

Stellenwertverständnis festigen – Potentiale und Nutzungsweisen einer Software zum Darstellungswechsel

Die Entwicklung eines tragfähigen Stellenwertverständnisses ist eines der Hauptziele des Mathematikunterrichts der Grundschule. Verschiedene Untersuchungen konnten jedoch zeigen, dass nicht alle Kinder dieses Ziel im Laufe ihrer Schulzeit erreichen (vgl. z. B. Moser Opitz 2007). Daher ist es (immer noch) die Aufgabe mathematikdidaktischer Forschung und Entwicklung, geeignete Unterstützungsmaßnahmen bereitzustellen und zu evaluieren: einerseits für die Anbahnung und den Aufbau eines tragfähigen Stellenwertverständnisses und andererseits zur *Festigung* des Stellenwertverständnisses. Der Fokus des in diesem Beitrag vorgestellten Forschungs- und Entwicklungsprojekts liegt auf diesem zweiten Aspekt, indem Forschungsergebnisse zu Nutzungsweisen von Kindern bei der Verwendung der von den Autoren dieses Beitrags entwickelten Tablet-App „Stellenwerte üben“ beschrieben werden.

1. Stellenwertverständnis

Ein tragfähiges Verständnis des Stellenwertsystems umfasst die flexible Einsicht in den *Zusammenhang* zwischen Zahlwort, Zahlzeichen und (vorgestellter) Menge vor dem Hintergrund der fortgesetzten Bündelung. Hierzu gehört in besonderem Maße a) das Verständnis des Prinzips der fortgesetzten Bündelung (und auch das Wissen um die Möglichkeit des Entbündelns), b) das Wissen um die Zusammenhänge der Mächtigkeit der Bündelungseinheiten, c) das Wissen um das Stellenwertprinzip beim Notieren und Lesen von Zahlen, d) das Wissen um die Sprechweise von Zahlen und die Zahlwortbildung und e) die Fähigkeit zwischen den verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten einer Zahl zu übersetzen (vgl. zusammenfassend Fromme 2017). Die im Beitrag vorgestellte Tablet-App „Stellenwerte üben“ hat das Ziel, Übungsaktivitäten anzubieten, mit der die Grundlagen des Stellenwertverständnisses weiter gefestigt werden können. Möglichkeiten der *Festigung* dieser Verstehens- und Wissens-elemente können die folgenden sein: Bündelungsaktivitäten (10 Einer werden 1 Zehner; 10 Zehner werden 1 Hunderter), Sortieraktivitäten (Hunderter links; Zehner rechts daneben; Einer rechts daneben), Übersetzungsaktivitäten (z. B. „Lege mit Material: 253“) (vgl. z. B. van de Walle 2004, Scherer & Moser Opitz 2010). Für die ikonische Zahl-darstellung wird in der App das Zehnersystem-Material in Verbindung mit einer Sortiertafel genutzt (vgl. z. B. Gerster & Walter 1973).

2. Mathematikdidaktische Potentiale digitaler Medien

Mathematikdidaktische Potentiale digitaler Medien sind einerseits theoretisch beschreib- und unterscheidbar und andererseits empirisch nachweisbar. Die in der Tablet-App „Stellenwerte üben“ eingearbeiteten Potentiale sind unter anderem die folgenden: *Strukturelle Passung* zwischen möglicher Handlung und angestrebter mentaler Repräsentation, *kognitive Entlastung* und *Strukturierungshilfen*, *Synchronität und Vernetzung* externer Repräsentanten, *Multitouch-Technologie* sowie *informative Rückmeldung*. In diesem Zusammenhang kann festgestellt werden, dass das bloße Vorhandensein von Features, die diese mathematikdidaktischen Potentiale widerspiegeln, nicht gezwungenermaßen dazu führt, dass Schülerinnen und Schülern diese auch nutzen oder automatisch von ihnen profitieren (vgl. z. B. Walter 2018). Im Fokus der hier vorgestellten Untersuchung liegen daher Deutungen und Nutzungsweisen von Schülerinnen und Schülern, um hieraus Folgerungen für einen zielführenden Einsatz dieser und anderer Apps im schulischen Kontext ableiten zu können. Dabei wird in diesem Beitrag auf die beiden Potentiale „Passung“ und „Synchronität“ fokussiert.

Passung zwischen Handlung und mentaler Repräsentationen

Die Grundlage mathematisch-abstrakter, gedanklicher Prozesse bilden Handlungen an Materialien und deren ikonisch-abstrahierter Entsprechung. Dabei sollten die Handlungen am Material und die ikonisch-abstrahierten Entsprechungen strukturell möglichst eng mit den angestrebten mentalen Operationen und Vorstellungen übereinstimmen (vgl. z. B. Lorenz 2011). Diesem Aspekt wurde in „Stellenwerte üben“ u. a. bei der Gestaltung von Bündelungs- und Entbündelungsaktivitäten Rechnung getragen. Bei der Arbeit mit dem virtuellen Material kann bspw. eine Zehnerstange in zehn Einerwürfel entbündelt werden, indem die Zehnerstange von der Zehner- in die Einerspalte verschoben wird. Umgekehrt können bspw. genau zehn Einerwürfel in eine Zehnerstange gebündelt werden.

Synchronität und Vernetzung externer Repräsentationen

Mathematik wird durch externe Repräsentanten mathematischer Sachverhalte und Zusammenhänge sichtbar, kommunizierbar und lernbar. Digitale Medien bieten im Gegensatz zu ihren physischen Entsprechungen eher das Potential, mehrere Darstellungsebenen und Repräsentanten sowohl synchron als auch vernetzt darzustellen (u. a. Ladel 2009). Auch in „Stellenwerte üben“ werden verschiedene Darstellungen synchron dargestellt (z. B. die nonverbal-symbolische Summenschreibweise $200+50+3$, die nonverbal-symbolische stellengerechte Notation (253) und die ikonische Mengendarstellung (2 Hunderterplatten, 5 Zehnerstangen, 3 Einerwürfel)). Zusätzlich

sind diese Darstellungen vernetzt, was bedeutet, dass die Veränderung einer Darstellung automatisch zu einer Anpassung der anderen Darstellungen führt. Fügt ein Kind bspw. einen Zehner hinzu, so verändert sich auch das Zahlsymbol in der mittleren Spalte der Sortiertafel um +10. Es ist davon auszugehen, dass die durch diese Vernetzung entstehende Redundanz einen positiven Einfluss auf den mathematischen Lernprozess haben kann. Zudem wird durch die Möglichkeit der individuellen Spracheingabe und computer-gestützter Rückmeldung das verständnisbasierte Üben des Sprechens von Zahlwörtern in Einzelarbeit ermöglicht.

3. Forschungsinteresse und Design

Um zu überprüfen, ob und in welcher Weise Schülerinnen und Schüler die implementierten Potentiale berücksichtigen und wie sie die ikonische Zahl-darstellung des Zehnersystem-Materials in Verbindung mit einer Sortiertafel deuten, werden Untersuchungen zu Nutzungsweisen und Deutungen beim Umgang mit der Tablet-App durchgeführt. Hierbei sind u. a. folgende Forschungsfragen handlungsleitend:

- Wie wird das entwickelte Zehnersystemmaterial in Zusammenhang mit einer Sortiertafel von Schülerinnen und Schülern gedeutet?
- Inwiefern werden die in der App implementierten Potentiale der *Passung zwischen Handlung und mentaler Repräsentation* und der *Synchronität und Vernetzung externer Repräsentationen* genutzt?

Dazu wurden Kinder (n=29) aus zweiten und dritten Schuljahren während der Nutzung beobachtet und durch Impulsfragen zum begleitenden lauten Denken angeregt. Alle Kinder kannten zum Zeitpunkt der Untersuchung das physische Zehnersystem-Material bereits aus dem Unterricht. Im Folgenden werden Ergebnisse zur Beantwortung der zweiten Forschungsfrage skizziert.

4. Ergebnisse

Erwartungsgemäß konnte gezeigt werden, dass Schülerinnen und Schüler die Potentiale der Tablet-App unterschiedlich nutzen. In Bezug auf die Nutzung der *Passung* zwischen Handlung und mentaler Repräsentation wurde deutlich, dass es Kindern gelingt, Bündelungen und Entbündelungen selbstständig vorzunehmen (z. B. um von zwei Hundertern zwei Zehner wegzunehmen, indem ein Hunderter entbündelt wird und dann zwei Zehner entfernt werden). Allerdings lässt sich in diesem Zusammenhang auch die Imitation der echt-analogen Handlung mit dem Zehnersystem-Material beobachten, bei dem nicht gebündelt oder entbündelt, sondern getauscht wird: Ein Hunderter wird entfernt, dafür werden zehn Zehner neu erzeugt. Dieser Befund

deutet darauf hin, dass Vorerfahrungen am konkreten Material die intendierte Nutzung der mathematikdidaktischen Potentiale überlagern können.

In Bezug auf die Nutzung der Synchronität und Vernetzung der externen Repräsentationen hat sich gezeigt, dass die meisten befragten Kinder bei der *Aufgabenbearbeitung* vor allem auf die ikonische Darstellungsebene fokussiert haben. Eine mögliche Ursache hierfür kann darin bestehen, dass die grafische Aufteilung der Nutzeroberfläche der ikonischen Darstellung viel und der Summenschreibweise wenig Platz einräumt. Es lassen sich aber auch Nutzungsweisen beobachten, im Laufe derer die Kinder selbstständig auf verschiedene Repräsentationsebenen hinweisen (auch als Möglichkeit der Selbstkontrolle). Auf Nachfrage (z. B. „Woher weißt du das?“) nutzen alle befragten Kinder die jeweils andere Darstellungsebene als „Argumentationshilfe“.

5. Fazit

Die vorliegenden Daten erhärten die bisherigen Befunde, dass nicht alle Kinder die mathematikdidaktischen Potentiale von Apps selbstständig nutzen – sie zeigen aber auch, dass es Kinder gibt, die dies tun. Aus dieser Diskrepanz kann der konstruktive Schluss gezogen werden, dass die unterschiedlichen Nutzungsweisen u. a. in Unterrichtsgesprächen genutzt werden können, bspw. um den Zusammenhang zwischen Darstellungsebenen zu thematisieren und Transferprozesse zwischen der Deutung und dem Verständnis verschiedener externer Repräsentanten anzustoßen.

Literatur

- Fromme, M. (2017). *Stellenwertverständnis im Zahlenraum bis 100 – Theoretische und empirische Analysen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Gerster, H.-D. & Walter, R. (1973). *Mehr System im Mehrsystem-Rechnen*. Freiburg im Breisgau: Herder.
- Ladel, S. (2009). *Multiple externe Repräsentationen (MERs) und deren Verknüpfung durch Computereinsatz*. Hamburg: Verlag Dr. Kováč.
- Lorenz, J. H. (2011). Anschauungsmittel und Zahlenrepräsentation. In A. S. Steinweg (Hrsg.), *Medien und Materialien* (S. 39-54). Bamberg: University of Bamberg Press.
- Moser Opitz, E. (2007). *Rechenschwäche / Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern*. Bern: Haupt.
- Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Heidelberg: Spektrum.
- van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally*. Boston: Pearson Educations.
- Walter, D. (2018). *Nutzungsweisen bei der Verwendung von Tablet-Apps: Eine Untersuchung bei zählend rechnenden Lernenden zu Beginn des zweiten Schuljahres*. Wiesbaden: Springer Spektrum.