

**Katja EILERTS, Berlin, Gilbert GREEFRATH, Münster,
Johanna RELLENSMANN, Münster, Stanislaw
SCHUKAJLOW, Münster, Hans-Stefan SILLER, Koblenz,
Katharina SKUTELLA, Berlin**

ISTRON-Gruppe: Realitätsbezüge im Mathematikunterricht

Im Jahre 1990 hat sich in Istron Bay auf Kreta eine Gruppe konstituiert mit dem Ziel, durch Koordination und Initiierung von Innovationen zur Verbesserung des Mathematikunterrichts beizutragen (Greefrath, Siller, & Blum 2016). Diese Gruppe, die sich nach dem Gründungsort genannt hat möchte Realitätsbezüge im und für den Mathematikunterricht fördern. Konstitutiv dabei ist die Netzwerk-Idee: Die Verbindung von Aktivitäten und der sie tragenden Menschen auf lokaler, regionaler und internationaler Ebene. Eine eigene Schriftenreihe, die bis ins Jahr 2013 bei Franzbecker mit 18 Bänden aufgelegt wurde und seit 2014 bei Springer erscheint, ermöglicht der ISTRON-Gruppe mit mittlerweile 20 Bänden auch eine nachhaltige Präsenz und Sichtbarkeit in der Schulpraxis, aber auch für die wissenschaftliche Community. Im Rahmen der ISTRON-Sitzung haben zwei Vorträge zu Realitätsbezügen im Mathematikunterricht stattgefunden.

Katharina Skutella & Katja Eilerts: Ein Modellierungskontext für verschiedene Altersstufen

Wir stellen in diesem Beitrag eine Modellierungsaufgabe „Stellungsspiel der Torhüterin im Strafraum“ (Abb. 1) vor, welche Kinder verschiedener Altersstufen zu authentischen und zugleich substantiellen mathematischen Aktivitäten anregt. Ein und derselbe Modellierungskontext kann bereits in jüngeren Klassen thematisiert, später in höheren Klassen aufgegriffen und in seiner mathematischen Komplexität mit einem stetig erweiterten Strategierepertoire und mit zunehmend differenzierten Modellierungskompetenzen weiter ausgearbeitet werden (Eilerts & Kolter, 2015 a, b). Die in der Aufgabe beschriebene Spielsituation lässt sich vereinfacht geometrisch darstellen (Abb. 2). Der Stürmer schießt den Ball von der Schussposition S, die Torhüterin platziert sich zur Abwehr auf Position T. Der Winkel $\angle DSC$ ist eine geeignete geometrische Darstellung aller möglichen Schussbahnen des Balls. Die Strecke \overline{AB} stellt die Armspanne der Torhüterin dar. Um den Ball möglichst gut zu erreichen, sollte sich die Torhüterin möglichst so positionieren, dass sie alle Bälle gut erreichen kann. Geometrisch interpretiert liegt der Punkt T (Torhüterposition) auf der Winkelhalbierenden w des Winkels $\angle DSC$ und zwar so nah am Punkt S (Stürmerposition), dass die

Punkte A und B jeweils auf dem entsprechenden Schenkel des Winkels $\angle DSC$ liegen.

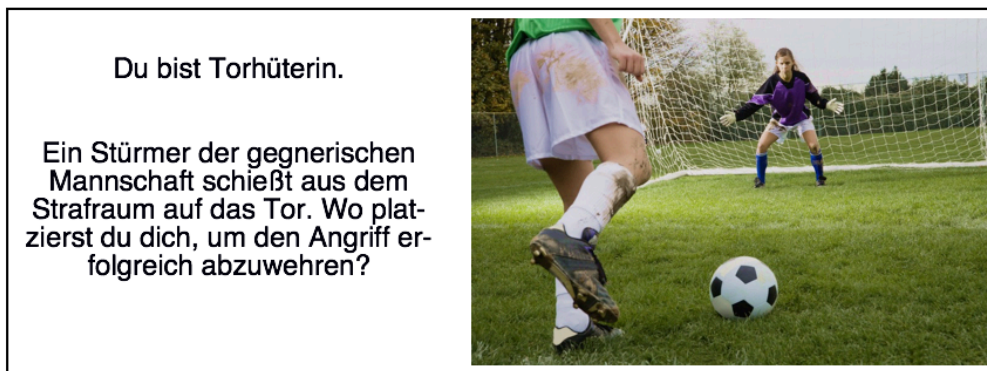


Abbildung 1: Die Modellierungsaufgabe „Stellungsspiel der Torhüterin im Strafraum“

Ein und derselbe Aufgabenkontext bietet diverse, reichhaltige mathematische Facetten und kann Schülerinnen und Schüler von der Grundschule bis in die Sekundarstufe zu anspruchsvollen mathematischen Aktivitäten anregen. Beispielsweise lässt sich der Zusammenhang zwischen Stürmer- und Torhüterposition durch trigonometrische Zusammenhänge beschreiben und mit dynamischer Geometriesoftware visualisieren (Skutella & Eilerts 2016).

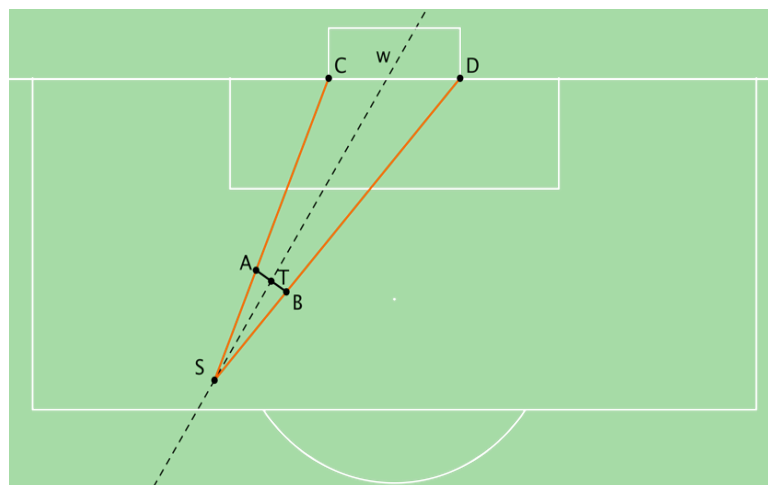


Abbildung 2: Ein geometrisches Modell

Die Modellierungsaufgabe wurde im Rahmen einer Bachelorarbeit (Peters, 2015) mit zwei Zweitklässlern auf dem Fußballplatz erprobt und pilotiert. Geplant ist eine qualitative Quasi-Längsschnittstudie, im Rahmen derer die Modellierungskompetenzen von Kindern der Klassenstufen 1-12 am Beispiel der Aufgabe „Stellungsspiel der Torhüterin im Strafraum“ erhoben und verglichen werden sollen.

Johanna Rellensmann & Stanislaw Schukajlow: Warum ist nicht jede Skizze hilfreich? Qualitative Analyse von selbsterstellten Skizzen im Modellierungsprozess

Theorie. Die weltweit ernüchternden Befunde zur Modellierungskompetenz von Lernenden werfen die Frage nach lernförderlichen Instruktionsmaßnahmen auf. Das Zeichnen einer Skizze hat das Potential, Lernende beim Bearbeiten von mathematischen Modellierungsaufgaben zu unterstützen (Rellensmann, Schukajlow, & Leopold, 2015; Schukajlow, 2011). Jedoch zeigen bisherige Untersuchungen zur Instruktion „Zeichne eine Skizze“ widersprüchliche Befunde.

Methode. In einer Laborstudie des DFG-Projekts *Visualisierungen bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben (ViMo)* wurden fünf Schülerpaare der neunten Jahrgangsstufe u.a. bei der Bearbeitung der Modellierungsaufgabe *Feuerwehr* (Fuchs & Blum, 2008) gefilmt. Die Schülerpaare erhielten die Instruktion, vor dem Lösen der Aufgabe zunächst eine Skizze zu zeichnen. In der Studie wurden die erstellten Skizzen und ihre Nutzung im Modellierungsprozess mit der Methode der *Qualitativen Inhaltsanalyse* nach Mayring analysiert.

Ergebnisse. Es zeigte sich, dass die Skizzen in vielen Teilprozessen des Modellierens genutzt werden können. So erfordert das Zeichnen einer Skizze die Auswahl und Organisation der relevanten Informationen und fördert so die Prozesse des Vereinfachens und Strukturierens. Die Konstruktion eines mathematischen Modells kann durch das Erkennen von mathematischen Objekten und Relationen (z.B. eines rechtwinkligen Dreiecks) in der Skizze unterstützt werden. Außerdem wurde die Skizze als Hilfe beim Aufstellen einer Gleichung genutzt. Auch zum Interpretieren des mathematischen Resultats und zum Validieren von Lösungen und Modellen wurde die Skizze herangezogen. Jedoch wies die Skizzennutzung unabhängig vom Leistungsniveau eine große Variabilität zwischen den Schülerpaaren auf. Beispielsweise beruhte die Aufgabenbearbeitung des leistungsstärksten und des leistungsschwächsten Schülerpaars auf Oberflächenstrategien und zeichnete sich durch eine geringe Skizzennutzung aus. Darüber hinaus zeigte sich eine wechselseitige Abhängigkeit zwischen der Skizzennutzung und internen Modellierungsprozessen. Wurden die Prozesse des Vereinfachens und Strukturierens zum Beispiel intern ausgeführt, zeigten die Schüler keine Skizzennutzung in diesen Teilprozessen. Außerdem lassen die Ergebnisse vermuten, dass die Möglichkeiten der Skizzennutzung von der Skizzenart abhängen. Eine Situationsskizze, die die Information entsprechend ihres realen Erscheinungsbilds darstellt und nicht ein mathe-

matisches Modell fokussiert, scheint daher eher zum Interpretieren und Validieren geeignet als eine mathematische Skizze (s. Abb. 3).

Diskussion. Zusammenfassend stellen Skizzen ein kognitives Werkzeug dar, das in vielen Teilprozessen des Modellierens unterstützend genutzt werden kann. Für die optimale Nutzung von Skizzen sollten die verschiedenen Skizzenarten und ihre Nutzungsmöglichkeiten im Mathematikunterricht thematisiert werden.

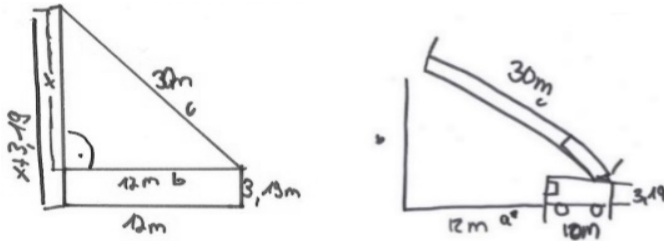


Abb. 3 Verschiedene Skizzen zur Modellierungsaufgabe *Feuerwehr*

Literatur

- Eilerts, K. & Kolter, J. (2015a). Modellieren baut Brücken - Eine Kletterwand für Klasse 1 bis 6. In: *mathematik lehren*, Heft Friedrich 192, S. 20–24.
- Eilerts, K. & Kolter, J. (2015b): Kognitive und metakognitive Strategien bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben durch Grundschul Kinder. In: Kaiser, G. & Henn, W. (Hrsg.), *Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren im Mathematikunterricht*. Springer, Wiesbaden S. 119 – 133.
- Fuchs, M., & Blum, W. (2008). Selbständiges Lernen im Mathematikunterricht mit ‚beziehungsreichen‘ Aufgaben. In J. Thonhauser (Ed.), *Aufgaben als Katalysatoren von Lernprozessen* (pp. 135-148). Münster: Waxmann.
- Greefrath, G., Siller, H.-S., Blum, W. (2016). 25 Jahre ISTRON – 25 Jahre Arbeit für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* 100, 19-22.
- Peters, D. (2015): *Modellieren im außerschulischen Kontext – Stellungsspiel im Fußball*. Unveröffentlichte Bachelorarbeit Humboldt-Universität zu Berlin 2015.
- Rellensmann, J., Schukajlow, S., & Leopold, C. (2015). Gute Skizze - Bessere Lösung? In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Eds.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015* (pp. 732-735). Basel: Gesellschaft für Didaktik der Mathematik.
- Schukajlow, S. (2011). *Mathematisches Modellieren. Schwierigkeiten und Strategien von Lernenden als Bausteine einer lernprozessorientierten Didaktik der neuen Aufgabenkultur*. Münster: Waxmann.
- Skutella, K. & Eilerts, K. (2016) (under revision): Das Stellungsspiel der Torhüterin im Strafraum – ein Modellierungskontext für verschiedene Altersstufen. *ISTRON-Beitrag*.