

Julia BRUNS, Elisabeth UNTERHAUSER &  
Hedwig GASTEIGER, Osnabrück

## **Entwicklung des Begriffsverständnisses zu Vierecksfiguren in der Grundschule – Erste Ergebnisse aus dem Projekt BegriV**

Ein Fachbegriff umfasst eine Menge von Objekten, die aufgrund gewisser Merkmale mit einem gemeinsamen Namen (Begriffswort) belegt werden (Weigand, 2014). Das Begriffsverständnis setzt sich demnach zusammen aus dem Wissen über Repräsentanten und Nichtrepräsentanten des Begriffs (Begriffsumfang), dem Kennen der begriffsbestimmenden Eigenschaften (Begriffsinhalt) und dem Wissen über Unter-, Neben- und Oberbegriffe (Begriffnetz) (Weigand, 2014; Vollrath, 1984; Winter, 1983). Für die Beschreibung und Analyse der Entwicklung des Begriffsverständnisses (bspw. Vollrath, 1984; Winter, 1983) bzw. international des geometrischen Denkens (van Hiele & van Hiele-Geldorf, 1978) werden in der fachdidaktischen Forschung Stufenmodelle vorgeschlagen. Das van-Hiele Modell definiert fünf Niveaustufen, wovon die ersten drei für die Grundschule relevant sind (Franke & Reinhold, 2016). Das Modell geht davon aus, dass geometrische Figuren zunächst anschauungsgebunden und ganzheitlich identifiziert werden, also das Begriffswort bekannt und ein eingeschränkter Begriffsumfang verfügbar ist. Auf der zweiten Niveaustufe werden bei der Identifikation einer Figur als (Nicht-)Repräsentant eines Begriffs geometrische Eigenschaften berücksichtigt. Der Begriffsumfang ist auf dieser Stufe aufgrund fehlender Vernetzung von Begriffen noch eingeschränkt. Diese Beziehungen zwischen Begriffen werden auf der dritten Stufe ausgebildet und Begriffswort, -inhalt, -umfang und -netz vollständig erschlossen.

Empirische Ergebnisse zur Entwicklung des Begriffsverständnisses in Bezug auf geometrische Figuren bestätigen diesen angenommenen Entwicklungsverlauf grundsätzlich (bspw. Satlow & Newcombe, 1998). Allerdings findet sich bei jungen Kindern kein Zusammenhang zwischen Alter und richtigen Identifikationsentscheidungen (Unterhauser & Gasteiger, im Druck) und auch Schüler\*innen in der 8. Klasse zeigen noch Lücken im Verständnis der Begriffe Rechteck und Quadrat (Heinze, 2002). Andere Studien stellen heraus, dass sich keine so klaren Niveaustufen abgrenzen lassen, wie im van-Hiele Modell beschrieben und plädieren daher für ein Entwicklungsmodell mit überlappenden Wellen (bspw. Clements, Battista & Sarama, 2001).

### **Forschungsfrage**

Um zu klären, welche Modellvorstellung besser zu empirisch beobachtbaren Entwicklungsverläufen passt, ist es notwendig, neben qualitativen Experi-

menten quantitative Längsschnittstudien durchzuführen. Im Projekt BegrifV wird ein Instrument für ein längsschnittliches Design entwickelt. Im Anschluss werden die unterschiedlichen Modellvorstellungen zur Entwicklung des Begriffsverständnisses in einem Quasi-Längsschnitt empirisch geprüft. Dieser Beitrag fokussiert mit folgender Forschungsfrage auf die Entwicklung des Instruments: Wie lässt sich das Verständnis der Begriffe Viereck, Rechteck und Quadrat quantitativ erfassen?

Die Instrumentenentwicklung erfolgte in drei Schritten: 1) Entwicklung von Testaufgaben, 2) Durchführung eines Cognitive Lab, 3) Pilotierung des Tests.

### **Entwicklung von Testaufgaben**

Ein Instrument zur Erfassung des Begriffsverständnisses zu den Begriffen Viereck, Rechteck und Quadrat, muss nach den dargestellten theoretischen Überlegungen Erkenntnisse zum Begriffsumfang, -inhalt und -netz der Schüler\*innen liefern. Für den Entwicklungsprozess wurden daher diese drei Kategorien als leitend herangezogen. Bezüglich des *Begriffsumfangs* wurden für jeden Begriff (Viereck, Rechteck, Quadrat) zwei Aufgaben erstellt: aus einem gegebenen Figurenpool sollen die entsprechenden Repräsentanten ausgewählt und drei verschiedene Repräsentanten des Begriffs gezeichnet werden. Zum *Begriffsinhalt* wurden pro Begriff drei Aufgaben gestellt. Die erste Aufgabe fordert die Schüler\*innen auf, den entsprechenden Begriff für ein anderes Kind zu erklären. In der zweiten Aufgabe gilt es eine gezeichnete Figur als (Nicht-)Repräsentanten des entsprechenden Begriffs zu identifizieren und die Entscheidung zu begründen. Die dritte Aufgabe besteht aus Multiple-Choice Items zu den Winkel- und Seiteneigenschaften der durch den Begriff gegebenen Figuren (bspw. „Ein Rechteck hat immer vier rechte Winkel, a) stimmt, b) stimmt nicht, c) weiß ich nicht“). Für die Aufgaben zwei und drei wurde je ein Itemset für die Klassen 1/2 und die Klassen 3/4 mit einigen gemeinsamen Items entwickelt. Zum *Begriffsnetz* wurden zwei Multiple-Choice Items formuliert, in denen jeweils eine Zeichnung einer Figur gegeben ist. Die Schüler\*innen wählen aus, welchen Begriff die Figur repräsentiert (bspw. „Das ist ein... a) Rechteck, b) Quadrat, c) beides“) und werden aufgefordert ihre Entscheidung zu begründen.

### **Cognitive Lab**

Im Rahmen des Cognitive Lab wurde u. a. überprüft, ob gegebenenfalls auch Fehlvorstellungen der Schüler\*innen zur korrekten Lösung der Testaufgaben führen können. Dazu wurden je 4 Kinder aus Klassenstufen 1-4 ( $N = 16$ ) in Einzelinterviews zum lauten Denken angeregt.

Im Cognitive Lab konnten zwei zentrale Schwachstellen der Testaufgaben identifiziert werden. Zum einen führte bei einigen Aufgaben die prototypische Vorstellung eines Quadrats als ‚das‘ Viereck zur richtigen Lösung:

I: [Zeichnung eines prototypischen Quadrats gegeben] Ist das ein Viereck, ein Quadrat oder beides?

K<sub>1</sub>: Beides, Quadrat ist nur ein anderes Wort.

Zum anderen zeigte sich, dass die Schüler\*innen bei bestimmten Formulierungen andere Eigenschaften fokussierten, als in der Aufgabe beabsichtigt:

I: Okay und ein Rechteck hat immer vier rechte Winkel. Stimmt das auch?

K<sub>2</sub>: Ja [...]. Ähm, das waren ja die vier Seiten (...) ohne vier Seiten würde es kein Viereck sein und auch nicht, wenn die gleich lang sind.

### **Pilotierung des Tests**

Nach der Überarbeitung der Items wurde der Test mit einer Stichprobe von  $N = 216$  Grundschüler\*innen ( $n_{KI1} = 53$ ,  $n_{KI2} = 52$ ,  $n_{KI3} = 54$ ,  $n_{KI4} = 57$ ) aus Niedersachsen pilotiert. Die Auswertung der Pilotierungsdaten zeigte Boden- bzw. Deckeneffekte für die klassenspezifischen Items. Die gemeinsamen Items differenzierten dagegen gut zwischen allen vier Klassenstufen.

Als Konsequenz aus der Pilotierung wurden die klassenspezifischen Items aus dem Test entfernt und gemeinsame Items beibehalten. Dadurch reduzierte sich die Anzahl der Items zum Begriffsinhalt deutlich, ein Item zur Identifikation eines Repräsentanten des Begriffs Quadrat wurde auf Basis der Lösungen zur Begriffsumfangsaufgabe des Quadrats neu entwickelt. Der endgültige Itempool für die Quasi-Längsschnittstudie ergab sich wie folgt:

- Begriffsumfang: Identifikation von Repräsentanten (18 Items pro Begriff – 18 Figuren im Figurenpool)
- Begriffsinhalt: Definition des Begriffs (1 Item pro Begriff), Begründete Identifikation von (Nicht-)Repräsentanten (1 Item pro Begriff), Winkel- und Seiteneigenschaften (2 Items pro Begriff)
- Begriffsnetz: Inklusion Viereck – Rechteck (1 Item), Inklusion Rechteck – Quadrat (1 Item)

### **Ausblick: Quasi-Längsschnittstudie**

Der Test wurde im Frühjahr 2017 in einer Quasi-Längsschnittstudie mit  $N = 456$  Schüler\*innen ( $n_{KI1} = 101$ ,  $n_{KI2} = 102$ ,  $n_{KI3} = 131$ ,  $n_{KI4} = 122$ ) eingesetzt. Die Durchführung fand im Rahmen einer Unterrichtsstunde im Klassenverband statt. Jede Aufgabe wurde durch die Testleitung vorgelesen und an-

schließlich individuell bearbeitet. Erste Ergebnisse der Strukturgleichungsmodellierung zeigen, dass eindimensionale Modelle zu den Begriffen Viereck ( $\chi^2(2) = 11.282, p = .004, RMSEA = 0.101 [0.04, 0.162], p = .052, SRMR = 0.029, CFI = .982$ ), Rechteck ( $\chi^2(2) = 6.130, p = .047, RMSEA = 0.067 [0.007, 0.1631], p = .243, SRMR = 0.028, CFI = .963$ ) und Quadrat ( $\chi^2(2) = 7.034, p = .030, RMSEA = 0.067 [0.020, 0.137], p = .188, SRMR = 0.032, CFI = .951$ ) die Daten noch nicht gut abbilden. Da ein eindimensionales Modell einen linearen Entwicklungsprozess annimmt, stützen die erhobenen Daten die Entwicklungstheorie der van-Hiele-Stufen eher nicht. Aus den theoretischen Überlegungen, dass das Begriffsverständnis sich aus dem Verständnis des Begriffsumfangs, -inhalts und -netzes ergibt, erscheint ein geeigneter alternativer Ansatz die Modellierung des Begriffsverständnisses als formatives Konstrukt zweiter Ordnung mit den latenten Indikatoren Begriffsumfang, -inhalt und -netz. Dies entspricht eher der Idee der Entwicklung des Begriffsverständnisses als überlappende Wellen (Clements et al., 2001), da diese Modellierung eine unabhängige Entwicklung des Begriffsumfangs, -inhalts und -netzes abbildet. Diese Modellierung bildet daher den nächsten Schritt des Projekts.

## Literatur

- Clements, D. H., Battista, M. & Sarama, J. (2001). *Logo and Geometry. Journal for Research in Mathematics Education Monograph Series 10*, Arlington, VA: National Science Foundation.
- Franke, M. & Reinhold, S. (2016). *Didaktik der Geometrie. In der Grundschule* (3. Auflage). Berlin: Springer.
- Heinze, A. (2002). „... aber ein Quadrat ist kein Rechteck“ – Schülerschwierigkeiten beim Verwenden einfacher geometrischer Begriffe in Jahrgang 8. *ZDM – International Journal on Mathematics Education*, 34(2), 51 - 55.
- Satlow, E. & Newcombe, N. (1998). When is a triangle not a triangle? Young children's conceptions of geometric shapes. *Cognitive Development*, 13, 547–559.
- Unterhauser, E. & Gasteiger, H. (2018, im Druck). Verständnis des geometrischen Begriffs Viereck bei Kindern zwischen vier und sechs Jahren. *Frühe Bildung*, 3.
- Van Hiele, P.M. & van Hiele-Geldorf, D. (1978). Die Bedeutung der Denkebenen im Unterrichtssystem nach der deduktiven Methode (R. Eisenhut, Übers.). In H.-G. Steiner (Hrsg.), *Didaktik der Mathematik* (S. 127-139). Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft. (Original erschienen 1958/59: La signification des niveaux de pensée dans l'enseignement par la méthode déductive)
- Vollrath, H.-J. (1984). *Methodik des Begriffslehrens im Mathematikunterricht* (1. Auflage). Stuttgart: Klett.
- Weigand, H.-G. (2014). Begriffslernen und Begriffslehren. In H.-G. Weigand; A. Filler; R. Hölzl; S. Kuntze; M. Ludwig; J. Roth; B. Schmidt-Thieme & G. Wittmann (Hrsg.), *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (2., verbesserte Auflage) (S. 99-122). Heidelberg: Spektrum.