

## **Eine explorative Analyse latenter Klassen des Merkmals Rechenschwäche basierend auf der Normierungsstichprobe einer computergestützten Diagnostik**

Im Rahmen eines Dissertationsprojekts wird die Normierungsstichprobe der computergestützten Diagnostik BIRTE 2 (Schipper, Wartha & von Schroeders, 2011) zur Messung arithmetischer Kompetenzen von SchülerInnen in der Mitte des 2. Schuljahres hinsichtlich spezifischer Fehler und deren Fehleingaben analysiert. Neben dem Zahlendreher werden vorerst auch Zählfehler, Ziffernstrategiefehler, inverse Operation und unvollständige Operation Fehler (Schipper, 2009) in den Fokus genommen. Das Forschungsinteresse besteht darin, zu untersuchen, in wie weit eine Latent Class Analyse (LCA) (Rost, 2004, S. 154 ff.) in der Normierungsstichprobe Gruppen/Klassen von Kindern identifizieren kann, die bezüglich der angesprochenen Fehlertypen und Fehlstrategien ein annähernd gleiches Antwortverhalten aufweisen. Hierbei bedeutet „annähernd“, dass innerhalb einer Gruppe das Antwortverhalten nicht deterministisch, sondern probabilistisch vorliegt. Das heißt, dass ein Kind dieser Gruppe mit einer empirisch beobachteten hohen Wahrscheinlichkeit einen bestimmten Fehler produziert.

Um die 2087 Datensätze der Normierungsstichprobe analysieren zu können, werden theoriegeleitet mögliche Fehleingaben und Kombinationen der Fehleingaben computergestützt generiert. Ein Abgleich mit den Eingabedaten aus der Normierungsstichprobe und eine Umkodierung bilden die Grundlage für die Latent Class Analyse.

Unter Berücksichtigung des Informationskriterium AIC (Aitken Information Criterion) (Moosbrugger & Kelava, 2012, S. 308) können somit beispielsweise für den Zahlendreher auf Grundlage von fünf Aufgaben drei Gruppen in der Normierungsstichprobe klassifiziert werden. Diese Gruppen unterscheiden sich nicht nur in der Größe, sondern vor allem auch im Antwortverhalten hinsichtlich des spezifischen Fehlertyps.

Die erste Gruppe, die aufgrund des Antwortverhaltens mit einem (--) gekennzeichnet wird, ist mit einem Anteil von 1,29% die kleinste Gruppe und hat eine stark ausgeprägte Tendenz, bei Rechenaufgaben sowohl beim Erfassen der zweistelligen Zahlen als auch dem Darstellen der Ergebnisse Zahlendreher zu erzeugen. Die LCA liefert dazu insbesondere die probabilistischen Angaben, die Wahrscheinlichkeit mit der ein Zahlendreher (ZD) eingegeben wird. Für die Gruppe (-), die einem Anteil von 10,75% hat, ist diese Fehlertendenz wenig stark ausgeprägt. Dabei ist die Tendenz zu einer spezifischen Fehleingabe auch abhängig vom Schwierigkeitsgrad einer Aufgabe

(siehe Abb. 1). Die größte Gruppe (+) (Anteil von 87,96%) weist erwartungsgemäß die geringsten Wahrscheinlichkeiten für einen Zahlendreher auf.

<b>68 + 4</b>	kein ZD	ZD	<b>24 + 35</b>	kein ZD	ZD
<b>Klasse (--)</b>	5,31%	<b>94,69%</b>	<b>Klasse (--)</b>	31,57%	<b>68,43%</b>
<b>Klasse (-)</b>	84,72%	15,28%	<b>Klasse (-)</b>	44,55%	<b>55,45%</b>
<b>Klasse (+)</b>	<b>96,09%</b>	3,91%	<b>Klasse (+)</b>	<b>90,88%</b>	<b>9,12%</b>

  

<b>33 + 9</b>	kein ZD	ZD	<b>72 - 8</b>	kein ZD	ZD
<b>Klasse (--)</b>	0,5%	99,5%	<b>Klasse (--)</b>	55,32	54,68%
<b>Klasse (-)</b>	77,89%	22,11%	<b>Klasse (-)</b>	72,56%	27,43%
<b>Klasse (+)</b>	<b>91,51%</b>	8,49%	<b>Klasse (+)</b>	<b>90,71%</b>	<b>9,29%</b>

Abb. 1: Eingabewahrscheinlichkeiten der einzelnen Gruppen für Zahlendreher

Der Blick in die Datenbasis liefert detaillierte Aussagen über das Antwortverhalten. Dabei wird hypothetisch deutlich, dass bei einer weniger stark ausgeprägten Tendenz zu einem Zahlendreher Kombinationsfehler mit dem Zahlendreher an Bedeutung gewinnen (siehe Abb. 2).

	<b>Klasse (--)</b> 1,29%	<b>Klasse (-)</b> 10,75%	<b>Klasse (+)</b> 87,96%
68 + 4	<b>ZD 65% im Ergebnis, oder 35% im 1. Summanden</b>	60% richtig, 15 – 40% ZD im 1. Summanden oder Ergebnis	87% richtig ohne ZD, 4 – 12% primär mit ZD im Ergebnis
33 + 9	<b>99% ZD im Ergebnis</b>	56% richtig, 23 – 44% mit ZD im Ergebnis	81% richtig, 10 – 15% ZD im Ergebnis
24 + 35	<b>15% richtiges Ergebnis 85% ZD primär im Ergebnis</b>	11% richtig 66 – 84% mit ZD und in Kombination mit anderen Fehlern	79% richtig 9 – 18 % mit ZD und in Kombination mit anderen Fehlern

Abb. 2: Ausprägungen der Fehler in den LCA-Gruppen zur Zahlendreherproblematik

Insgesamt ergeben sich so durch die LCA für jeden einzelnen Fehlertyp verschiedene Anzahlen an Klassen, in denen die spezifischen Fehlertendenzen verschieden ausgeprägt sind.

- Zahlendreher, 3 Klassen, (--), 1,29%, (-) 10,75%, (+) 87,96%
- Zählfehler, 4 Klassen, (--), 5,73%, (-) 9,71%, (o) 8,26%, (+) 76,3%

- Ziffernstrategiefehler, 4 Klassen, (--) 11,75%, (-) 16,23%, (o) 41,31%, (+) 30,72%
- Inverse Operation Fehler, 2 Klassen, (-) 36,48%, (+) 63,52%
- Unvollständige Operation Fehler, 2 Klassen, (-) 32,47%, (+) 67,53%

Dabei ist auffällig, dass sich für die Verfahrensfehler (inverse und unvollständige Operation), die häufig in Verbindung mit operativen Rechenstrategien entstehen, jeweils nur zwei Klassen herauskristallisieren.

Eine Untersuchung der Gruppen und Gruppenzugehörigkeit über die Gruppen hinweg, liefert dabei schon erste interessante Hypothesen. So zeigt sich beispielsweise, dass die Kinder aus der Gruppe mit einer starken Tendenz zu Zahlendrehern auch mit einem hohen Anteil in den Gruppen mit einer Zählfehlerproblematik ((-) und (-)) wiederfinden (siehe Abb. 3). Umgekehrt hingegen scheint bei Kindern, die zählend Rechnen, nicht zwingend auch ein Problem mit Zahlendrehern vorzuliegen.

		Zahlendreher			Zählfehler			
		(--)	(-)	(+)	(--)	(-)	(o)	(+)
Zahlendreher	(--)	1			36,84%	36,84%	10,5%	10,5%
	(-)		1		20,1%	37,1%	8,12%	27,67%
	(+)			1	3%	4,15%	7,23%	78,61%
Zählfehler	(--)	7,36%	33,68%	41,05%	1			
	(-)	4,34%	36,64%	33,54%		1		
	(o)	1,45%	9,48%	68,61%			1	
	(+)	0,15%	3,47%	80,79%				1

**Abb. 3:** Abhängigkeiten zwischen den Zahlendreher- und den Zählfehlergruppen und umgekehrt

Basierend auf den Gruppen zu den fünf Fehlertypen konnte auch eine LCA über alle Fehler hinweg vorgenommen werden. Dazu wird jedem Kind ein 5-er Tupel zugeordnet, in dem kodiert wird, welcher Gruppe es bezüglich der fünf Fehlertypen probabilistisch zugeordnet wird. Von den 192 (3·4·4·2·2) möglichen Antwortmustern, die sich aus der Anzahl der Gruppen pro Fehlertyp ergeben, liefert die LCA allerdings nur fünf Gruppen. Für jede Gruppe kann dabei ein Antwortprofil angegeben werden, das beschreibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Kind aus der Gruppe zu den einzelnen Gruppen der Fehlertypen gehört.

Für die Gruppe 1 (--), die hier als diejenige mit der ausgeprägtesten Tendenzen für einen Zählfehler auffällig wird, zeigt sich, dass ein Mitglied der Gruppe zu 89,65% zu den Zählfehlergruppen (--) oder (-), zu 58,2% zu den Zahlendrehergruppen (--) und (-) usw. gehört (siehe Abb. 4).

Gruppe 1:	7,68% (--)	Gruppe 2:	7,27%(-)
89,65%	<b>Zählfehler (--)(-)</b>	54,67%	Zählfehler (--)(-)
58,2%	Zahlendreher (--)(-)	74,11%	<b>Zahlendreher (-)(--)</b>
79,54%	Ziffernstrategiefehler (--)(-)	54,93%	Ziffernstrategiefehler (--)(-)
37,79%	inv. Op. (-)	49,89%	inv. Op. (-)
68,86%	unvollst. Op. (-)	44,42%	unvollst. Op. (-)

**Abb. 4:** Fehlerwahrscheinlichkeiten der einzelnen Fehlertypen für die ersten beiden Gruppen

Für eine erste Abstufung der Gruppen wird dazu die Chronologie des Erwerbs von Rechenfertigkeiten zugrunde gelegt. Ausgehend vom zählenden Rechnen und den Kenntnissen zur Zahlwortreihe wird anschließend im Zahlenraum bis 100 vor allem das Stellenwertsystem in den Fokus genommen und damit auch die Diskrepanz zwischen Sprech- und Schreibweise.

Für vier Gruppen zeigt sich aber, dass die Problematik der Verfahrensfehler (inverse und unvollständige Operation) kein hinreichendes Unterscheidungskriterium liefert. Nur in der hinsichtlich Zähl-, Ziffernstrategiefehler und Zahlendreher unauffälligen Gruppe (++) scheinen hier keine Probleme vorzuliegen (siehe Abb. 5).

Gruppe 4:	32,95% (+)	Gruppe 5:	45,75% (++)
4,2%	Zählfehler (--)(-)	2,66%	<b>Zählfehler (--)(-)</b>
0,75%	Zahlendreher (-)(--)	0,27%	Zahlendreher (--)
18,82%	<b>Ziffernstrategiefehler (--)(-)</b>	12,4%	<b>Ziffernstrategiefehler (--)(-)</b>
53,67%	inv. Op. (-)	1,98%	inv. Op. (-)
35,7%	unvollst. Op. (-)	0%	unvollst. Op. (-)

**Abb. 5:** Nur die letzte Gruppe (++) zeigt bezüglich der Verfahrensfehler keine Auffälligkeiten

Aufgrund dieser Ergebnisse für die Verfahrensfehler wird deshalb der Versuch unternommen, über die Berücksichtigung der Bearbeitungszeiten, die bei BIRTE 2 auch erfasst worden sind, einen weiteren Indikator für ein Merkmal Rechenschwäche in die LCA einfließen zu lassen.

## Literatur

- Moosbrugger, H., & Kelava, A. (Hrsg.) (2012). *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion*. 2. Auflage. Berlin Heidelberg: Springer
- Rost, J. (2004). *Lehrbuch Testtheorie und Testkonstruktion*. Bern: Huber
- Schipper, W. (2009): „Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen“. Braunschweig: Schroedel
- Schipper, W., Wartha, S., & von Schroeders, N. (2011). *BIRTE 2, Rechentest für das zweite Schuljahr, Handbuch zur Diagnostik*. Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverlage