassen, dass man sie wie reale Objekte experimentell untersuchen kann. Erkenntnisse werden dadurch gewonnen, dass man an den „greifbar gemachten“ Objekten Operationen vornimmt, die Wirkungen dieser Operationen studiert und diese Wirkungen für exakte Begründungen nutzt. Dieses „operative Prinzip“ beruht auf der genetischen Epistemologie und Psychologie von Jean Piaget (1896 – 1980). Hans Aebli (1923 – 1990) hat in seiner psychologischen Didaktik Piagets Ideen für den Unterricht erschlossen. Arnold Fricke ist es zu verdanken, dass sie in der Mathematikdidaktik Fuß gefasst haben. Im Anschluss daran hat eine Reihe von Autoren das operative Prinzip weiter ausgearbeitet und auf viele Inhaltsbereiche übertragen (Wittmann 1987, Wittmann 2014).

Folgende Zahldarstellungen spielen im Konzept von Mathe 2000+ eine tragende Rolle (Wittmann 1998):

Zwanzigerraum:

Wendeplättchen, Fünfer- und Zehnerstreifen, Zwanzigerfeld, Zwanzigerreihe, Wendekärtchen, Einspluseinstafel

Hunderterraum:

Hunderterfeld mit Zahlenwinkel, Punkt/Balkendarstellung, Hundertertafel, Hunderterreihe, Rechenstrich, rechteckige Punktfelder, Hunderterfeld mit Malwinkel, Einmaleinsplan, Einmaleinstafel

Tausenderraum:

Tausenderfeld, Tausenderbuch, Tausenderreihe, Stellentafel, Ziffernkarten

Millionraum:

Vierhunderterfeld mit Malwinkel, Malkreuz, Millionbuch, Zahlenstrahl, Malstreifen

In aller Regel wird jedes dieser Materialien in einer kleinen Ausführung von den Kindern als Arbeitsmittel benutzt, in einer großen Ausführung von den Lehrerinnen und Lehrern zur Demonstration.

In der *Geometrie* spielen folgende Materialien eine tragende Rolle:

Legesteine (halbe Quadrate, Rauten, Quadrate), Spiegel, Schablone zum Zeichnen regelmäßiger Vielecke, Zirkel und Lineal, Zeichenuhr, Würfel, ganzzahliges Koordinatengitter

Wichtig sind auch die Übungsformate Zahlenmauern, Rechendreiecke, Zauberquadrate, Plusfolgen (Zahlenraupen) und Igeldreiecke.

2. Zielsetzung der neuen Software

Die heute verfügbare Software-Technologie eröffnet dem Unterricht neue Wege, da man an digitalen Darstellungen Operationen ausführen lassen kann, die mit konkreten und zeichnerischen Darstellungen nicht möglich sind.

Folgende konkreten Ziele lagen der Entwicklung von „Plättchen & Co. digital“ zugrunde:

1. *Konzentration auf zentrale Inhalte des Curriculums und Sparsamkeit in den Darstellungsmitteln:* Dieses Ziel wird im Projekt Mathe 2000+ allgemein verfolgt.

2. *Arbeitserleichterung:* Soweit es technisch möglich ist, sollten digitale Demo-Darstellungen von Zahlen, Zahlbereichen, Übungsformaten und geometrischen Objekten zur Verfügung gestellt werden. Die wichtigen Materialien aller vier Schuljahre sollten auf einer einzigen CD zugänglich sein, sodass auch Querbeziehungen möglich sind.

3. *Unterstützung der Lehrer-Schüler-Interaktion und Kommunikation:* Im aktiv-entdeckenden Mathematikunterricht, für den das Projekt Mathe 2000+ steht, ist die Rolle der Lehrperson äußerst wichtig, um im Austausch mit den Kindern mathematisches Verständnis zu entwickeln.

4. *Benutzerfreundlichkeit:* Die Software sollte „kinderleicht“ zu bedienen sein, da Kinder die Möglichkeit haben müssen, ihre Lösungswege und Begründungen in der Klasse vorzustellen. Jedes Modul sollte einen Namen haben und damit angesteuert werden können. Nach Aufruf eines Moduls sollten immer nur die Tools verfügbar sein, die nötig sind um die bei diesem Modul erforderlichen Operationen durchführen zu können.

3. Navigation und Übersicht über die 36 Module

Zur Navigation wird analog zur Software „Blitzrechnen“ das Projektlogo benutzt. Bei der Aktivierung der CD erscheinen auf der ersten Ebene Buttons für die 6 Modulgruppen (Abb. 1). Bei Anklicken einer Gruppe erscheinen auf der zweiten Ebene nochmals Buttons, jetzt aber für die 6 Module dieser Gruppe (s. Abb. 2 mit den Modulen des Zwanzigerraums).

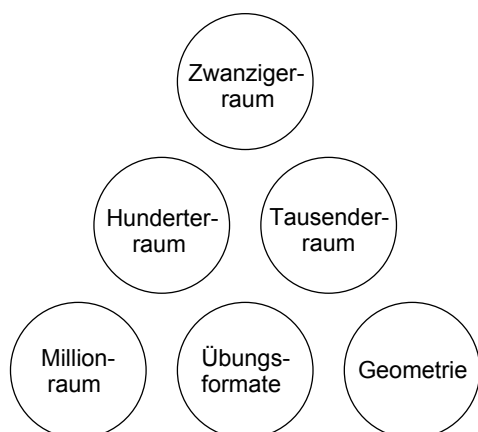


Abb. 1

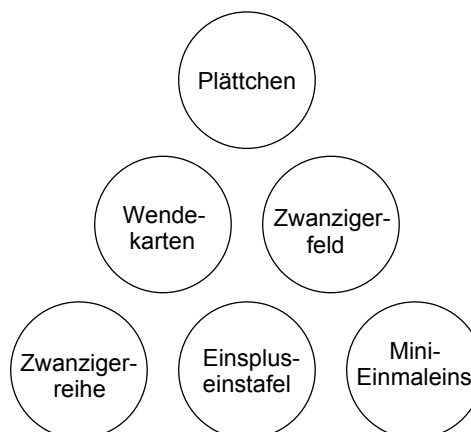


Abb. 2

Übersicht über die Module der anderen Gruppen:

Hunderterraum: Hunderterfeld, Hundertertafel, Punkt-/Balkendarstellung, Einmaleins am Hunderterfeld, Einmaleinstafel, Freie Punktfelder

Tausenderraum: Bündeln, Tausenderfeld, Stellenwertdarstellung, Tausenderbuch, Stellentafel, Zweihunderterfeld und Malkreuz

Millionraum: Stellentafel, Ziffernkarten, Hunderterfeld und Malkreuz, Vierhunderterfeld und Malkreuz, Malkreuze, Malstreifen

Übungsformate: Zahlenmauern 1, Zahlenmauern 2, Rechendreiecke 1, Rechendreiecke 2, Zahlenfolgen, Igeldreiecke

Geometrie: Legesteine für die Frühförderung, Regelmäßige Vielecke, Würfelgebäude, Zeichenuhr, Gitter, Zeichnen

Wenn man einen Modul-Button anklickt, gelangt man zu einer Seite, die oben eingerahmt wird von allgemeinen Steuerbuttons (identisch für alle Module) und unten von Endlosvorräten und Buttons, die nur zur Bearbeitung dieser Seite nötig sind. In der Mitte befindet sich die Arbeitsfläche. Bei manchen Modulen kann man zu einer zweiten Seite springen.

4. Ein Beispiel für den Einsatz

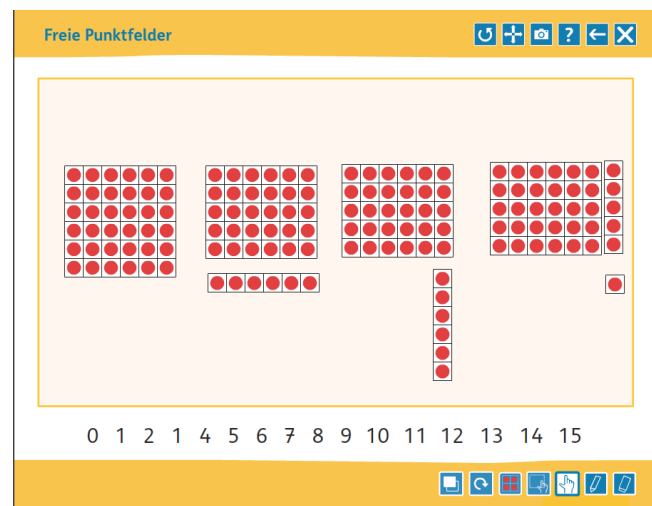
Bei einer produktiven Übung des Einmaleins werden folgende Pärchen von Aufgaben berechnet und die Ergebnisse verglichen:

$$\begin{array}{cccccccc} 1 \cdot 1 = & 2 \cdot 2 = & 3 \cdot 3 = & 4 \cdot 4 = & 5 \cdot 5 = & 6 \cdot 6 = & 7 \cdot 7 = & \dots \\ 0 \cdot 2 = & 1 \cdot 3 = & 2 \cdot 4 = & 3 \cdot 5 = & 4 \cdot 6 = & 5 \cdot 7 = & 6 \cdot 8 = & \dots \end{array}$$

Die Kinder erkennen, dass das Ergebnis der ersten Aufgabe immer um 1 größer ist als das der zweiten Aufgabe. Es stellt sich die Frage, warum das so ist. Mit Punktfeldern kann man das operativ beweisen, wie die Bildfolge des screenshots von Abb. 3 zeigt, die natürlich die Folge der Operationen an einem *einzigem* Punktfeld zusammenfasst:

Man erzeugt zuerst ein quadratisches Punktfeld, schneidet dann die untere Zeile ab, entfernt sie ein Stück, dreht sie um 90° und fügt sie als neue Spalte an. Da die Spalten nach dem Abschneiden der letzten Zeile einen Punkt weniger enthalten als die Zeilen, bleibt ein Punkt übrig.

Diese Operationen können an jedem quadratischen Punktfeld vorgenommen werden, wie sich die Kinder an mehreren Beispielen klar machen können.



Angemerkt sei noch, dass die algebraische Begründung dieses Musters auf analogen Operationen beruht: Für eine beliebige natürlich Zahl $n \geq 1$ gilt ja $n \cdot n = (n - 1) \cdot n + n = (n - 1) \cdot n + (n - 1) + 1 = (n - 1) \cdot (n + 1) + 1$.

Literatur

- Wittmann, E.Ch. (1985): Objekte – Operationen - Wirkungen: Das operative Prinzip in der Mathematikdidaktik. *Mathematik lehren* 11/1985, 7-11
- Wittmann, E.Ch. (1998): Standard Number Representations in Teaching Arithmetic. *Journal für Mathematik-Didaktik* 19, H. 2/3, 149 – 17
- Wittmann, E.Ch. (2014): Operative Beweise in der Schul- und Elementarmathematik. *37/2*, 213 – 232
- Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N. (1990/92): *Handbuch produktiver Rechenübungen*. 2 Bde. Stuttgart: Klett
- Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N. (2016): *Plättchen & Co. digital*. 6 mal 6 Module für die Grundschule. CD-ROM. Stuttgart: Klett