

Modellierungsaufgaben bewerten – aber wie?

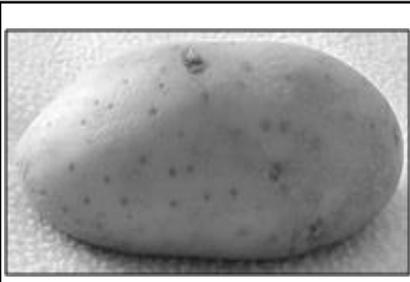
Die Mathematikdidaktik ist sich weitestgehend einig darüber, dass Modellierungsaufgaben den Mathematikunterricht sinnvoll ergänzen können. Dennoch zeigen einige Studien, dass Modellieren weit davon entfernt ist, ein integraler Bestandteil von Unterricht zu sein (Blum, 2007, S. 5; Jordan, et al., 2006). Modellierungsaufgaben stellen Lehrkräfte vor besondere Herausforderungen. In diesem Zusammenhang gaben 67% der interviewten Lehrkräfte in einer Studie von Schmidt (2010) an, dass der Bewertungsaspekt die größte Schwierigkeit bei der unterrichtlichen Implementierung von Modellierungsaufgaben ist. In Anbetracht der Vielzahl möglicher Lösungswege, welche Modellierungsaufgaben im Allgemeinen bereitstellen, ist eine objektive, und vor allem vergleichbare Bewertung schwierig.

Neben Bewertungsinstrumenten, welche die Kompetenz *Modellieren* zu erfassen versuchen (siehe dazu z. B. den Multiple-Choice-Test von Haines et al. (2000)) hat Maaß (2007, S. 40) ein allgemeines Bewertungsschema entwickelt, welches sich für unterrichtliche Zwecke eignen kann. Sie schlägt vor, Bewertungskategorien zu bilden und diese, ausgedrückt durch Teilpunkte, zu gewichten. Dabei wird darauf hingewiesen, dass das Auswählen der Kategorien und deren Gewichtung von der jeweiligen Präferenz der Lehrkraft abhängen. Dieser Vorschlag eines Bewertungsrahmens kann sicherlich als erste Orientierung dienen, ist aber sehr allgemein und liefert kaum konkrete, auf eine Aufgabe zugeschnittene, Handlungsanweisungen.

Wirft man einen Blick in das Alltagsgeschäft einer Mathematiklehrkraft, wird deutlich, dass das Bewerten von traditionellen Aufgabenformaten, welche sich vorrangig in Leistungstests finden lassen, fast immer nach demselben Schema abläuft: Die Lehrkraft erstellt eine Musterlösung und identifiziert „bepunktungswürdige“ Zwischenschritte (Teilpunkte), welche addiert die maximale Aufgabenpunktzahl ergeben. Somit orientiert sich die Bepunktung an der tatsächlichen Schülerlösung, ist für den Lernenden transparent und innerhalb der Lerngruppe vergleichbar. Für Lernende als auch für Lehrende, im Sinne einer praktikablen unterrichtspraktischen Umsetzbarkeit, wäre es wünschenswert, ähnlich objektive Bewertungsmöglichkeiten auch bei Modellierungsaufgaben bereitstellen zu können.

Denkstrukturen in Lösungsansätzen

In einer Studie von Reit (2016) wurde die Struktur von Schülerlösungen zu Modellierungsaufgaben untersucht. Dazu bearbeiteten insgesamt 600 Lernende der gymnasialen Jahrgangsstufe 9 ein Booklet, bestehend aus drei Modellierungsaufgaben (Beispiel siehe Abbildung 1).



Industriell gefertigte Kartoffelstäbchen sollen möglichst gleich groß sein und werden der Länge nach aus der Kartoffel gestanzt. Da Kartoffeln unregelmäßig geformt sind, bleiben Reste übrig. Die dafür verwendete Kartoffelsorte sieht so aus wie auf dem Foto und ist ungefähr 10 cm lang.

Wie viele vollständige Pommes-Stäbchen erhält man aus einer Kartoffel?

Abbildung 1: Modellierungsaufgabe Kartoffel (Reit, 2016)

Die Struktur von Lösungsansätzen zu Modellierungsaufgaben wird in der Studie durch Denkstrukturen abgebildet, welche Ähnlichkeiten mit einem Rechenbaum haben (Abbildung 2). Die Idee geht zurück auf die strukturellen Überlegungen von Breidenbach (1963). Breidenbach nahm damals strukturelle Aspekte von Lösungen zu Sachaufgaben in den Blick, um, unter anderem, deren Schwierigkeit zu beschreiben. In der Studie von Reit (2016) wurde untersucht, inwiefern die strukturelle Komplexität von Lösungsansätzen (repräsentiert durch die einem Rechenbaum ähnelnde Denkstruktur) einen Einfluss auf deren Schwierigkeit hat.

Clara hat für sich, Max und Johanna 8 Bonbons gekauft. Sie vereinbaren, täglich nur zwei Bonbons pro Person zu essen. Wie lange reicht der Bonbonvorrat?

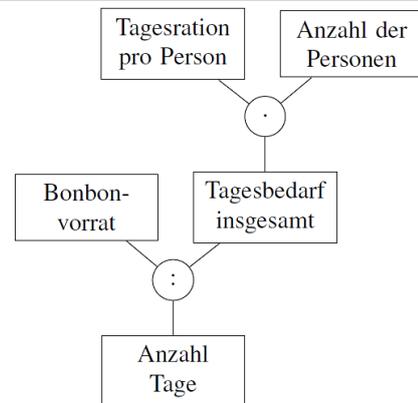


Abbildung 2: Rechenbaum einer Beispielaufgabe nach Winter und Ziegler (1969)

Schwierigkeit von Lösungsansätzen

Eine Forschungsfrage war, ob parallele Denkopoperationen zu einer Verkomplizierung des Lösungsansatzes führen. Das würde bedeuten, dass Lernende, welche Lösungsansätze verwenden, die das Ausführen paralleler Denkopoperationen bedürfen, im Durchschnitt schlechter abschneiden als solche, die diesbezüglich weniger komplexe Lösungsansätze benutzen. Um zu untersuchen ob parallele Denkopoperationen einen Einfluss auf die Schwierigkeit eines Lösungsansatzes haben, wurden verschiedene Schwierigkeitsmodelle gegenübergestellt, welche Parallelität von Denkopoperationen unterschiedlich gewichten.

Ergebnisse der Studie

Die Ergebnisse der Studie von Reit (2016) zeigen, dass die Schwierigkeit von Lösungsansätzen zu Modellierungsaufgaben am besten durch ein, parallele Denkopoperationen speziell gewichtendes Schwierigkeitsmodell beschrieben wird. Bei diesem Schwierigkeitsmodell erfahren parallele Denkopoperationen eine stärkere Gewichtung als sequentielle. Demnach verkomplizieren

parallele Denkoperationen einen Lösungsansatz stärker als sequentielle Denkoperationen.

Das Additionsmodell, welches die Anzahl an Denkoperationen, ob parallel oder sequentiell, addiert, um die Schwierigkeit eines Lösungsansatzes zu beschreiben, hat bei der statistischen Auswertung allerdings vergleichbar gute Ergebnisse erzielt. Dabei werden parallele Denkoperationen nicht gewichtet, was der Annahme einer Verkomplizierung des Lösungsansatzes durch parallele Denkoperationen widerspricht. Wird die Schwierigkeit einer Modellierungsaufgabe als Mittel der Schwierigkeiten der dazugehörigen Lösungsansätze beschrieben, so führt die Anwendung des Additionsmodells sogar zu minimal besseren Ergebnissen, als die der gewichtenden Schwierigkeitsmodelle.

Folgerungen für die Bewertung von Modellierungsaufgaben

Eine weit verbreitete, bisher intuitive Bewertungspraxis im Mathematikunterricht ist es, Zwischenschritte in Schülerlösungen zu bepunkten, welche zu einer Aufgabenpunktzahl summiert werden. Dabei orientiert sich die Aufgabenpunktzahl an der Anzahl nötiger Zwischenschritte. Je mehr notwendiger Zwischenschritte ein Lösungsweg bedarf, desto größer ist dessen Punkteanteil an der Gesamtpunktzahl des jeweiligen Leistungstests.

Die Tatsache, dass für viele Lehrkräfte das Bewerten von Modellierungsaufgaben Schwierigkeiten bereitet, trägt sicherlich zu der bisher mangelnden Integration von Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht bei. Allgemeine Bewertungsraster, welche „weiche“ Kategorien bepunkten und so einer zumeist subjektiven Einschätzung der Lehrkraft bedürfen, eignen sich für Leistungstests kaum. Einerseits sind sie für die Lernenden nur bedingt transparent und andererseits lässt sich eine so bewertete Aufgabe auch schwer in einen Leistungstest integrieren. Eine für Lernende als auch Lehrende gleichermaßen zufriedenstellende Bewertung(in Leistungssituationen), sollte sich an der jeweiligen Schülerlösung orientieren und muss folglich flexibel anwendbar sein. Ein starres, von der jeweiligen Schülerlösung losgelöstes Bewertungsraster kann hierbei nicht die Lösung sein.

Aus den Ergebnissen der Studie von Reit (2016) lässt sich schließen, dass die Parallelität von Denkoperationen einen Einfluss auf die Schwierigkeit des Lösungsansatzes hat und somit eine stärkere Gewichtung rechtfertigt. Aufgrund der fast ebenso guten Ergebnisse des Additionsmodells, mag allerdings ein Verzicht auf gewichtende Modelle zu Gunsten eines unterrichtlich gut umsetzbaren, unkomplizierten Bewertungsverfahrens, wie es das Additionsmodell nahe legt, gerechtfertigt sein. Die Ergebnisse der Studie

von Reit (2016) unterstützen eine Übertragung der oben beschriebenen, bisher eher für traditionelle Aufgabenformate, intuitiv angewendeten, Bewertungspraxis auf Modellierungsaufgaben. Das Additionsmodell stellt sich darin, als ein die Schwierigkeit eines Lösungsansatzes, als auch der Gesamtaufgabe, gut beschreibendes Modell heraus. Das heißt, dass ein sequentielles Bepunkten von Zwischenschritten bzw. Denkoperationen, wie es der intuitiven Bewertungspraxis entspricht, die Schwierigkeit des jeweiligen Lösungsansatzes sinnvoll abbildet. Das Aufstellen einer Denkstruktur entspricht im Kern der Identifikation wichtiger Zwischenschritte in einer Schülerlösung.

Zusammenfassend lässt sich aus den Ergebnissen der Studie von Reit (2016) schließen, dass die intuitive Bewertungspraxis von traditionellen Leistungsaufgaben im Mathematikunterricht sinnvoll auf Modellierungsaufgaben übertragen werden kann. Eine dementsprechend additive Bepunktung einzelner, für die Lösung notwendiger Denkoperationen dient als gleichermaßen objektive, wie auch transparente Bepunktungsgrundlage.

Literatur

- Blum, W. (1996). Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht - Herausforderung für Schüler und Lehrer. In A. Büchter, H. Humenberger, S. Hußmann, & S. Prediger, *Trends und Perspektiven: Beiträge zum 7. Internationalen Symposium zur Didaktik der Mathematik*. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.
- Blum, W. (2007). Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer? *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007*, S. 3-12.
- Breidenbach, W. (1963). *Rechnen in der Volksschule: eine Methodik*. Hannover: Schroedel.
- Haines, C., Crouch, R., & Davis, J. (2000). *Mathematical modelling skills: a research instrument*. Hatfield: University of Hertfordshire, Department of Mathematics Technical Report No. 55.
- Jordan, A., Ross, N., Krauss, S., Baumert, J. B., Neubrandt, M., Löwen, K., . . . Kunter, M. (2006). *Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben. Dokumentation der Aufgabenkategorisierung im COACTIV-Projekt. Materialien aus der Bildungsforschung Nr. 81*. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.
- Maaß, K. (2007). *Mathematisches Modellieren - Aufgaben für die Sekundarstufe*. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.
- Reit, X.-R. (2016). *Denkstrukturanalyse als Instrument zur Bestimmung der Schwierigkeit von Modellierungsaufgaben*. Heidelberg: Springer.
- Schmidt, B. (2010). *Modellieren in der Schulpraxis: Beweggründe und Hindernisse aus Lehrersicht*. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.
- Winter, H., & Ziegler, T. (1969). *Neue Mathematik: Lehrerheft*. Hannover: Schroedel.