

## **Entwicklung eines didaktischen Modells zur Unterscheidung digitaler Simulationen**

Simulationen haben große Bedeutung im MINT-Bereich, etwa in Form numerischer Simulationen von Partikelmodellen in der Astrophysik, der Fluid-dynamik, der Festkörperphysik, in der Biologie, in den Geowissenschaften oder im Ingenieurwesen. Sie finden darüber hinaus auch in den Sozial- und Wirtschaftswissenschaften Anwendung, beispielsweise wenn es um die Erforschung von Schwarmverhalten und die Planung von Rettungswegen geht. Computersimulationen erweisen sich in diesen und vielen weiteren Wissens- und Anwendungsbereichen als wichtige Werkzeuge im Rahmen der Analyse von dynamischen Systemen und dienen damit in erster Linie dem Erkenntnisgewinn.

Dabei liefert die Mathematik nötige Mittel zur Beschreibung der betrachteten Systeme durch mathematisch-abstrakte Modelle, etwa in Form von Differenzialgleichungen oder Vektor- und Matrizenalgebra, aber auch Methoden zur Bearbeitung derartiger Mathematisierungen. Computersimulationen sind damit auch ein wichtiges Anwendungsgebiet der Mathematik.

In der Fachdidaktik spiegelt sich dieser Stellenwert allerdings nur wenig wieder: Es existieren zwar punktuell Ideen und Forschungsarbeiten zu Computersimulationen bzw. computergestützte Animationen, beispielsweise zum Arbeiten mit realen und virtuellen Experimenten (genannt: Simulationen) in mathematischen Lehr-Lern-Laboren oder zum Einsatz in speziellen Themengebieten der Sekundarstufe, wie etwa der Stochastik. Im weiten Feld von computergestützten Lernprogrammen werden Begriffe wie *Simulation*, *Interaktivität*, *Computereperiment* oder *Animation* jedoch in aller Regel lediglich intuitiv erfasst oder rein pragmatisch eingesetzt. Eine Differenzierung der Begrifflichkeiten erfolgt hier kaum, auch deshalb, weil ein allgemeines theoretisches Konzept zur Beschreibung und Unterscheidung von Simulationen fehlt und sich aus den Nachbarwissenschaften – etwa der Systemtheorie – übertragbare Unterscheidungssysteme für eine differenzierte Betrachtungsweise als zu grob (analoge vs. digitale Sim.; stochastische vs. deterministische Sim.) erweisen (vgl. Wörler 2015).

Der vorliegende Beitrag möchte diese Lücke füllen, indem ein didaktisches Klassifikationsmodell für Simulationen vorgeschlagen wird, das einerseits vom konkreten Inhalt einer Simulation losgelöst ist und damit (möglichst) allgemeingültig eingesetzt werden kann, andererseits aber das Lernen von Mathematik mit dem jeweiligen Computerprogramm dadurch berücksichtigt, dass es sich an mathematikdidaktischen Vorarbeiten und Ideen orientiert und daraus Unterschiede zwischen Simulationsumsetzungen ableitet. Das

Modell soll dabei helfen, den bisher unübersichtlichen Bereich des Einsatzes von Computersimulationen zu ordnen, und möchte damit ein theoretisches Fundament für weitere Forschungsarbeiten zum Einsatz von Computersimulationen für das Lernen von Mathematik legen.

### **Aus der Theorie abgeleitet: Interaktionsgrade**

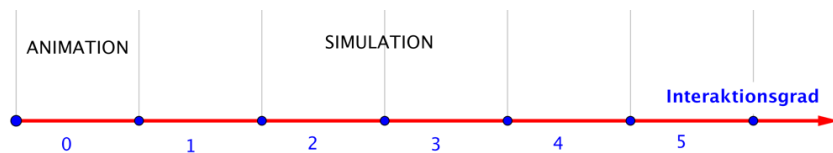
Ausgehend von theoretischen Überlegungen der Systemtheorie, des mathematischen Modellierens und des Variierens wurde das Konzept der Interaktionsmöglichkeiten entwickelt: Grundlage ist die Auffassung von Simulieren als »Experimentieren mit Modellen« (Krüger 1974; Greefrath & Weigand 2012). Der Simulationsbegriff lässt sich demnach auf die beiden Bausteine »Experiment« und »Modell« zurückführen, wobei ein zentrales Charakteristikum des Experiments die systematische Variation von Modellgrößen ist. Aus diesen Betrachtungen ergeben sich sechs verschiedene, theoretisch abgeleitete Interaktionsmöglichkeiten. (Wörler 2015)

Für jede konkrete Simulationsumsetzung lässt sich mit Hilfe dieses Konzeptes zählen, welche der Interaktionsmöglichkeiten tatsächlich implementiert wurden und ggf. in welcher Häufigkeit. Diese Anzahl wird im Folgenden als *Interaktionsgrad* bezeichnet und gibt im weitesten Sinne die Freiheitsgrade an, die die Implementierung dem Nutzer für die Interaktion (im Sinne des *Controlling* bzw. *Manipulating* nach Moreno & Mayer 2007) mit dem zugrundeliegenden Simulationsmodell vorgibt.

Verschiedene Simulationen lassen sich auf diese Weise hinsichtlich ihres Interaktionsgrades analysieren und auf einer Ordinalskala ordnen (Abb. 1).

### **Bildsequenzen in der Mathematik und ihrer Didaktik**

Auch Animationen (allg.: bewegte Bilder) können auf dieser Skala im Bereich zwischen Interaktionsgrad 0 (kein *Controlling* möglich) und 1 (*Controlling* implementiert) verortet und damit im Klassifikationsmodell berücksichtigt werden.



**Abb. 1: Dimension *Interaktionsgrad* zur Unterscheidung von Simulationen**

Es erscheint aus zweierlei Gründen folgerichtig, bewegte Bilder in das Modell zu integrieren: Einerseits wird dadurch die für Außenstehende mitnichten eindeutige Unterscheidung zwischen *Animation* und *Simulation* in die (konkretere) Angabe von Interaktionsgraden überführt. Andererseits gelingt

der Anschluss an Vorarbeiten, die zum didaktischen Mehrwert bewegter Bilder für das Lernen von Mathematik existieren. So haben etwa Kautschitsch und Metzler (1982) den mathematischen Film zum Lernen von Mathematik vorgeschlagen und untersucht, wenig später stellte Schumann (1985) programmierte Filmsequenzen für den Geometrieunterricht vor. Bereits hier wurde deutlich, dass der Film die »Interaktion des Lernenden nicht oder nur eingeschränkt zulässt« (Kautschitsch & Metzler 1982, 89) und damit in der Gefahr steht »Passivität beim Zuschauer« (ebd.) zu erzeugen. Daher räumte man dem Betrachter mithilfe von Bedienelementen zum Anhalten bzw. Vor- und Zurückspulen des Films die Möglichkeit ein, in den linearen Ablauf eingreifen und ihn dem eigenen Rezeptionstempo anpassen zu können – heute wird diese Art der Interaktion als *Controlling* (Moreno & Mayer 2007) bezeichnet. Auch neuere Forschungsarbeiten setzen auf Filme zur Unterstützung mathematischer Lernprozesse (Linneweber-Lammerskitten 2011).

### **Weiterentwicklung des Modells: Externe Repräsentation**

Sowohl die Ausgabe von Simulationsergebnissen, wie auch die Eingabe von Startbedingungen oder Parameterwerten erfolgt bei Computersimulationen am Rechner, oft direkt am Bildschirm. Dabei können verschiedene Repräsentationen mathematischer Größen und Zusammenhänge auftreten, beispielsweise wenn Antworten auf Entscheidungsfragen geliefert werden, numerische Werte ausgegeben, graphische bzw. tabellarische Verläufe dargestellt oder physikalisch-reale Modelle dynamisch-ikonisch nachbildet werden. Häufig tritt eine Kombination verschiedener Codierungen auf.

Fachdidaktische Forschungsarbeiten weisen den Einfluss von Repräsentationsformen auf das Lernen und Verstehen von Mathematik (z. B. Ladel 2009; Bauer 2015) nach. Die Ergebnisse legen es nahe, Simulationen auch hinsichtlich der implementierten externen Repräsentationen zu differenzieren.

Ladel (2009) schlägt für die Analyse von Software ein Modell der externen Repräsentationsformen vor, das auf dem Brunerschen E-I-S-Modell basiert. Sie unterscheidet die Formen analog- vs. schematisch-virtuell-enaktiv, analog- vs. schematisch ikonisch (jeweils statisch/dynamisch) sowie verbal- vs. nonverbal symbolisch und zeigt auf, wie sich Computerprogramme hinsichtlich dieser Kategorien einordnen lassen.

Die genannten Kategorien können in die disjunkte Einteilung ISR (isoliert statische Repräsentation), IDR (isoliert dynamisch), MSR (multipel statisch), MDR (multipel dynamisch), MDLR (multipel verknüpft-dynamisch) aggregiert und anschließend – neben der Dimension *Interaktionsgrad* – als zweite Dimension *externe Repräsentation* in ein didaktisches Modell zur Unterscheidung digitaler Simulation integriert werden.

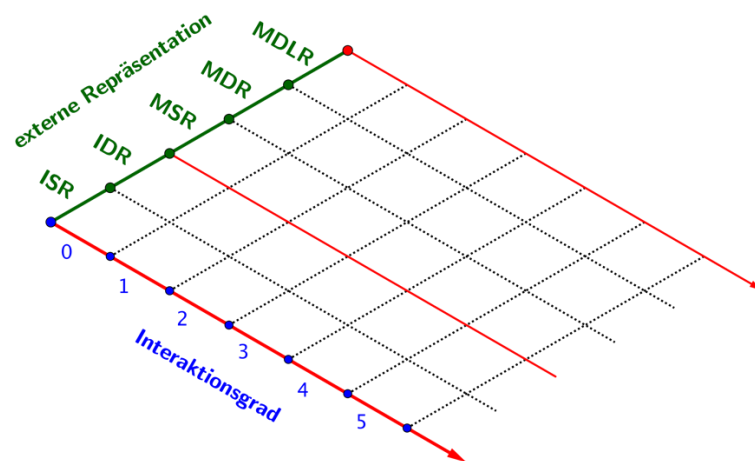


Abb. 2: zweidimensionales Modell zur Unterscheidung digitaler Simulationen

### Ausblick: theoretische und empirische Absicherung

Konkrete Umsetzungen von Simulationen und Animationen können mit Hilfe der vorgeschlagenen Dimensionen analysiert und im Modell verortet werden. Es ist zu vermuten, dass sich – abhängig vom jeweiligen Einsatzszenario – gewisse Bereiche des zweidimensionalen Rasters (Abb. 2) als weniger, andere als geeigneter für das Lernen von Mathematik erweisen. So wird ein hoher Interaktionsgrad eher zu einer Überforderung (*Extreneaous Cognitive Load*) der Lernenden führen, ein geringer Interaktionsgrad dagegen echtes Experimentieren einschränken.

Eine intensive theoretische und empirische Aufarbeitung steht noch aus.

### Literatur

- Bauer, Andreas (2015): *Argumentieren mit multiplen und dynamischen Repräsentationen*. Würzburg: Würzburg University Press
- Greefrath, Gilbert & Hans-Georg Weigand (2012): Simulieren: Mit Modellen experimentieren. *mathematik lehren*, 147, S. 2–6
- Kautschitsch, Hermann & Wolfgang Metzler (Hg.) (1982): *Visualisierung in der Mathematik*. Wien, Stuttgart: Hölder-Pichler-Tempsky, Teubner
- Krüger, Siegfried (1974): *Simulation*. Berlin, New York: De Gruyter
- Ladel, Silke (2009): *Multiple externe Repräsentationen (MERS) und deren Verknüpfung durch Computereinsatz*. Hamburg: Kovač
- Linneweber-Lammerskitten, Helmut (2011): VITALmaths. In: Haug, R.; Holzäpfel, L. (Hg.): BzMU 2011, Münster: WTM-Verlag, S. 555–558
- Moreno, Roxana & Richard Mayer (2007): Interactive Multimodal Learning Environments. *Educational Psychology Review*, 19, S. 309–326
- Schumann, Heinz (1985): Einfache Computerfilme für den Geometrieunterricht: Ein LOGO-Arbeitsvorhaben in den Klassen 9-10. *LOG IN*, 5, S. 43–46
- Wörler, Jan (2015): *Konkrete Kunst als Ausgangspunkt für mathematisches Modellieren und Simulieren*. Münster: WTM-Verlag