

Johanna RELLENSMANN, Stanislaw SCHUKAJLOW,
Judith BLOMBERG, Münster & Claudia LEOPOLD, Fribourg

Zeichne eine Skizze = Wirkungsvolle Intervention? Effekte einer Visualisierungsaufforderung beim mathematischen Modellieren

Theorie

Die Fähigkeit, realitätsbezogene (Modellierungs-)Aufgaben zu lösen, ist bedeutsam für die Lebens- und Berufswelt. Aufgrund unzureichend ausgebildeter Modellierungskompetenz (Blum, Galbraith, Henn, & Niss, 2007) werden Instruktionsmaßnahmen gesucht, die diese Fähigkeit steigern können. Das Zeichnen einer Skizze hat das Potential die Bearbeitung von Modellierungsaufgaben zu unterstützen (Hembree, 1992; Schukajlow, 2011). Unter einer qualitativ hochwertigen Skizze zu einer Modellierungsaufgabe wird eine selbst erstellte Visualisierung verstanden, die die relevanten Objekte vollständig darstellt, die in der Aufgabenstellung gegebenen Verknüpfungen zwischen den Objekten korrekt abbildet und die mit den lösungsrelevanten Zahlangaben beschriftet ist (Rellensmann, Schukajlow, & Leopold, 2017). Das Zeichnen einer Skizze hat das Potential die Bearbeitung von Modellierungsaufgaben zu unterstützen, in dem es unter anderem beim Verstehen, Vereinfachen und Strukturieren der Problemsituation (Van Meter & Garner, 2005), beim Finden eines Mathematisierungsansatzes und beim Planen, Überwachen und Kontrollieren des Lösungsprozesses (Stylianou, 2011) behilflich ist. Da Schülerinnen und Schüler selten spontan eine Skizze zu realitätsbezogenen Textaufgaben zeichnen (De Bock, Verschaffel, & Janssens, 1998), kann die Aufforderung zum Zeichnen einer Skizze eine wirkungsvolle Intervention sein, um Schülerinnen und Schüler beim mathematischen Modellieren zu unterstützen. Bisherige Studien zeigen, dass die Aufforderung zum Zeichnen einer Skizze nicht immer positive Wirkungen auf die Leistungen von Lernenden hat (z. B. De Bock et al., 1998). Eine Reihe von Befunden weist darauf hin, dass der Effekt der Aufforderung zum Zeichnen einer Skizze über die Qualität der gezeichneten Skizzen vermittelt wird. Daneben hat auch das Skizzenwissen einen Einfluss auf die Wirksamkeit von Skizzen (Rellensmann et al., 2017). In dieser Studie werden Effekte der Aufforderung zum Zeichnen einer Skizze und des Skizzenwissens auf die Skizzenqualität und die Modellierungsleistung untersucht. Dabei werden Modellierungsaufgaben zu Längenberechnungen im rechtwinkligen Dreieck eingesetzt, die sich für die Visualisierung in Form einer Skizze eignen.

Fragestellung

Die Untersuchung wurde im Rahmen des DFG-Projekts *ViMo* (Visualisierungen bei der Bearbeitung von mathematischen Modellierungsaufgaben) durchgeführt, in dem Bedingungen der Wirksamkeit der Aufforderung zum Zeichnen einer Skizze zu Modellierungsaufgaben zum Themenbereich Satz des Pythagoras erforscht werden.

Die Fragestellung dieser Studie ist: Wie wirken die Aufforderung zum Zeichnen einer Skizze und das Skizzenwissen auf die Skizzenqualität und auf die Modellierungsleistung von Lernenden? Um diese Frage zu beantworten, wurde ein Mediationsmodell aufgestellt und empirisch getestet (s. Abb. 1). Es wird angenommen, dass die Effekte der Aufforderung zum Zeichnen einer Skizze und des Skizzenwissens auf die Modellierungsleistung über die Skizzenqualität vermittelt werden.

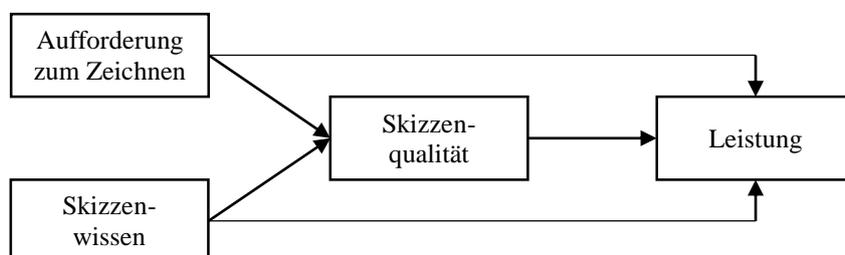


Abb. 1: Das getestete Mediationsmodell

Methode

Stichprobe und Ablauf. An der Studie nahmen 116 Schülerinnen und Schüler (51% weiblich, $M = 15-16$ Jahre) der 9. und 10. Jahrgangsstufe von drei Realschulen teil. Die Lernenden wurden randomisiert einer Experimental- und einer Kontrollgruppe (EG und KG) zugeordnet. Die Untersuchung umfasste zwei Testtermine, die zeitlich durch zwei Wochen Schulferien getrennt waren. Am ersten Testtermin beantworteten die Schülerinnen und Schüler einen Test zum Skizzenwissen. Am zweiten Testtermin bearbeiteten die Schülerinnen und Schüler acht Modellierungsaufgaben zum Themenbereich Satz des Pythagoras. Die Lernenden der EG und KG bearbeiteten die gleichen Aufgaben jeweils mit und ohne die Aufforderung, eine Skizze zu erstellen.

Skizzenwissen. Der Test des Skizzenwissens erforderte von den Schülerinnen und Schülern die Einschätzung der Nützlichkeit von jeweils drei situativen und drei mathematischen Skizzen zum Lösen einer realitätsbezogenen Aufgabe (vgl. Rellensmann et al., 2017). Die dargebotenen drei Skizzen variierten systematisch im Hinblick auf die Merkmale der Vollständigkeit der dargestellten lösungsrelevanten Objekte, die Korrektheit der dargestellten Verknüpfungen zwischen den Objekten und die Vollständigkeit der Beschrif-

tung mit den lösungsrelevanten Zahlangaben. Die Einschätzung der Nützlichkeit erfolgte auf einer Likert-Skala. Entsprechend der Korrektheit der Rangfolge der Nützlichkeit der drei Skizzen, die aus den Ratings resultiert, wurde ein Code von 0, 1 oder 2 vergeben. Die Reliabilität der Skala ist zufriedenstellend (Cronbachs $\alpha = .81$).

Skizzenqualität. Die Skizzenqualität wurde mit Hilfe einer dreistufigen Skala erfasst. Code 0 wurde für eine nicht vorhandene, unvollständige oder inkorrekte Skizze vergeben, Code 1 für eine vollständige und korrekte, aber unvollständig beschriftete Skizze und Code 2 für eine vollständige, korrekte und mit allen relevanten Zahlangaben beschriftete Skizze. Die Skizzenqualität wurde von zwei unabhängigen Ratern mit hinreichender Übereinstimmung (Cohen's $\kappa > .71$) kodiert und wies eine zufriedenstellende Reliabilität auf (Cronbachs $\alpha = .73$).

Modellierungsleistung. Die Modellierungsleistung wurde mit Hilfe einer vierstufigen Skala erfasst. Code 3 wurde für ein zutreffendes reales Resultat vergeben, Code 2 für ein zutreffendes mathematisches Resultat, Code 1 für ein zutreffendes mathematisches Modell und Code 0 für ein falsches mathematisches Modell. Die Modellierungsleistung konnte mit hinreichender Übereinstimmung von zwei unabhängigen Ratern doppelt kodiert werden (Cohen's $\kappa > .69$) und wies eine zufriedenstellende Reliabilität auf (Cronbachs $\alpha = .74$).

Ergebnisse

Modellpassung. Das Verhältnis der Probanden zu Freiheitsgraden im Mediationsmodell ist größer als 5 und somit ausreichend für eine robuste Parameterschätzung. Das Mediationsmodell zeigt eine gute Passung und erklärt 15 % der Varianz in der Modellierungsleistung.

Direkte Effekte. Die Aufforderung zum Zeichnen einer Skizze hat einen positiven Effekt auf die Skizzenqualität. Ebenso wirkt das Skizzenwissen positiv auf die Skizzenqualität. Die Skizzenqualität wiederum steht in positivem Zusammenhang mit der Modellierungsleistung.

Totale und indirekte Effekte. Es zeigen sich keine direkten und totalen Effekte von der Aufforderung bzw. dem Skizzenwissen auf die Modellierungsleistung. Jedoch haben die Aufforderung zum Zeichnen einer Skizze und das Skizzenwissen einen indirekten Effekt auf die Modellierungsleistung, der durch die Skizzenqualität vermittelt wird.

Diskussion

Die Ergebnisse zu selbst erstellten Skizzen beim mathematischen Modellieren bestätigen bisherige Befunde zum Zusammenhang von Strategieinstruktion, Strategiewissen, Qualität der Strategieanwendung und Leistungen. Der Qualität der Skizze kommt eine Schlüsselrolle für die Wirkungen der Aufforderung zum Zeichnen einer Skizze auf die erfolgreiche Bearbeitung von Modellierungsaufgaben zu: Wenn in Reaktion auf die Aufforderung eine qualitativ hochwertige Skizze gezeichnet wird, hat diese einen positiven Effekt auf die Leistung. Da Schülerinnen und Schüler jedoch nicht nur qualitativ hochwertige Skizzen zeichnen, wird wie in vorangegangenen Studien kein totaler Effekt der Aufforderung zum Zeichnen einer Skizze auf die Modellierungsleistung gefunden (De Bock et al., 1998; Hembree, 1992). Das Skizzenwissen erweist sich als wichtig für die Konstruktion einer qualitativ hochwertigen Skizze. Damit stellt die Förderung der Skizzenwissens einen Ansatzpunkt für die Praxis dar, damit Schülerinnen und Schüler von der Aufforderung zum Zeichnen einer Skizze profitieren können. In einer Folgestudie des *ViMo*-Projekts wird der Frage nachgegangen, ob ein Training des Skizzenwissens die Aufforderung zum Zeichnen einer Skizze zu einer wirkungsvollen Intervention macht.

Literatur

- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI study*. New York: Springer.
- De Bock, D., Verschaffel, L., & Janssens, D. (1998). The predominance of the linear model in secondary school students' solutions of word problems involving length and area of similar plane figures. *Educational Studies in Mathematics*, 35(1), 65-83.
- Hembree, R. (1992). Experiments and relational studies in problem solving: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(3), 242-273.
- Rellensmann, J., Schukajlow, S., & Leopold, C. (2017). Make a drawing. Effects of strategic knowledge, drawing accuracy, and type of drawing on students' mathematical modelling performance. *Educational Studies in Mathematics*, 95(1), 53-78.
- Schukajlow, S. (2011). *Mathematisches Modellieren. Schwierigkeiten und Strategien von Lernenden als Bausteine einer lernprozessorientierten Didaktik der neuen Aufgabekultur*. Münster: Waxmann.
- Stylianou, D. A. (2011). An examination of middle school students' representation practices in mathematical problem solving through the lens of expert work: Towards an organizing scheme. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 265-280.
- Van Meter, P., & Garner, J. (2005). The promise and practice of learner-generated drawing: Literature review and synthesis. *Educational Psychology Review*, 17(4), 285-325.