

Problemlösen hautnah

Im Rahmen eines Seminars zur Mathematikdidaktik beteiligten sich 11 Studierende an einem Kurs zu theoretischen Betrachtungen und zu empirischen Felduntersuchungen zum Problemlösen im Mathematikunterricht: „Problemlösen live“.

Die Ziele der Veranstaltung waren u. a.:

- Heranführung der Studierenden an Theorien und an literaturbasierte Positionen zum Problemlösen,
- Diskussion der Frage der Wichtigkeit des Problemlösens für die Bildung der Schüler,
- theoriegestützte Vorbereitung, Durchführung und Auswertung einer empirischen Fallstudie,
- Gewinnen von Erfahrungen darüber, wie Schüler in Problemsituationen agieren.

Vorbereitung

In den ersten Sitzungen wurde ein Überblick über grundsätzliche Erkenntnisse zum Problemlösen im Mathematikunterricht erarbeitet, sowohl als gemeinsame Aktivitäten in der Gruppe, aber vor allem als individuelle Leistung im Selbststudium. Eine erste Orientierung lieferten Beiträge von Pólya, Winter und Bruder/Collet. Verbunden waren diese Arbeiten mit dem Auftrag, selbständig nach geeignet erscheinenden Problemaufgaben für Schüler zu suchen bzw. solche Aufgaben selbst zu entwickeln mit den Intensionen, (erstens) auf diese Aufgaben und auf die damit verbundenen Lösungsprozesse die gewonnenen theoretischen Erkenntnisse anzuwenden und sie für Erörterungen und Diskussionen zu nutzen,

(zweitens) die Aufgaben für die praktische Arbeit mit Schülern aufzubereiten und deren Einsatz so vorzubereiten, dass im praktischen Versuch Erkenntnisse über das Problemlöseverhalten der Schüler gewonnen werden können.

Für den praxisorientierten Feldversuch sollte den Studierenden ein möglichst breiter Gestaltungsspielraum gegeben werden. Zum einen war zu erwarten, dass dadurch der heilsame Zwang entsteht, eigene Ideen zu entwickeln. Des Weiteren sollte den persönlichen Wünschen und den individuellen Interessen der Studierenden entsprochen werden. Sie sollten erkennen, dass es nicht darum geht, eine vorgegebene Seminaraufgabe zu bearbeiten, sondern dass hier die Gelegenheit gegeben ist, selbst Fragen zu entwickeln und auf diese,

soweit es im Rahmen der Veranstaltung möglich ist, eigene Antworten zu suchen. Dazu war es u. a. notwendig, geeignet erscheinende Problemaufgaben so zu gestalten, dass sie an die jeweiligen Rahmenbedingungen angepasst sind. Als notwendig wurde von den Studierenden erkannt, dass neben dem selbständigen Lösen der Aufgaben versucht werden muss, verschiedene Lösungswege zu entwickeln. Bei der Bearbeitung der Aufgaben und bei der Reflexion der Lösungsprozesse waren Theorieaspekte zum Problemlösen einzubeziehen. Des Weiteren mussten die Aufgabensteller Visionen darüber entwickeln, wie Schüler die Aufgaben lösen könnten. Zur Planung gehören darüber hinaus Vorüberlegungen, wie die Interaktionen beim Problemlösen zu gestalten sind. Es stellte sich heraus, dass es mitunter recht schwierig ist sich zu überlegen, wie die Schüler Aufgaben eventuell lösen werden. Lehramtsstudierende haben in ihrer Ausbildung (zu) selten Gelegenheit, diesbezügliche Erfahrungen durch das Beobachten von Schülerverhalten zu sammeln. Lehrerfahrungen im Nachhilfeunterricht gleichen solche Defizite (zumindest) teilweise aus.

Zu verschiedenen Theorieelementen (Phasen des Problemlösens, s. Polya 1995, Systematisierung der Heuristiken, s. z. B. Bruder/Collet 2011, Prinzip der minimalen Hilfe nach Aebli 2011, Zech 2002, Tätigkeitsebenen – z. B. E–I–S nach Bruner) haben die Studierenden selbst vorgetragen und dabei wesentliche Inhalte an ersten selbstgewählten Aufgaben erläutert und diskutiert. Diese Aufgaben waren nicht notwendig jene, die dann bei der Arbeit mit den Schülern zum Einsatz kamen. Es entstand eine Übersicht zu verschiedenen Heuristiken mit kurzen Erläuterungen und illustrierenden Beispielen. Die Kategorisierung folgte den in der Literatur üblichen Einteilungen (heuristischen Hilfsmittel, Strategie, Prinzipien).

Hierzu zwei Beispiele:

Strategie	Merkmale	Beispiele
Systematisches Probieren	Probieren nach bewussten Kriterien; Aufteilung des Problems in Teilstücke, ... Abschätzungen bzw. Annahmen machen und diese dann variieren und anpassen	Altersaufgaben, 31 Cent Aufgabe, zweistellige Zahlen mit Einer größer als Zehner, zehn Münzen auf drei Becher aufteilen
Analogieschluss	Erkennen von strukturellen Ähnlichkeiten zwischen ... Der Lösungsweg wird auf frühere Vorgehensweisen gestützt. Die Zulässigkeit eines Analogieschlusses ist mitunter schwierig zu begründen.	Zuordnungsaufgaben: Geburtstagsfeier, Köche, Zirkusartisten

Parallel zu diesen Arbeiten wurde von jedem/jeder TeilnehmerIN eine kleine Aufgabensammlung entwickelt. Die Aufgaben wurden aufbereitet und der

Einsatz wurde geplant – gemäß den o. g. Zielstellungen. Die Aufgaben und die Überlegungen zum praktischen Einsatz wurden in den Seminarveranstaltungen vorgestellt und diskutiert.

Fallstudie

Für den Praxisversuch waren zwei grundsätzliche Varianten vorgesehen. (1) Der/die TeilnehmerIN konnte die Lerngruppe, in der die Untersuchung durchgeführt werden sollte, selbst bestimmen. Das bedeutete, dass er/sie eigenverantwortlich für geeignete Rahmenbedingungen sorgte und die Untersuchung völlig selbständig vorbereitete und durchführte. (2) Für die anderen TeilnehmerINNEN bestand die Möglichkeit, die Untersuchung in einer neunten Klasse einer Gesamtschule durchzuführen. Die Planung und die organisatorische Vorbereitung erfolgten gemeinschaftlich. Hierfür wurden Richtlinien entwickelt, die eine effektive Versuchsdurchführung und -auswertung unterstützen sollten:

- Schüler sollen möglichst selbständig agieren.
- Kooperation und Kommunikation sind erwünscht. Dadurch besteht die Möglichkeit Denkprozesse wahrzunehmen.
- Die Lernenden bestimmen selbst die zu nutzenden Hilfsmittel und entscheiden, welche Aufzeichnungen angefertigt werden. Schüler ansprechen ist erlaubt, aber es soll kein Leistungsdruck erzeugt werden.
- Die Schüler sollen störungsfrei arbeiten können. Die Beobachter halten sich mit Hinweisen zurück. Schülerfragen werden nicht vor-schnell beantwortet. Schüler sollen sich nicht überwacht fühlen.
- Für Aufzeichnungen wird das Erinnerungsprotokoll favorisieren. Erfasst werden sollen vor allem Entäußerungen über Denkprozesse, die Rückschlüsse auf verwendete Heuristiken ermöglichen.

Insgesamt nahmen an der Studie 59 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 5 bis 12 teil. Über die Ergebnisse des praktischen Teils der Untersuchung berichteten die Studierenden in den Seminaren und sie fassten die Resultate in Form schriftlicher Berichte zusammen.

Beobachtungen, Erkenntnisse

1. Die Bedeutung **der theoretischen Grundlagen** für die praktische Arbeit wurde erkannt, insbesondere für die Modellierung des Problemlöseprozesses. Die Nützlichkeit von Heuristiken als Instrumente zur systematischen Analyse von Denkprozessen wurde herausgestellt.

2. Die Analyse der **Denkprozesse** und die Zuordnung zu Heurismen fallen schwer.
3. **Leistungsbereitschaft:** Mehrfach war erwartet worden, dass die SchülerINNEN kaum Interesse und Ausdauer entwickeln werden. Das Gegenteil hat sich in den meisten Fällen herausgestellt.
4. Die Arbeit in Gruppen fördert den **Austausch bei der Ideenfindung**. Kommunikation erleichtert die Erfassung der Gedankengänge. Es bilden sich Untergruppen. Manche SchülerINNEN bevorzugen Einzelarbeit.
5. Verbreitet kam es zur Bestimmung eines „subtilen Anführers“. Initiativen anderer werden dann **ausgebremst**. Das „Versagen“ des Anführers spornt an.
6. Es gibt kaum Bemühungen zur **Selbstkontrolle**. Dafür notwendige Fähigkeiten sind wenig entwickelt. Die SchülerINNEN sind bestrebt ein Resultat zu liefern, das der Betreuer akzeptiert.
7. Lösungswegdarstellungen waren **fragmentarisch**. Die Aufzeichnungen dienten vor allem als Denkkunterstützung und für die Kommunikation.
8. Betreuer werden gedrängt zu werten. Ihr Verhalten, Mimik werden genau beobachtet.
9. SchülerINNEN suchen nicht nach Lösungswegen, sondern nach Lösungen.
10. Vorwärtsarbeiten ist die dominierende Strategie.
11. Bei Misserfolg verändern die SchülerINNEN mitunter das Ziel der Aufgabe (bzw. die Bedingungen in der Aufgabenstellung).
12. Klassische Problemlöseaufgaben erweisen sich mitunter als ungeeignet. Als eine Konsequenz ihrer Überlegungen haben die Studierenden selbst Vorschläge für die heuristische Schulung im Mathematikunterricht entwickelt.

Literatur

- Aebli, H. (2011). *Zwölf Grundformen des Lehrens*. Stuttgart: Klett-Cotta.
- Bruder, R.; Collet, Ch. (2011). *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen.
- Polya, G. (1995). *Schule des Denkens*. Tübingen; Basel: Francke Verlag.
- Winter, H. (1988). Lernen durch Entdecken. In: *mathematik lehren* 28, S. 6-13.
- Zech, F. (2002): *Grundkurs Mathematikdidaktik*. Weinheim: Beltz.